e-rara.ch

Der mathematische Maler oder gründliche Anweisung zur Perspektive nach verschiedenen Methoden

Bürja, Abel

Berlin, 1795

Persistenter Link: http://dx.doi.org/10.3931/e-rara-11202

Schwarze

17.

Niedlich del. Bussler sc.

A. Burja

Der

mathematische Maler

oder

gründliche Anweisung

zur

Perspektive

nach verschiedenen Methoden;

nebst

einem Anhange

über

die theatralische Perspektive

und

der Beschreibung eines neuen perspektivischen Instruments.

Von

Abel Bürja

Professor der Mathematik und Mitglied der Königl. Preussischen, wie auch der Russisch-Kaiserl. Akademie der Wissenschaften.

Berlin,

bei Christian Gottfried Schöne 1795.

An

Seine Excellenz

den

Freiherrn von Heinitz,

wirklichen geheimen und dirigirenden Staats- und Kriegs-Minister, Ritter des schwarzen und des rothen Adler-Ordens, Kurator der Königl. Akademie der Künste und mechanischen Wissenschaften ꝛc. ꝛc. ꝛc.

Hochgebohrner Freiherr,
Hochgebietender Staats-Minister,
Gnädiger Herr!

Es ist nicht, wie von vielen behauptet wird, ein zweckloser Gebrauch unter den Gelehrten, daß sie ihre Arbeit entweder einem Freunde, oder einem Gönner, oder einem durch Stand und Kenntnisse ausgezeichneten Manne zu widmen pflegen: sie stiften dadurch Denkmäler der Ehrfurcht, der Hochachtung oder der Freundschaft;

sie geben der Welt ein Beispiel dieser schätzbaren Gesinnungen; sie ertheilen den Beschützern und Beförderern der Wissenschaften ein gerechtes und öffentliches Lob, wodurch andere aufgefordert werden, in dieselbigen Fußstapfen zu treten. Durch diese Gründe bewogen, nehme ich mir die Freiheit, Ew. Excellenz gegenwärtige Schrift zu überreichen. Denn sobald ich entschlossen war, mein Werk mit dem Namen eines nicht nur durch Geburt und Aemter, sondern hauptsächlich durch Kunstliebe berühmten Mäcens zu schmücken, so mußte meine Wahl sogleich auf Ew. Excellenz fallen. Selbst ein feiner und geschmackvoller Kenner der Kunst, sind Sie an der Spitze einer Akademie, die aus den vorzüglichsten Künstlern bestehet, die sich unter Dero Leitung in kurzer Zeit empor geschwungen hat, und die täglich durch Beispiel und

Leh-

Lehren den Geschmack der Nazion je mehr und mehr veredelt. Bekannt mit allem was zur Bildung eines geschickten Künstlers gehöret, verschaffen Sie dem lehrbegierigen Jünglinge die Hülfsmittel, die sein thätiger Geist erfordert. Versichert, daß Theorie und Praxis unzertrennlich sein müssen, sorgen Sie dafür, daß beide in der engsten Verbindung bleiben. Der Name Ew. Excellenz glänzet auf der Liste der Ehrenmitglieder der königlichen Akademie der Wissenschaften, zum Beweise, daß Wissenschaft und Kunst Ihnen gleich schätzbar sind.

Erlauben Sie demnach, daß ich meine Bewunderung und Ehrfurcht öffentlich an den Tag lege, und daß ich den innigsten Wunsch äussere, es möge das Vaterland einen solchen Beschützer der Musen während einer langen Reihe von Jahren besitzen,

sitzen, und es möge zugleich ein so erhabenes Beispiel den Wissenschaften und Künsten viele Beförderer verschaffen.

Ich verharre in tiefster Ehrfurcht

Ew. hochfreiherrlichen Excellenz

gehorsamster Diener

der Verfasser.

Vor-

Vorrede.

Der Hang zum Abbilden und Malen scheinet dem Menschen angebohren zu sein, und ist ein Zweig der Neigung zum Nachahmen, die dem menschlichen Geschlechte eigen ist. Bei den rohesten Völkern findet man Spuren von Zeichnung und Malerei, und bei uns haben die Kinder keinen angenehmeren Zeitvertreib, als Gestalten von Häusern, Menschen und andern Dingen, so gut sie können, auf Papier, Schiefertafeln und Bretter zu kritzeln. Es ist also kein Zweifel, daß die ersten Versuche zur Malerei fast so alt sind, als das Menschengeschlecht selbst. Sie verdienen aber nicht zum Ursprunge der Kunst mitgerechnet zu werden; denn diese entstand nicht eher, als bis gewisse Menschen sich mit anhaltendem Fleiße auf das Geschäft legten, allerlei Gegenstände abzubilden, und aus ihrer Erfahrung verschiedene Regeln abstrahirten, nach welchen die Aehnlichkeit des Bildes mit dem Abgebildeten zu erzielen ist. Solche Männer entstanden früh genug im Alterthume, vorzüglich bei den Griechen, und sie bildeten Schüler, welche die erfundenen Kunstgriffe und Regeln auf die Nachkommenschaft fortpflanzeten.

Derjenige Theil der Malerkunst, welcher sich am spätesten entwickelte, bestehet in der gehörigen Verkürzung und Vertiefung der Figuren in Rücksicht auf die Entfernung der vorzustellenden Gegenstände; er wird bekanntermaßen die Perspektive genannt. Die Ueberbleibsel alter Kunstwerke, als Schaumünzen, Basreliefs, u. s. w. geben genugsam zu erkennen, daß die Alten von dieser Kunst wenig

oder

oder gar nichts verstanden, bis daß die Mathematiker zur Hülfe kamen, und den Malern den Weg zeigten, auf welchem sie in dieser Rücksicht Aehnlichkeit und Täuschung hervorbringen könnten.

Schon Anaxagoras und Demokritus sollen den Anfang zu perspektivischen Grundsätzen gemacht haben; Archimedes soll eine Abhandlung über die Perspektive geschrieben haben, wovon ein arabisches Manuscript nach dem Zeugnisse des Fabrizius vorhanden sein muß. Aber alles dieses hatte wenig zu bedeuten, und so viel man aus den übrigen Schriften des Alterthums urtheilen kann, bestand die Perspektive damals nur in einigen Bemerkungen über die scheinbaren Größen und Entfernungen der Gegenstände, ohne Anwendung auf die Malerei. Eine solche Perspektive findet man unter dem Namen des Euklids in einigen alten Ausgaben dieses Schriftstellers. Die gedachten Bemerkungen werden heutiges Tages mit zur eigentlichen Optik gezogen, und ich habe viele dergleichen im zweiten Haupt-

stücke

stücke meiner Anleitung zur Optik u. s. w. angeführet.

Im 13ten Jahrhunderte nach Christi Geburt, findet man Johann Peccamus, Vitellio, und Roger Bacon, als perspektivische Schriftsteller angeführet; allein sie verstanden unter Perspektive nicht mehr, als ihre alten Vorgänger, oder begriffen wohl noch dazu unter dieser Benennung die Katoptrik und die Dioptrik.

Im 15ten Jahrhunderte entstand **Piedro del Borgo**, welcher den eigentlichen Grund zur Perspektive legte, indem er die Malertafel, als eine durchsichtige Scheibe betrachtete, auf welcher man jeden Punkt des Gegenstandes an der Stelle auftragen soll, wo der Lichtstral, der von ihm zum Auge gehet, die Tafel durchschneidet. Aus dieser Betrachtungs-Art sind in der Folge alle perspektische Vorschriften und Kunstgriffe entsprossen. Dieser Borgo schrieb ein Werk, welches nach ihm von **Balthasar** Peruzzi verbessert wurde.

Im

Im 16ten Jahrhunderte beschäftigte sich Albrecht Dürer, ein deutscher Maler, ernstlich mit der Perspektive, schrieb ein Werk darüber, und erfand ein Instrument, wodurch eine Gegend ohne geometrische Regeln und bloß praktisch abgezeichnet werden kann. Dergleichen Instrumente sind seit der Zeit mehrere in Vorschlag gebracht worden. Im selbigen Jahrhunderte lebte Guido Ubaldi, ein Italiener: dieser lehrte am ersten, wie parallele Linien in allen Fällen richtig abgebildet werden müssen.

Im 17ten Jahrhunderte schrieben Deschales, Lamy, s'Gravesande und Tayler über die Perspektive, und fülleten manche Lücken, die darin geblieben waren.

Im jetzigen 18ten Jahrhunderte gab de la Caille am Ende seiner Optik eine sehr gute Abhandlung über die Perspektive, und lehrte darin, wie man ohne vorgehenden Grundriß, perspektivisch zeichnen kann. Lambert zeigte ebenfalls, wie man den Grundriß entbehren könne

könne, und erfand den perspektivischen Proporzional-Zirkel, durch welchen die Arbeit in vielen Fällen sehr abgekürzet wird. Ganz neulich hat der Herr Geheime Rath **Mönnich** zum Besten der angehenden Künstler eine kurze Anleitung drucken lassen, worin gezeiget wird, wie man auf eine bloß praktische Art, mit Hülfe des Lambertschen Proporzional-Zirkels, ohne geometrische Kenntnisse, perspektivisch zeichnen kann.

Bei der Anfertigung dieses Buches habe ich oft meine Vorgänger zu Rathe gezogen. Mein Hauptzweck war, dasjenige, was bei ihnen zerstreuet und einzeln anzutreffen ist, zu sammeln, zu ordnen, zu ergänzen, deutlich vorzutragen und scharf zu beweisen.

Viele Beweise der Perspektive setzen gründliche Kenntnisse aus der Geometrie voraus. Da aber die meisten Maler in dieser Wissenschaft nicht sehr bewandert sind, indem die Ausübung ihrer Kunst ihnen nicht viel Zeit dazu übrig läßt, so werden sie sich mit den Lehr-

sätzen

sätzen und den Auflösungen der Aufgaben begnügen und die Beweise überspringen müssen. Denen aber unter ihnen, welche die Meßkunst verstehen, wird es desto angenehmer sein, von jeder Vorschrift den Grund zugleich zu erfahren. Wer kein Maler ist, und auch nicht viel Geometrie verstehet, kann ebenfalls die Beweise weglassen; aus dem übrigen wird er so viel lernen, daß er beurtheilen könne, ob ein Gemälde nach den Regeln der Perspektive entworfen ist oder nicht? nur zu oft wird er finden, daß dieser Theil jämmerlich vernachlässiget oder gar gemißhandelt wird. Die mathematischen Leser meines Buches werden außer diesem Vortheile der Beurtheilung, noch das Vergnügen genießen, welches geometrische Warheiten allemal gewähren, wenn sie auf wirkliche in der Natur oder Kunst eintretende Fälle angewandt werden.

Obgleich dieses Buch für sich ein Ganzes ausmacht, so kann man es doch zugleich als die Fortsetzung meiner Anleitung zur Optik, Katoptrik und Dioptrik ansehen. Ich habe

zwar

zwar seit der Optik schon einen Band über die Astronomie herausgegeben; allein da nach der Perspektive, die ich in der Vorrede zur Optik versprochen hatte, häufige Nachfrage geschah; so hielt ich für rathsam den Wunsch der Liebhaber zu befriedigen, und die Folge der Astronomie noch auszusetzen.

Inhalt.

Erstes Hauptstück.

Allgemeine Gründe der Perspektive.

§. 1.

Die Perspektive ist eine Wissenschaft, welche lehret, wie man auf einer Ebene beliebige Gegenstände so abzeichen kann, daß sie, so viel als möglich, in Betrachtung ihrer Lage, Entfernung und Größe, dem Auge nicht anders erscheinen, als wenn sie wirklich hinter der Ebene verhanden wären.

Wenn dieses geschehen soll, so muß demnach das Bild nicht flach scheinen wie es wirklich ist, sondern das Auge muß getäuscht werden, und der Zuschauer muß sich kaum enthalten können zu glauben, die Figuren seien von erhabener Arbeit, einige näher, andere entfernter.

Zur Erlangung dieses Zweckes wird bei den Malern mehr als ein Mittel gebrauchet. Entferntere

Gegenstände werden mit wenigerer Deutlichkeit und schwächeren Zügen gezeichnet; und wenn mit Farben gemalet wird, so muß die Farbe derselben gegen die jedesmalige Farbe der Luft und des Himmels wenig abstechen. Dieser Theil der Perspektive heißt die **Farben- oder Luft-Perspektive**, und gehet den Mathematiker nicht an.

Es trägt aber auch zur Täuschung sehr viel bei, wenn die Ausmessungen (Dimensionen) der Gegenstände, nach dem Verhältnisse der Entfernungen gehörig verkleinert werden, und wenn man überhaupt dafür sorget, daß die Lage der Punkte und Linien gegen einander nicht nach der Wirklichkeit, sondern nach dem Scheine bestimmet werde. In diesem Theile der Kunst bestehet die **mathematische Perspektive**, welche im gegenwärtigen Buche abgehandelt werden soll.

Hierzu gehöret noch die Bestimmung der Grenzen des Schattens und des Lichts, ebenfalls so wie diese Grenzen erscheinen, nicht allemal wie sie wirklich sind. Die Auftragung aber des Schattens selbst, das heißt, der dunkelen Farbe die ihn vorstellet, gehöret wiederum nicht in das Fach des Mathematikers, sondern des Malers, und kann zur Farbenperspektive gerechnet werden.

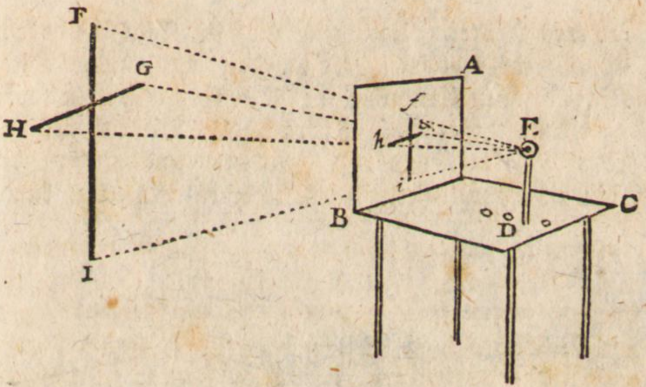
Die mathematische Perspektive kann in gewissen Fällen bloß praktisch und ohne Kenntniß der Geometrie geübet werden, wie aus der folgenden Aufgabe und ihrer Auflösung erhellet.

§. 2.

Aufgabe.

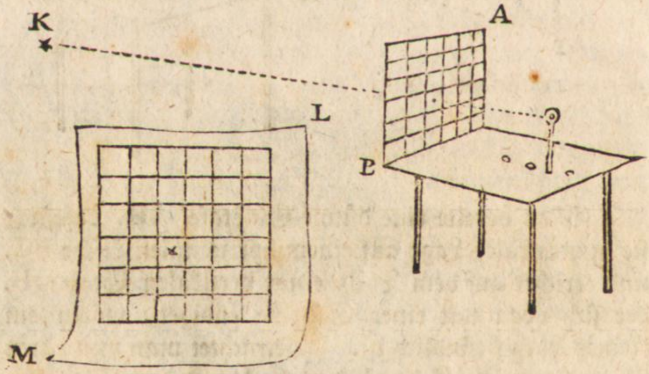
Man soll ohne Hülfe der Geometrie, einen Gegenstand oder eine Menge von Gegenständen perspektivisch vorstellen.

Man



Man bereite eine dünne Glastafel AB, befestige sie in vertikaler Lage auf einem horizontalen Tische BC, und errichte auf dem Tische einen vertikalen Stab DE, der sich oben mit einer Scheibe endiget, worin ein kleines Loch befindlich ist. Betrachtet man nun einen Gegenstand FGHI durch das Loch und das Glas, so kann man auf der Scheibe die vornehmsten Punkte *f*, *g*, *h*, *i* zeichnen, wodurch die Lichtstralen aus den zustimmenden Punkten F, G, H, I nach dem Auge, welches sich bei E befindet, hingehen; und vermittelst dieser vornehmsten Punkte kann man die Zeichnung aus freier Hand vollenden.

Auf Glas läßt sich am besten mit Dinte schreiben. Man pfleget vorher das Glas mit Wasser, worin etwas Gummi aufgelöset ist, zu bestreichen, und es hernach trocken werden zu lassen. Nachdem die Zeichnung vollendet ist, kann man sie auf ein nasses Papier abdrucken; oder da eine solche Zeichnung nur ein bloßer Entwurf zu sein pfleget, so bringet man ihn wie gewöhnlich ins Reine, es sei bloß nach dem Augenmaaße, oder indem man ein Papier auf das Glas leget und beides gegen das Licht hält, oder durch irgend ein anderes Mittel. Uebrigens muß die Glasscheibe sehr dünn, wohl poliret, und durchaus von einerlei Dicke sein; denn in Ermangelung dieser Eigenschaften, weichen die Lichtstralen beim Durchgange merklich vom ihrem Wege ab, und das Bild wird unähnlich; wie man es an schlechten Fensterscheiben bemerken kann.



Anstatt der gläsernen Tafel gebrauchet man auch einen viereckigten Rahmen Ab, dessen innerer Raum vermittelst dünner Fäden in lauter kleine Vierecke getheilt ist. An den Rändern können die Vierecke von unten nach oben, und von der linken Hand zur rechten numerirt werden. Die übrige Einrichtung ist ganz wie vorher. Man beobachtet, durch welches der kleinen viereckigten Felder ein Punkt K gesehen wird. Mittelst eines ganz ähnlichen Rahmens, den man aufs Papier LM leget, und während der ganzen Entwerfung unbeweget liegen läßt, bringet man das Bild des Punktes K durch das gehörige Quadrat auf die wahre Stelle die ihm in der Zeichnung zukömmt. Hat man auf solche Art viele Punkte bestimmt, so läßt sich das übrige aus freier Hand nachzeichen.

Zwar

Zwei dergleichen abgetheilte Rahmen können auch dienen um den nach der ersten Methode auf der Glastafel gezeichneten Entwurf ins Reine zu bringen, indem der eine Rahmen gegen die Glastafel gestellet, der andere aber aufs Papier geleget wird.

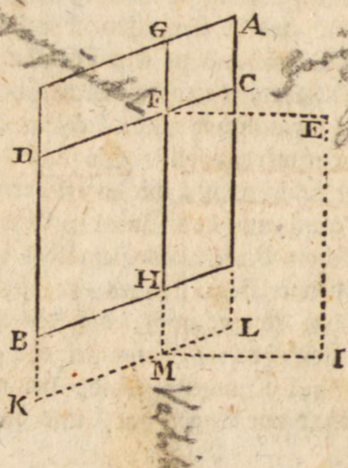
Auch kann man, anstatt eines abgetheilten Rahmens, eine Glastafel gebrauchen, worauf die kleinen Quadrate mit Dinte gezeichnet sind.

Anmerkung I. Man kann unsere Aufgabe noch auf verschiedene Arten auflösen, z. E. vermittelst der Kamera obskura, u. s. w. Die beiden angeführten Auflösungen habe ich deswegen hierher gesetzet, weil sie einen recht deutlichen und anschaulichen Begriff vom Wesen der Perspektive geben. Sie bestehet nämlich darin: daß man auf einer ebenen Fläche einen Gegenstand, den man sich hinter derselben vorstellt, so abbilde, daß das Bild jedes Punktes da zu stehen komme, wo die Tafel von der geraden Linie geschnitten wird, die vom gegebenen Punkte nach der Mitte des Auges gezogen wird.

Anmerkung II. Es möchte jemand fragen, wozu denn noch andere Methoden nöthig sind, da die angeführten und andere ähnlichen sehr leicht und in allen Fällen hinreichend zu sein scheinen. Hierauf dienet zur Antwort, daß solche praktische Methoden nicht anders brauchtbar sind, als wenn nach der Natur gemalet werden soll. So bald die abzumalende Scene erdichtet ist, wie es oft der Fall zu sein pfleget, so muß man aus Gründen bestimmen können, in welchem Punkte des Gemäldes jeder Punkt des eingebildeten Gegenstandes vorgestellet werden muß. Hierzu kömmt noch, daß die angeführten praktischen Verfahrungs-Arten bei sehr großen Gemälden nicht gut anzuwenden sind, wenn man auch den Gegenstand vor Augen hat, und daß nicht allemal ein Standpunkt zu finden ist, aus welchem man eine abzubildende Gegend übersehen könne. In diesen Fällen brauchet man gewisse mathematische Regeln, nach welchen jeder abzubildende Gegenstand seinen wahren Platz im Gemälde erhält. Endlich wenn auch die geometrischen Regeln, die sich auf die Perspektive beziehen, sonst keinen Nutzen hätten, so würden sie doch dem Anschauer eines Gemäldes nebst der Belustigung der Augen, noch ein Vergnügen des Verstandes gewähren, welcher eine Freude darinn findet, die Ursachen zu erkennen, warum jeder Punkt und jede Linie im Gemälde diese und keine andere Lage haben muß. Die mathematischen Vorschriften, wovon hier die Rede ist, wird man in den folgenden Hauptstücken finden.

§. 3.

Wenn man die Perspektive gründlich erlernen will, so muß man sich mit einigen dabei gebräuchlichen Kunstwörtern bekannt machen.



Die

Die Tafel AK auf welcher das perspektivische Gemälde gezeichnet werden soll, pfleget man lothrecht anzunehmen, und wenn das Gemälde fertig ist, so wird die Tafel auch in der That, in den allermeisten Fällen, lothrecht angehänget. Man nimmt vor der Tafel, in der Luft einen Punkt E an, wo das Auge sein müßte, wenn die Tafel durchsichtig wäre, und wenn jeder auf der Tafel gemalte Punkt den hinter derselben liegenden natürlichen Punkt decken sollte. Dieser Punkt E heißt der **Gesichtspunkt.** Bei jedem Gemälde muß nothwendig ein solcher Punkt Statt finden: denn, nur aus dem wahren Gesichtspunkte betrachtet, kann das Gemälde eine Aehnlichkeit mit dem Gegenstande haben. Uebrigens kam der Gesichtspunkt nach Gutbefinden des Zeichners und nach Umständen, bald näher an der Tafel, bald weiter von derselben, bald der Mitte der Tafel gegen über, bald höher oder niedriger, mehr rechts oder links angenommen werden. Der Zuschauer muß sich bequemen den wahren Gesichtspunkt durch Versuche oder durch Regeln ausfindig zu machen.

Stellet man sich eine gerade Linie EF vor, die aus der Mitte des Auges gegen die Fläche der Tafel senkrecht gezogen und folglich zugleich horizontal wird, so ist der Punkt F der **Augenpunkt** oder **Hauptpunkt der Tafel**, welchen man auch manchmal, jedoch nicht richtig, den Gesichtspunkt nennet.

Durch den Hauptpunkt F ziehe man auf der Tafel eine waagerechte Linie CD und eine lothrechte GH, so behalten hier diese Linien die eben jetzt gebrauchten allgemeinen Namen, nämlich es ist CD die **waagerechte** oder **Horizontal-Linie**, oder auch bloß der **Horizont**, GH ist die **lothrechte** oder **Vertikal-Linie** des Gemäldes oder des Malers.

Stellet man sich durch das Auge E und durch die Linie CD eine unbegränzte Ebne vor, so wird sie die **horizontale Ebene** oder **waagerechte Ebene des Malers** genannt; und stellet man sich ebenfalls eine Ebne vor, die durch das Auge E und durch GH gehet, so heißt diese die **vertikale** oder **lothrechte Ebene des Malers**. Die erste dieser Ebenen scheidet das Hohe von dem Niedrigen, indem alles was über derselben gesehen wird hoch ist, und alles was man unter ihr siehet, niedrig. Die andere Ebene giebt zu erkennen was rechts und links lieget, je nachdem es an der einen oder der anderen Seite dieser Ebene gesehen wird. Auf der Tafel leisten die Linien CD und GH die nämliche Dienste. Alles Vorgestellte ist hoch oder niedrig, je nachdem es über oder unter CD abgebildet wird; es stehet rechts oder links, je nachdem es nach der rechten oder linken Seite in Betrachtung der GH vorgestellet ist. Also enthält der Raum GD Bilder von Gegenständen die hoch und links liegen, GC hoch und rechts, FB niedrig und links, CH niedrig und rechts.

Es wird gemeiniglich angenommen, daß die abzubildenden Gegenstände entweder auf der Erde oder auf einer anderen horizontalen Ebene stehen. Diese Ebene heißt die **Grundebene**, oder **Grundfläche** oder auch, wenn sie die Erde selbst ist, die **Erdfläche**.

Wenn man vom Auge E eine lothrechte Linie EI bis zur Grundebene fället, so ist EI die Höhe des Auges. Wenn die Erde selbst Grundfläche ist, so wird die Höhe des Auges meistens zu 5 bis 6 Fuß angenommen, weil das menschliche Auge in der That nicht höher über der Erdfläche zu stehen pfleget. Indessen, wenn es die Umstände erfordern, kann man die Höhe des Auges weit größer annehmen; denn es kann ein Gegenstand oder eine Landschaft von einem

Thurme oder einer anderen hohen Stelle herab betrachtet werden.

Die Linie KL, wo die Ebene der Tafel die Grundfläche, es sei nun die Erde oder eine andere Ebene, durchschneidet, heißt die **Grundlinie, Fundamentallinie, Erdlinie.** In den allermeisten Fällen ist ein Gemälde nicht gemacht, auf der Erde oder überhaupt unmittelbar auf der Grundfläche zu stehen. Jedoch kann man sich allemal dessen Fläche unterwärts verlängert vorstellen, bis daß sie die Grundfläche erreichet, so daß die Grundlinie ausserhalb des Gemäldes, aber lothrecht unter demselben befindlich ist. Man kann sich den Rahmen des Gemäldes wie ein Fenster vorstellen, durch welches man die abgebildeten Gegenstände siehet, welches etwas über die Erde erhaben ist, und vor welchen der Zuschauer in einiger Entfernung stehet.

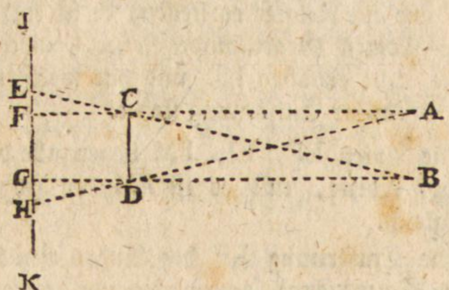
Die Linien EF, EI, FM liegen alle drei in der Vertikal-Ebene, und es ist FM der Höhe EI des Auges gleich.

Die Entfernung EF des Auges von der Tafel wird der **Hauptstral** (rayon principal) genannt.

Der **Vordergrund** oder **Vorgrund** des Gemäldes ist der unterste Theil desselben, welcher die nächsten Gegenstände vorstellet. Der höhere Theil, welcher die entfernteren Gegenstände vorstellet, wird der **Hintergrund** oder die **Ferne** genannt. Man könnte zwischen beiden noch einen **Mittelgrund** annehmen. Das Wort **Grund** bedeutet hier so viel als die Erdfläche, der **Grund und Boden**, worauf die Gegenstände stehen. Wenn nicht von den Bildern, sondern von den Gegenständen selbst die Rede ist, so bedeutet Vorgrund die Gegend der Erdfläche, worauf die nächsten der abzubildenden Gegenstände befindlich sind; und **Hintergrund**, wo die weitesten sind.

Die **Linie des Vorgrundes** ist auf der Erdfläche diejenige Linie, welche durch die nächsten abzubildenden Punkte gehet; sie ist eine gerade Linie, wenn die Tafel ein Rechteck ist, und ihre Abbildung fällt in den untersten Rand der Tafel.

Anmerkung. Wir sprechen immer von dem Auge, als wenn der Zuschauer nur eines hätte. Die Erfahrung lehret in der That, daß beim Sehen nur immer ein Auge die Hauptrolle spielet, ob gleich beide offen sind; dieses erkennet man an den optischen Bedeckungen der Gegenstände.



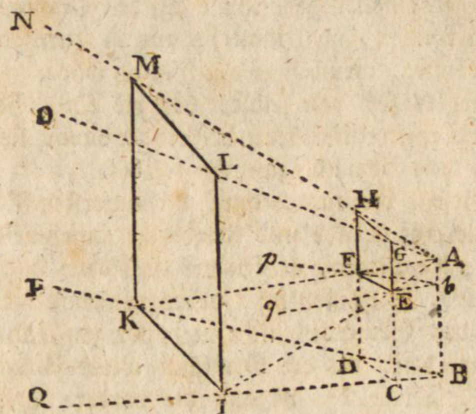
Es seien A und B die Stellen beider Augen, CD ein Gegenstand, IK ein anderer größerer, welcher hinter jenem stehet. Sollten nun beide Augen zugleich sehen, so würde das Auge A die Stelle FH durch den Körper CD bedecket sehen; hingegen das Auge B würde den Theil EG bedecket sehen. Also würde nur eigentlich die Stelle FG ganz bedecket sein; hingegen in EF und GH würde das eine Auge einen Theil des Gegenstandes IK, das andere aber vor demselben einen Theil des Gegenstandes CD sehen, und es würden durchsichtige Bilder entstehen. Dieses geschiehet nun manchmal in der That, wenn wir sehr nahe Gegen-

stände

stände betrachten, oder aus andern Ursachen. Gemeiniglich aber sehen wir nur bloß EG oder bloß FH bedecket. Es scheinet also, daß die Seele gewöhnlich nur die in dem einem Auge vorhandenen Eindrücke der sichtbaren Gegenstände eigentlich bemerket; und daß das andere vielleicht nur etwas zur Verstärkung jener Eindrücke beiträgt. Die mehreste Menschen sehen mit dem rechten Auge, jedoch auch manche mit dem linken. Man bemerket zuweilen daß, wenn das eine Auge müde ist, das andere den Dienst verrichtet. Dieser Umstand berichtiget uns vollkommen, für zwei Augen nur einen Gesichtspunkt anzunehmen.

§. 4.

Das **Feld** oder **Gesichtsfeld** bei einem perspektivischen Gemälde ist der größere oder kleinere Raum, dessen Vorstellung es in sich faßt; die größere oder kleinere Menge von Gegenständen die darin abgebildet werden können.



Hiervon muß man suchen, sich einen recht deutlichen Begriff zu machen.

Es

Es sei HGEF der Rahmen des Gemäldes oder überhaupt dessen Umfang, welcher ein Rechteck bildet, von dessen Seiten zwei wagerecht und zwei lothrecht stehen. Verlängere in Gedanken die Ebene des Gemäldes bis zur Erdfläche, wie auch die lothrechten Ränder HF und GE, so schneiden beide Ebenen einander in CD, und es ist CD die eigentliche Erdlinie oder Grundlinie, oder Fundamentallinie des Gemäldes. Einige geben diesen Namen dem Rande EF des Gemäldes; dieses scheinet mir aber nicht dem mathematischen Sprachgebrauche angemessen zu sein. Jedoch werden wir weiter unten sehen, daß EF zwar nicht als die wirkliche aber doch als eine eingebildete Erd- oder Grund-Linien angesehen werden kann.

Es sei nun A der Ort des Auges. Ziehe durch die Ecken der Tafel die geraden Linien AHN, AGO, AFK, AEI; oder wenn die Tafel keine Ecken hat, so ziehe dergleichen Linien durch einige Punkte des Umfanges: dann ist gewiß, daß alle zwischen diesen Linien gelegenen Gegenstände auf der Tafel abgebildet werden können, weil man sie aus A durch die Tafel sehen könnte, wenn diese durchsichtig wäre. Jedoch verstehet es sich von selbst, daß wo ein näherer Gegenstand einen entfernteren decket oder davor liegt, dieser aus dem Gemälde ganz wegbleibet.

Gesetzt die aus A durch den untersten Rand EF, den wir jetzt gerade und wagerecht annehmen, gezogene gerade Linien, treffen die Erdebene in I und K. Ziehe IK, so können im Vordergrunde oder am Rande EF des Gemäldes nicht mehr Gegenstände vorgestellet werden, als die Original-Linie IK in sich begreift. Diese IK ist also die vordere Breite des Feldes oder die Linie des Vorgrundes.

Die Linien AK und AI könnten zwar verlängert werden, sie würden aber alsdann in die Erde hinein gehen;

gehen; hier trift schon der Fall ein, daß die nähere Erdtheile bei IK die entfernteren unter der Erdfläche liegenden bedecken.

Errichte KM lothrecht bis an die AN, und IL bis an die AO. Ziehe LM, so begreift das Parallelogram IKMLI das ganze Feld des Gemäldes für den Vordergrund; nämlich es kann im Vordergrunde, das ist hart an der EF kein Gegenstand abgebildet werden der breiter sei als IK, und höher als KM. Wenn also in der Linie IK eine Reihe von Bäumen stünde, welche alle die Höhe IL oder KM hätten, so würden im Gemälde ihre Füße in der EF und die Gipfel in der GH liegen.

Dieses hindert aber nicht zwischen den Gegenständen, die sich im Rechteck KL befinden durch zu sehen, und noch entferntere zu erblicken und abzubilden. Ziehe AB lothrecht bis zur Erde. Aus B durch K und I ziehe BP und BQ; so kann das Auge, es sei in B oder in A, oder irgend wo in der AB, jenseits des Rechtecks genau so viel von der Erdfläche erblicken, als zwischen den geraden Linien KP und IQ enthalten ist. Wegen der Undurchsichtigkeit der Erde also wird das Feld unten nicht durch die verlängerten AK und AI, sondern durch die verlängerten BK und BI, die in der Erdfläche liegen, begränzet.

Aus allem diesen erhellet, daß das Feld, welches ganz vorne nicht mehr begreift als das Parallelogram KL, sich in der Ferne immer weiter und weiter ausdehnet, und den ganzen Raum begreift der zwischen den Linien MN, LO, IQ, KP begriffen ist.

Zwar ist noch ein Raum zwischen der Tafel GF und dem Rechteck LK begriffen; er wird aber nicht mit zum Gesichtsfelde gerechnet, weil man die untersten Theile der darinn enthaltenen Gegenstände nicht sehen und abbilden kann. Wenigstens siehet

es

es immer unnatürlich aus, wenn im Vordergrunde Menschen ohne Füße, und dergleichen Sachen stehen.

§. 5.

Obgleich EF nicht die Erdlinie ist, so kann man sie doch in einem gewissen Sinne als Erdlinie betrachten. Nämlich man gedenke sich eine Ebene *pFEq*, mit der Erdebene PKIQ parallel, und welche durch den untersten Rand des rechteckigten Gemäldes gehet. Man stelle auf dieser Ebene *pFEq* dieselbigen Gegenstände, die auf der PKIQ anzutreffen sind, jedoch so, daß ihre Ausmessungen (Dimensionen) und ihre Entfernungen alle wie KI zu FE verkleinert seien, so wird es gleich viel sein, ob man die wirklichen Gegenstände der Ebene PKIQ oder die verkleinerten der Ebene *pFEq*, aus A betrachtet und auf der Tafel HE abmalet. Denn wenn in Gedanken alle Lichtstralen die von den Gegenständen die in der Ebene PKIQ liegen oder auf derselben stehen, nach dem Verhältnisse wie KI zu FE verkleinert werden, so entstehen in und auf der *pFEq* dieselbigen Figuren wie in und auf PKIQ, es ist der nämliche Fall als wenn diese letzteren mittelst eines Storchschnabels verkleinert würden, dessen unbewegter Punkt in A wäre.

Man kann demnach die Ebene *pFEq* als eine **eingebildete Erdebene**, und EF als eine **eingebildete Erdlinie** betrachten, indem man sich in *pFEq* die verkleinerten Modele der in PKIQ befindlichen Gegenstände vorstellet.

Ferner, wenn man *pFEq* verlängert, so schneidet sie die Linie AB in *b*, dann ist A*b* die **verjüngte Höhe des Auges**.

Dieses alles gilt nur von Gemälden, die unten einen geraden horizontalen Rand haben. Jedoch kann man es auch auf andere anwenden, wenn man

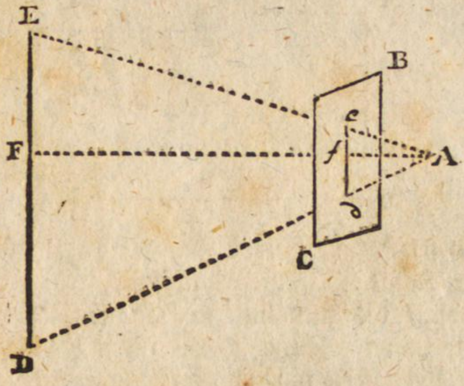
sie

sie als Stücke von solchen betrachtet, die unten einen geraden horizontalen Rand gehabt haben, und wenn man in Gedanken die eingebildete Erdlinie durch den niedrigsten Punkt des Gemäldes ziehet.

§. 6.

Wenn man eine Gegend oder einen großen, aus vielen Theilen bestehenden Gegenstand, wie z. B. einen Pallast, perspektivisch vorstellen will, so muß man vor allen Dingen ausfindig machen in welcher gegenseitigen Lage der Gegenstand, die Tafel und das Auge angenommen werden können. Zu diesem Behufe muß man sich mit den folgenden Verhältnissen bekannt machen.

1) **Die Höhe oder die Breite eines Gegenstandes in der Natur verhält sich zu seiner Höhe oder Breite im Gemälde, wie sich die Entfernung des Gegenstandes vom Auge verhält zur Entfernung der Tafel vom Auge oder zum Hauptstral.**



Es sei A der Ort des Auges, BC die Tafel, DE die Höhe eines Gegenstandes, so ist *de* seine Höhe im Gemälde

mälde. AF, horizontal gezogen, ist die Entfernung des Gegenstandes vom Auge, A*f* die Entfernung der Tafel vom Auge oder der Hauptstral. Nun ist in den ähnlichen Dreiecken AED, A*ed*,

$$DE : de :: AD : Ad$$

und ferner ist in den ähnlichen Dreiecken AFD, A*fd*,

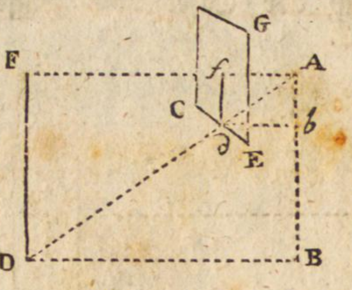
$$AD : Ad :: AF : Af$$

Aus diesen beiden Gleichverhältnissen folget, daß

DE : ~~De~~ de :: AF : A*f*

welches unser Lehrsatz ist. Wenn von der Breite die Rede ist, so ist der Beweis der nämliche; nur muß man sich die Figur nicht aufrecht stehend, sondern horizontal liegend gedenken; so daß DE die horizontale Breite eines Gegenstandes vorstelle.

II) **Die Entfernung vom Auge bis zu den nächsten im Vorgrunde abzubildenden Gegenständen, verhält sich zum Hauptstrale wie die wirkliche Höhe des Auges zur verjüngten.**



Es sei A das Auge, GC die Tafel, CE deren unterster Rand, A*f* der Hauptstral, *fd* eine in der Tafel von *f* bis zum untersten Rande CE gezogene lothrechte Linie. Ziehe in Gedanken A*d* und verlängere sie, bis daß sie in D die Erdfläche erreichet. Nun sei in D ein lothrechter Gegenstand DF der oben bis zur Verlängerung der A*f* reichet, so ist wegen der ähnlichen Dreiecke AFD, A*fd*,

AF:

$$AF : Af :: DF : df.$$

Mittelst der Seiten AF und FD vollende das Parallelogramm FB, so lieget DB in der Erdfläche und es ist AB die Höhe des Auges; diese AB ist gleich der DF, also ist auch DF die Höhe des Auges. Vollende ebenfalls mittelst der Seiten *Af*, *fd* das Parallelogramm *fb*, und gedenke dir eine Ebene durch EC und *db*, so ist diese die eingebildete Erd-Ebene, und A*b* ist die verjüngt Höhe des Auges; sie ist gleich der *fd*. AF ist die Entfernung vom Auge A bis zum nächsten im Vorgrunde stehenden Gegenstande DF, und A*f* ist der Hauptstral. Wenn man also statt der Linien AF, A*f*, DF, *df* in der obigen Proporzion ihre jetzt angeführten Bedeutungen setzet, so bekömmt man unsern Lehrsatz. d. h. $AF : Af = AB : Ab = DF : df$

Wenn im Vorgrunde vor dem Auge eben kein hoher Gegenstand stehet, so kann man sich einen solchen daselbst gedenken, und den Lehrsatz auf ihn anwenden.

III) **Die Höhen und Breiten der im Vorgrunde befindlichen Gegenstände verhalten sich zu den Höhen und Breiten ihrer Abbildungen, wie die wirkliche Höhe des Auges zur verjüngten.**

Denn aus dem ersten Lehrsatze folget, daß die Höhe oder Breite eines im Vorgrunde befindlichen Gegenstandes sich zur Höhe oder Breite seiner Abbildung verhält, wie die Entfernung des wirklichen Vorgrundes selbst sich zum Hauptstral verhält, oder wie die Entfernung vom Auge bis zum nächsten im Vorgrunde befindlichen Gegenstande sich verhält zum Hauptstrale; das ist, vermöge des zweiten Lehrsatzes, wie die wirkliche Höhe des Auges zur verjüngten.

§. 7.

Mittelst der eben bewiesenen Lehrsätze, läßt sich nun die gegenseitige Lage der Gegenstände, der Tafel und des Auges auf folgende Art anordnen.

Gesetzt es sei gegeben die Höhe und die Breite der Tafel, der Hauptstral, wie auch die Höhe und Breite der Gegenstände die im Vorgrunde stehen sollen, so fragt sichs fürs Erste, wie weit man das Auge vom Vorgrunde abstehend annehmen muß, damit das Gemälde die im Vorgrunde befindlichen Gegenstände fassen könne. Diese Frage ist schon durch den ersten Lehrsatz des vorigen Paragraphs beantwortet; man darf nur in der dortigen Figur DE für die Höhe oder Breite der Gegenstände und *ed* für die ganze Höhe oder Breite der Tafel annehmen, so läßt sich folgende Proporzion festsetzen:

Wie die Höhe oder Breite des Gemäldes sich verhält zur Höhe oder Breite der Gegenstände des Vorgrundes, so verhält sich der Hauptstral, zur Entfernung des Auges von den gedachten Gegenständen. Man muß diese Entfernug sowohl für die Höhe als auch für die Breite der Tafel suchen; und die größte von beiden Bestimmungen nehmen; sonst möchte die Tafel nicht breit genug seyn, wenn man bloß auf die Höhe gerechnet, oder nicht hoch genug, wenn man bloß auf die Breite gerechnet hätte.

Wenn die Entfernung AF einmal bestimmt ist, so weiß man auch, **daß die Ausmessungen der Gegenstände des Vorgrundes sich zu den Ausmessungen ihrer Bilder verhalten, wie** AF **zu** A*f*, **das ist, wie die Entfernung der Gegenstände von Auge, zum Hauptstrale,** welches ebenfalls aus dem ersten Lehrsatze des vorigen Paragraphs folget.

Dar-

Daraus folget ferner, daß die Bilder auf der Tafel um desto kleiner werden, je weiter die Entfernung des Auges vom wirklichen Vorgrunde angenommen wird. Und darum eben sagten wir kurz vorher, es müsse von den beiden Bestimmungen der Entfernung die größte genommen werden, weil sie die kleinsten Bilder giebt, die also um desto eher Platz auf der Tafel finden.

Um das Gesagte durch ein Beispiel zu erläutern, so wollen wir eine Tafel annehmen, die $1\frac{1}{2}$ Fuß breit und 1 Fuß hoch sei, der Hauptstral sei 10 Zoll oder $\frac{5}{6}$ Fuß. Man wolle auf dieser Tafel Gegenstände abbilden, die im Vorgrunde eine Breite von 100 Fuß einnehmen und wovon der höchste, ebenfalls in Vorgrunde, 55 Fuß habe. Es sei x die verlangte Entfernung.

Erstlich sage man, was die Höhe betrift

$$1 : 55 :: \tfrac{5}{6} : x$$

so kommt $x = 46$ Fuß ohngefehr. Ferner sage man, was die Breite betrifft

$$1\tfrac{1}{2} : 100 :: \tfrac{5}{6} ; x$$

und man erhält

$$x = 56 \text{ Fuß ohngefähr.}$$

Also muß man wenigstens 56 Fuß zum besagten Abstande annehmen, wenn die ganze Breite im Vorgrunde des Gemäldes Platz finden soll. Dann wird auch die Höhe gewiß Platz finden: den sie fand schon Platz bei einer Entfernung von 46 Fuß, da doch die Bilder größer werden mußten, als bei 56 Fuß.

Wenn nun 56 Fuß zur Entfernung angenommen werden, so verhalten sich die Ausmessungen der Gegenstände im Vorgrunde zu den Ausmessungen ihrer Bilder, wie 56 zu $\frac{5}{6}$ oder wie 336 zu 5 oder wie 67 zu 1, das heißt 1 Fuß im Gemälde stellet 67 Fuß in der Natur vor. Dieses ist zugleich ohngefähr das

Verhältniß von 100 zu $1\frac{1}{2}$, nämlich das Verhältniß der natürlichen Breite des Vorgrundes zur abgebildeten.

Mittelst des zweiten Lehrsatzes im vorhergehenden Paragraph folget nun, daß sich auch die wirkliche Höhe des Auges in unserem Exempel zur verjüngten verhält wie 67 zn 1. Gesetzt also, es werden angenommen man betrachte den Gegenstand, aus einer Höhe von 25 Fuß, so sage man $67 : 1 :: 25 : x$, daher $x = \frac{25}{67}$ Fuß $= 4\frac{1}{2}$ Zoll ungefähr; also muß der Gesichtspunkt auf der Tafel um $4\frac{1}{2}$ Zoll vom untersten Rande abstehen.

Noch bleibet übrig die Lage des Augenpunktes genauer zu bestimmen. Wir haben eben jetzt gesehen wie die Entfernung desselben vom untersten Rande der Tafel gefunden wird, nämlich mittelst der Proprozion: **Wie die Entfernung der nächsten Gegenstände des Vorgrundes, sich verhält zum Hauptstral, so verhält sich die wirkliche Höhe des Auges zur verjüngten, das ist, zur Höhe des Augenpunkts über dem untersten Rande des Gemäldes.**

Ziehet man in der gefundenen Höhe auf der Tafel eine gerade Linie mit dem untersten Rande gleichlaufend, so ist dieses der Horizont des Gemäldes (§. 3.) und der Angenpunkt liegt in demselben.

Nun muß man noch ferner wissen, ob das Auge mitten vor dem Vorgrunde stehen soll, oder ob es mehr rechts oder links befindlich sein soll. Im ersten Falle halbiret man die Horizontallinie des Gemäldes, so ist in ihrer Mitte der Augenpunkt, und wenn man durch denselben eine gerade Linie, gegen den schon gezogenen Horizont senkrecht, durch die ganze Tafel ziehet, so ist dieses die Vertikal-Linie der Tafel.

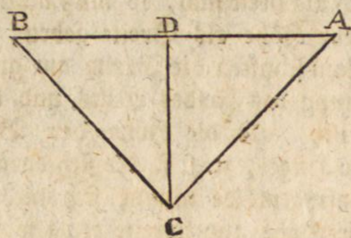
Soll aber das Auge mehr rechts oder links stehen, so muß man wissen um wie viel es von der Mitte des Vorderdergrundes rechts oder links abstehen soll; diese Quantität wird nach derselbigen Proporzion verkleinert wie die Höbe des Auges, und dann aus der Mitte der Horizontallinie auf derselben rechts oder links, nachdem es vorgeschrieben ist, aufgetragen. Durch den dadurch bestimmten Punkt, welcher der Augenpunkt ist, ziehet man eine Linie gegen die Horizontallinien senkrecht, so hat man die Vertikallinie.

§. 8.

Im vorhergehenden Paragraph wurden als bekannt angenommen die Höhe und Breite der Tafel, und der Hauptstral; es wurde auch die Lage des Augenpunktes in Betrachtung der Rände des Gemäldes willkürlich bestimmt. Alle diese gegebenen oder angenommene Größen verdienen einige besondere Betrachtungen.

I) Was die Höhe und Breite der Tafel betrift, so ist sehr willkürlich, oder vielmehr richtet sie sich nach den Umständen. Will man Gegenstände vorstellen die mehr hoch als breit sind, so muß man freilich dem Gemälde mehr Höhe als Breite geben; gemeiniglich aber ist bei Landschaften die Breite am größten, weil die Ausdehnung des Feldes rechts und links viel beträchtlicher ist, als die Höhe der Bäume, der Thürme, der Hügel, u. s. f. die sich darauf befinden. Ein Landschaftsgemälde nimmt sich nicht übel aus, wenn sich die Höhe zur Breite etwa wie 2 zu 3 verhält; jedoch läßt sich hierüber nichts Allgemeines vorschreiben. Die absolute Größe kann noch weniger vorgeschrieben werden; sie hänget ab von der Willkühr des Malers, von der Menge der abzubildenden Gegenstände, von der Größe die man den Bildern geben will, von dem Orte wo das Gemälde angebracht werden soll. Es giebt Landschafts-Gemälde, welche ganze Wände einnehmen, und andern die nicht so groß, als die flache Hand sind. Diejenigen, welche zur Zierde der Zimmer an die Wände gehänget werden, sind selten über 3 Fuß breit und 2 Fuß hoch, meistens sind sie kleiner.

II) Die Größe des Hauptstrals oder die Entfernung des Auges von der Tafel ist etwas mehr bestimmt, als die Ausmessungen der Tafel selbst, und folget zum Theil aus diesen. Nämlich, das Auge muß von der Tafel entfernet genug sein, um sie mit einem Blicke übersehen zu können. Nun lehret die Erfahrung, daß das menschliche Auge einen Winkel von höchstens 90 Graden mit einmal übersehen kann. Also muß der Ort des Auges so angenommen werden, daß die Stralen die von den äussersten Ecken des Gemäldes ins Auge kommen, einen Winkel von höchstens 90 Graden machen. Dieses wird man erhalten, wenn man die Diagonal-Linie der Tafel mißt, und die Hälfte davon zum Hauptstrale annimmt. Denn es sei AB



diese Diagonal-Linie, und das Auge stehe in C vor der Mitte D derselben, in einer Entfernung $DC = \frac{1}{2} AB = AD = BD$, so ist im rechtwinkeligen Dreiecke ADC, $AD = DC$, folglich $\angle ACD = 45$ Grad, eben so ist $\angle BCD = 45$ Grad, also $\angle ABD$
$\angle ACB$ $= 90^{g}$. Wenn das Auge nicht gerade vor der Mitte der Diagonal-Linie stehet, so wird der Winkel ACB kleiner

kleiner als 90 Grad, welches aber eher zuträglich, als schädlich ist. Es ist wahr, daß man an den Gränzen des Winkels von 90 Graden nicht recht deutlich siehet; aber man muß auch bedenken, daß in den obersten Ecken des Gemäldes selten etwas merkwürdiges zu sehen ist; der Vorgrund, der die merkwürdigsten Gegenstände zu enthalten pfleget, ist nicht so breit als die Diagonal-Linie, und wird folglich unter einem merklich kleineren Winkel gesehen. Jedoch hindert nichts den Hauptstral größer als die halbe Diogonal-Linie anzunehmen. Denn größer kann er überhaupt sein, aber nicht kleiner.

Man pflegt im Durchschnitte anzunehmen, daß man in der Entfernung von 8 Zoll am deutlichsten siehet; also müssen Gemälde, welche sehr fein sind, und genau betrachtet werden sollen, nicht mehr als 16 Zoll in der Diagonal-Linie haben, welches ohngefähr 13 Zoll Breite und 9 Zoll Höhe giebt. Gemälde bei welchen eine größere Entfernung des Auges angenommen wird, können schon etwas gröbere Züge haben. Bei Wandgemälden wird der Gesichtspunkt ohngefähr mitten in der Stube angenommen, also weit über die Gränzen des deutlichen Sehens; folglich wäre hier eine sehr feine Ausarbeitung überflüssig. Bei Theater-Dekorazionen ist der Gesichtspunkt ohngefähr mitten im Parterre, und auch die nächsten Zuschauer sind ziemlich weit von den Kulissen, die noch dazu bloß bei Lichte gesehen werden; hier wird also noch weniger Feinheit in den Zügen erfordert. An den Enden der Lustgänge in Gärten werden öfters perspektivische Malereien angebracht; diese sind zwar bestimmt schon vom entferntesten Ende des Lustganges betrachtet zu werden; indessen da man ihnen auch sehr nahe kommen kann, so müssen sie doch nicht zu grob gemalet werden; der Gesichtspunkt kann ohngefähr in der Mitte des Lustganges angenommen werden, oder wenn dieser sehr lang ist, in einer unendlichen Entfernug: dann malet man nach der militärischen Perspektive, von welcher am gehörigen Orte geredet werden soll.

III) Es ist nicht genug den Hauptstral, oder die Entfernung des Auges vom Gemälde zu bestimmen; es muß noch festgesetzet werden, wie hoch, und wie weit rechts oder links das Auge stehen soll.

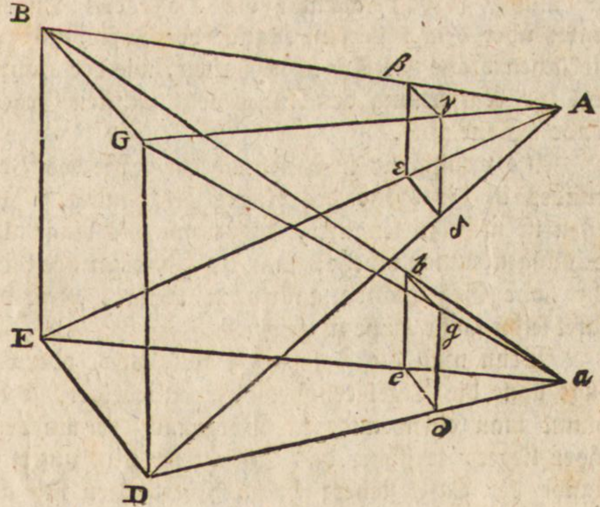
Die Höhe des Auges muß der Maler oder Zeichner nach den Umständen bestimmen. Wenn im Gesichtsfelde viele Gegenstände hinter einander liegen, und wenn man will, daß sie alle deutlich erscheinen, so muß der Gesichtspunkt in einer beträchtlichen Höhe angenommen werden, in der Voraussetzung, daß die Gegend von einem Thurme herab betrachtet worden sei. Sogar wird in einigen Fällen, hauptsächlich bei Grundrissen, angenommen, daß der Zuschauer gerade über dem Gegenstande, z. E. in einem Luftball, schwebet. Dieses nennet man vogelsichtig zeichnen (à vue d'oiseau).

Wenn Gebäude gezeichnet werden sollen, so pfleget man den Gesichtspunkt in einer Höhe von 18 bis 30 Fuß anzunehmen; in der Voraussetzung, daß der Zuschauer sich im zweiten oder dritten Stockwerke eines andern Gebäudes befindet.

Wenn man sonst keine Ursache hat den Gesichtspunkt in einer beträchtlichen Höhe anzunehmen, so bestimmet man diese Höhe zu 5 oder $5\frac{1}{2}$ Fuß, weil dies die gewöhnliche Höhe der menschlichen Augen über der Erdfläche ist, und man also gewohnt ist, die Gegenstäude aus dieser Höhe zu betrachten. Unter 5 Fuß schickt es sich wohl nicht, die Höhe des Auges anzunehmen.

Bei der Willkürlichkeit der Augenhöhe möchte die Frage entstehen, ob sie nichts zur Vergrößerung oder

oder Verkleinerung des Gesichtsfeldes beitrage? Nämlich es wurde angenommen, daß die Entfernung des Auges vom Gegenstande und von der Tafel so festgesetzet worden sei, daß die Tafel genau die abzubildenden Gegenstände fassen könne. Nun fragt sichs aber: ist es dabei gleich viel, ob man die Höhe des Auges groß oder klein annehme? Ich antworte, ja, wenigstens in Betreff des Vorgrundes.



Es sei GBEDC die vertikale Ebene, die durch die Linie DE des Vordergrundes gehet. Es sei das Auge in A, die Tafel in $\gamma\beta\varepsilon\delta\gamma$, so daß sie genau den Raum GBEDG fassen könne. Nun werde das Auge in *a* herunter gebracht, doch so daß es in derselbigen Entfernung wie vorher von der Ebene BD bleibe. Es werde auch die Tafel $\gamma\beta\varepsilon\delta$ herunter gebracht in *gbedg*, so daß sie ebenfalls in derselbigen Entfernung von der Ebene BD bleibe, so sage ich, es braucht die Tafel in *gbedg* weder größer noch kleiner zu sein als in $\gamma\beta\varepsilon\delta\gamma$, um die Abbildung des Raumes GBEDG zu fassen. Denn es sind GBEDGA und GBEDG*a* zwei Pyramiden von gleicher Grundfläche GBED und von gleicher Höhe; sie werden auch in gleichen Höhen mit der gemeinsamen Grundfläche parallel geschnitten, woraus folget, daß die Schnitte $\gamma\beta\varepsilon\delta$, *gbed* einander gleich sind. Hierbei verstehet sich, daß die Tafel zugleich mit dem Auge auf oder niederwärts gerücket werden muß, so daß allemal die Höhe des Augenpunkts über dem untersten Rande der Tafel, sich zur wirklichen Höhe des Auges verhalten, wie der Hauptstral zur Entfernung des Auges vom nächsten Gegenstande (Seite 20.).

Also wenigstens in Ansehung der größe des Vorgrundes ist die Höhe des Auges gleichgültig. Indessen ist nicht zu leugnen, daß wenn das Auge alzu hoch angenommen würde, man im Hintergrunde keine sehr hohe Gegenstände anbringen könnte, ohne der Tafel selbst mehr Höhe zu geben.

Wenn man die Tafel ohne das Auge, oder das Auge ohne die Tafel erhöhet oder erniedriget, so bekömmt man einen anderen Vorgrund der um desto näher lieget, je höher das Auge über dem untersten Rande der Tafel stehet; dadurch verändern sich alle Verhältnisse, und man bekommt überhaupt ein anderes Gemälde.

Außer der Höhe des Auges kommt noch seine Lage rechts oder links oder in der Mitte in Betrachtung. In den allermeisten Fällen stellet man sich vor die Mitte zwischen den rechten und den linken Rand des Gemäldes um es zu betrachten; also ist es auch am schicklichsten den Gesichtspunkt ebenfalls vor der Mitte zwischen der rechten und linken Seite des Vorgrundes anzunehmen. Indessen kann es doch Fälle geben, da sich die Gegenstände besser ausnehmen,

wenn

wenn der Gesichtspunkt mehr rechts oder links ist, oder da die bestimmte Stelle wo das Gemälde angebracht werden soll, so liegt, daß man sich nicht ohne Unbequemlichkeit mitten davor stellen kann; oder da man, wenn man nach der Natur malet, keinen bequemen Platz finden kann um sich mitten vor den Vorgrund zu stellen, mit dem man dennoch will, daß die Tafel parallel sei. In allen diesen Fällen ist es erlaubt den Gesichtspunkt und folglich den Augenpunkt mehr oder weniger rechter oder linker Hand in der Horizontal-Linie anzunehmen. Wenn bei dieser Versetzung des Auges nur die Tafel gehörig mit beweget wird, so bleibet die größe des Vorgrundes unverändert; dieses wird ganz wie oben (Seite 25.) bewiesen. Dabei muß allemal die Tafel so gestellet werden, daß die **Entfernung des Augenpunktes von der Mitte der Horizontallinie sich zur entsprechenden Entfernung in der Natur verhalte, wie der Hauptstral zur Entfernung des Auges vom Vorgrunde.**

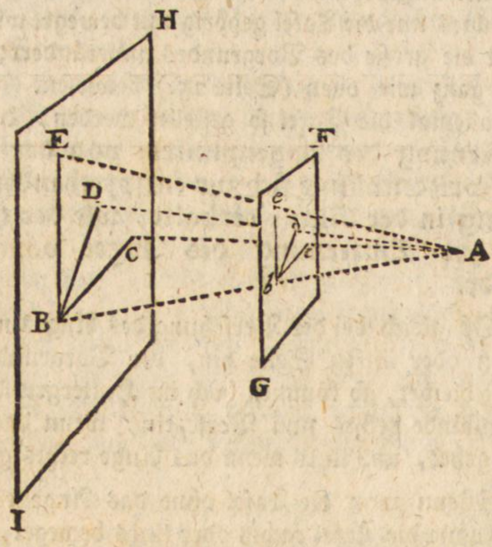
Ob gleich bei der Versetzung des Auges nach der rechten oder linken Seite hin, der Vorgrund unverändert bleibet, so kommen doch im Hintergrunde mehr Gegenstände rechts zum Vorschein, wenn das Auge links gehet, und links wenn das Auge rechts gehet.

Wenn man die Tafel ohne das Auge oder das Auge ohne die Tafel rechts oder links beweget, so verändert sich auch der Vorgrund und man bekömmt ein anderes Gemälde.

§. 9.

Die Ausübung der Perspektive wird sehr erleichtert, wenn man sich vorher mit einigen allgemeinen Regeln und Lehrsätzen bekannt machet, welche in in vielen Fällen anwendbar sind. Dergleichen sind folgende.

I) Wenn eine gerade Original-Linie mit der Ebene der Tafel parallel ist, so bekömmt ihre Abbildung auf der Tafel dieselbige Lage gegen den Horizont, die das Original hat; nämlich wenn die Original-Linie horizontal ist, so wird die Abbildung auch horizontal; wenn die Linie vertikal ist, so wird die Abbildung vertikal; wenn die Linie einen Winkel von so und soviel Graden mit dem Horizonte machet, so hat die Abbildung dieselbige Neigung.



Es sei CB eine horizontale Linie, mit der Tafel FG parallel. Man gedenke sich durch CB eine lothrechte Ebene HI, also mit der Tafel FG parallel. Es wird demnach die Ebene ABC durch zwei parallele Ebenen FG und HI geschnitten. Folglich sind CB und *cb* parallel; da nun CB horizontal lst, so ist auch *cb* horizonral.

Es

Es sei BE eine lothrechte Linie. Lege durch dieselbe die Ebene HI mit FG parallel, so wird auf dieselbige Art bewiesen, daß *be* mit BE parallel und folglich lothrecht ist.

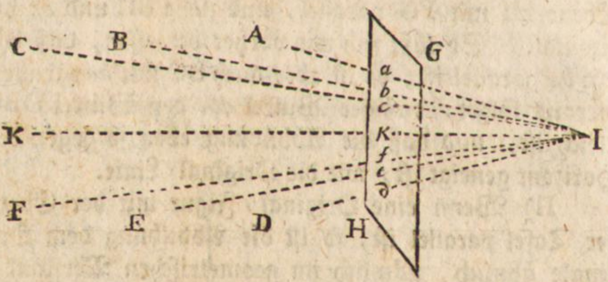
Es sei die Linie BD gegen den Horizont geneigt, aber mit FG parallel. Lege durch BD eine Ebene HI mit FG parallel, und ziehe BC und *bc* horizontal. So läßt sich wie vorher beweisen, daß BD mit *bd* parallel ist; es ist aber auch BC mit *bc* parallel; hieraus folget, daß der Winkel *dbc* den Winkel DBC gleich ist, und daß die Abbildung eben so gegen den Horizont geneigt ist, wie die Original-Linie.

II) Wenn eine Original-Figur mit der Ebene der Tafel parallel ist, so ist die Abbildung dem Originale ähnlich, nämlich im geometrischen Verstande. Denn es folget aus dem eben jetzt vorgetragenen Lehrsätze, daß im angenommenen Falle die Linien der Abbildung eben so gegen den Horizont geneigt sind als die Linien des Originals, folglich entstehen im Bilde dieselbigen Winkel, wie im Original. Ferner da alle Linien des Originals gleich weit von der Tafel und vom Auge entfernet sind, so werden sie auch nach einerlei Proporzion verkleinert. Folglich verhalten sich die Linien des Gemäldes unter sich, wie die zustimmenden Linien des Originals. Dieses ist nun alles was zur geometrischen Aehnlichkeit gehöret, nämlich Gleichheit der Winkel und gleiches Verhältniß der Linien. Wenn die Figur krumlinicht ist, so muß man sie sich aus unendlich vielen geraden bestehend vorstellen; und dann wird die geometrische Aehnlichkeit auf dieselbige Art bewiesen.

III) Die perspektivische Abbildung eines vielflächigen Körpers entstehet aus den perspektivischen Abbildungen seiner Flächen, so viele deren aus dem Gesichtspunkte gesehen werden können.

IV) Wenn

IV) Wenn verschiedene Punkte, in gleicher Höhe, aber alle niedriger als das Auge stehen, so kommen in der Abbildung die entfernteren höher zu stehen, die näheren aber weiter herunter; mit den Punkten die höher als das Auge befindlich sind, ist es gerade umgekehrt.



Es sei GH die Tafel, IK der verlängerte Hauptstral; A, B, C seien drei Punkte über demselben; D, E, F aber drei Punkte unter demselben, so daß übrigens die drei ersteren sich in gleicher Höhe befinden, und ebenfalls die drei letzteren. Wenn man aus dem Gesichtspunkte I gerade Linien nach allen bemeldeten Punkten hinziehet, so zeiget der bloße Anblick der Figur, daß die Abbildungen *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* so liegen, wie es im Lehrsatze gesaget worden.

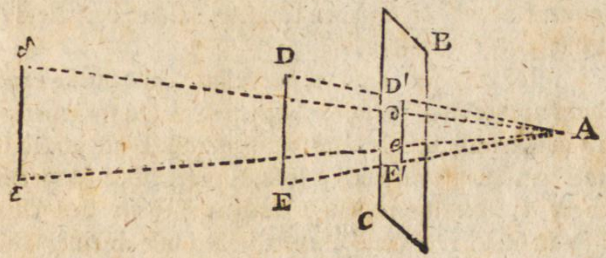
Hieraus folget zugleich, daß bei einer Landschaft, welche eine Ebene vorstellet die sich in der Ferne verlieret, oder ein Meer von unabsehbarer Größe, die Linie, welche in der Abbildung den Himmel von der Erde oder vom Meere scheidet, in die Horizontallinie des Gemäldes fällt. Denn man siehet in der Figur, daß die Winkel DIK, EIK, FIK immer kleiner und kleiner werden, je weiter die Punkte D, E, F vom Auge abliegen. Zuletzt, und für die entferntesten Gegenstände wird der Winkel FIK so klein, daß er nicht

mehr

mehr zu merken ist, und der Punkt *f* fällt auf *k*, oder doch so nahe dabei, daß es unmöglich ist *f* von *k* zu unterscheiden; also kann mit Recht angenommen werden, daß die letzten am Horizonte sichtbaren Gegenstände in der Horizontallinie der Tafel erscheinen, und daß also der natürliche Horizont hier mit dem Horizonte des Malers zusammen fällt.

V) Alle in der Höhe des Auges befindlichen Punkte, fallen in der Abbildung in die Horizontallinie des Gemäldes, und wenn sich ein Punkt *k* in dem verlängerten Hauptstrale befindet, so ist seine Abbildung im Augenpunkte *k*. Dieses alles ist klar genug, wenn man bedenket, daß man vom Gesichtspunkte aus durch den Augenpunkt nichts anders sehen kann, als was im verlängerten Hauptstrale lieget, und durch die Horizontallinie des Gemäldes nichts anders als was mit ihr und dem Auge gleiche Höhe hat, wo bei die Durchsichtbarkeit des Gemäldes angenommen wird.

VI) Die Abbildnngen der Gegenstände werden desto kleiner, je weiter die Gegenstände hinter der Tafel befindlich sind.



Denn es seien zwei Gegenstände DE, δε von gleicher Größe in verschiedenen Entfernungen von der Tafel BC und dem Auge A, so ist klar, daß die Abbildung

bildung *de* des entfernteren Gegenstandes *δε*, kleiner ausfällt als die Abbildung D′E′ des größeren Gegenstandes DE.

VII) Eine gerade Linie die in der Höhe des Auges, das heißt in der Horizontal-Ebene des Malers lieget, wird im Gemälde allemal horizontal, wenn sie auch nicht mit der Ebene der Tafel parallel ist; denn ihre Punkte können nicht anders, als in die Horizontal-Linie der Tafel fallen (Seite 31.).

VIII) Jede horizontale Linie die nicht mit der Erdlinie parallel ist und nicht in der Horizontal-Ebene des Malers lieget, gehet im Bilde auf oder abwärts, in gerader oder in schiefer Richtung nach den Umständen; nämlich, wenn die Linie niedriger lieget, als der Gesichtspunkt, so kömmt die Abbildung ihres entfernteren Theiles am höchsten zu stehen, wenn sie aber höher als das Auge lieget, so ist es umgekehrt (Seite 30.).

IX) Wenn eine Linie in der Vertikal-Ebene des Gemäldes (Seite 8.) lieget, wie sie gegen die Ebene der Tafel geneigt sein mag, so ist ihre Abbildung dennoch eine Vertikal-Linie, weil überhaupt alle Punkte die in der Vertikal-Ebene liegen, nicht anders abgebildet werden können, als in der Vertikal-Linie des Gemäldes.

X) Wenn eine ebene Figur, indem sie in Gedanken verlängert wird, durch das Auge gehet, so kann sie nicht anders als eine gerade Linie abgebildet werden, weil nur von ihr diejenigen Punkte gesehen werden, die ihren Rand nach der Seite des Auges hin ausmachen; diese Punkte liegen alle in einer Ebene die zum Auge hinzielet; diese Ebene wird durch die Tafel in einer geraden Linie geschnitten, und in diese gerade Linie fallen alle Abbildungen der Punkte des bemeldeten Randes.

XI) Eine

XI) Eine gerade Linie deren Verlängerung durch das Auge gehet, kann nicht anders, als wie ein Punkt abgebildet werden: denn man siehet von ihr weiter nichts, als denjenigen Endpunkt, der dem Auge am nächsten ist. Sonst ist die perspektivische Vorstellung einer geraden Linie allemal gerade, nie krumm, nämlich auf einer ebenen Tafel. Denn die Lichtstralen, welche von einer geraden Linie zum Auge gelangen, sobald nur das Auge nicht in der Verlängerung der Linie lieget, bilden ein ebenes Dreieck; und die Vorstellung der Original-Linie ist eigentlich der Durchschnitt der Ebene der Tafel mit der Ebene des gedachten Dreiecks, also wiederum eine gerade Linie.

XII) Wenn parallele Linien zugleich mit der Ebene der Tafel parallel sind, so sind ihr Abbildungen unter einander parallel. Denn im angenommenen Falle sind die Abbildungen gegen den Horizont eben so geneiget, wie die Original-Linien selbst (S. 28.), folglich haben auch die Abbildungen unter sich dieselbige Lage wie die Originale; wenn also diese parallel sind, so sind es auch jene. Folglich werden parallele Horizontal- oder Vertikal-Linien durch eben dergleichen Linien vorgestellet.

XIII) Wenn parallele Linien nicht zugleich mit der Tafel parallel sind, so begegnen sich ihre Abbildungen, genugsam verlängert, in irgend einem Punkte; und dieser Punkt ist derjenige, wo die (nöthigenfalls verlängerte) Tafel geschnitten wird, mittelst einer geraden Linie, die durch das Auge gehet, und die mit den Original-Linien parallel ist.

Man nehme anfänglich zwei gerade Linien an, die einen Winkel bilden, dessen Spitze von der Tafel entfernter ist, als dessen Oefnung; so ist wohl klar, daß die perspektivischen Vorstellungen dieser Linien sich auch irgendwo in der Tafel begegnen müssen, und daß der perspektivische Begegnungspunkt da befindlich ist, wo die Tafel von einer geraden Linie geschnitten wird, welche vom Auge bis zum objektiven Begegnungspunkte gehet. Wenn nun die objektiven Linien parallel sind, so ist ihr Begegnungspunkt in einer unendliche Ferne, und die Linie die aus dem Auge dahin gehet, ist mit den beiden objektiven Linien parallel; welches unseren Satz beweiset.

Wenn die Original-Linien mit der Tafel parallel sind, so ist folglich die gedachte Linie, die aus dem Auge kommt, mit der Tafel parallel, und schneidet sie in einer unendlichen Entfernung; dahin zielen also auch die Abbildungen, und werden folglich parallel, welches den vorhergehenden Satz auf eine andere Art beweiset.

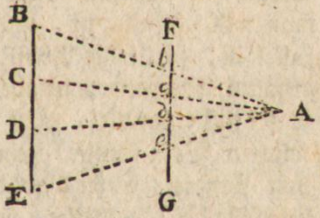
XIV) Wenn parallele Linien horizontal und zugleich gegen die Ebene der Tafel senkrecht, oder mit dem Hauptstrale parallel sind, so müssen ihre Abbildungen, genugsam verlängert, in dem Augenpunkte der Tafel zusammen treffen. Denn hier ist der Hauptstral die aus dem Auge gehende Linie, wovon im Beweise des vorigen Satzes geredet wurde; dieser Hauptstral ist mit den angenommenen Linien parallel, und er schneidet die Tafel im Augenpunkte, wodurch unser Satz bewiesen wird.

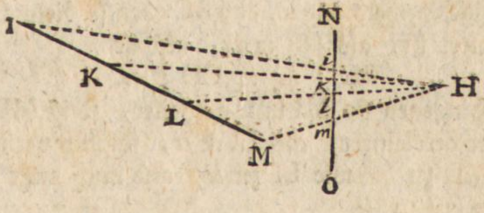
XV) Wenn parallele Linien zugleich horizontal sind, sie mögen übrigens senkrecht oder schief gegen die Tafel gelegen sein, so begegnen ihre Abbildungen genugsam verlängert, allemal in der Horizontal-Linie der Tafel.

Denn in diesem Falle bleibet die bewußte Linie, die durch das Auge parallel mit den Original-Linien gehet, ihrer ganzen Länge nach in der Höhe des Auges; sie muß folglich durch die Horizontal-Linie der Tafel gehen, welche in der Höhe des Auges stehet.

XVI) Wenn

XVI) Wenn eine gerade Linie mit der Ebene der Tafel parallel ist, und wenn sie in gleiche Theile zerleget ist, so sind auch die Theile der Abbildung gleich. Wenn aber die Original-Linie nicht mit der Tafel parallel ist, so geben ihre gleiche Theile nicht gleiche Theile in der Abbildung.





Es sei die Linie BE mit der Tafel FG parallel, und in drei gleiche Theile BC, CD, DE getheilet; A sei der Gesichtspunkt, so ist

$$BC : bc :: AB : Ab$$
$$BD : bd :: AB : Ab$$
$$BE : be :: AB : Ab.$$

Daher

$$BC : BD : BE :: bc : bd : be$$

woraus erhellet, daß die Abbildung *be* nach demselbigen Verhältnisse getheilet ist, wie das Original BE, also ebenfalls in gleiche Theile.

Hingegen sei MI gegen die Tafel NO schief gestellet, und ebenfalls in gleiche Theile ML, LK, KI zerleget; H sei der Gesichtspunkt, so ist der Theil LK entfernter, als ML, folglich ist die Abbildung *lk* kleiner, als *lm* (S. 31.). Desgleichen ist der Theil KI entferter, als ML und LK, folglich ist die Abbildung *ki* kleiner, als *ml* und *lk*. Denn die entfernteren Theile können, als entferntere Gegenstände betrachtet werden.

XVII) Wenn eine Original-Linie nach welchem Verhältnisse man will getheilet ist, und wenn sei mit der Tafel parallel ist, so ist die Abbildung nach dem nämlichen Verhältnisse getheilet; ist aber die Original-Linie mit der Tafel nicht parallel, so ist das Bild nicht nach dem nämlichen Verhältnisse getheilet, wie das Original. Zum Beispiel, es sei die BE bei dem vorhergehenden Lehrsatze bei C getheilet, so ist ihr Bild *be* bei *c* getheilet, und es ist BC : CD :: *bc cd*; denn der vorige Beweis zeiget, daß BC eben so vielmal in *bc* verkleinert ist, als CE in *ce*, also ist

$$BC : bc :: CE : ce.$$

Hingegen sie MI in L getheilet, so ist ML in *ml* weniger verkleinert, als LI in *li*, folglich verhält sich nicht ML zu *ml* wie LI zu *li*, also auch nicht ML zu LI wie *ml* zu *li*.

XVIII) Gleiche gerade Linien in gleichen Entfernungen hinter der Tafel und mit derselben parallel gestellet, haben gleiche Abbildungen. Man braucht nur die gleichen Original-Linien, als Seiten irgend eines Vielecks zu betrachten, welches mit der Ebene der Tafel parallel ist, so ist klar, daß die entsprechenden Seiten der Abbildung auch gleich werden (S. 29.).

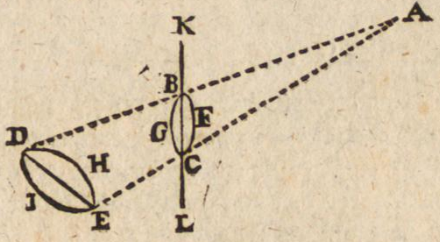
Hieraus folget zugleich, daß die Abbildung einer und derselben geraden Linien immer die nämliche Größe behält, sie mag gestellet sein wie man will, wenn sie nur mit der Tafel parallel ist, und wenn sie in derselbigen Entfernung von ihr bleibet.

XIX) Ein Kreis, welcher mit der Ebene der Tafel parallel ist, hat einen Kreis zur Abbildung, hingegen ein Kreis, welcher mit der Ebene der Tafel nicht parallel ist, muß länglichtrund wie eine Ellipse abgebildet werden.

Man darf nur den Lichtkegel betrachten, der vom Originalkreise bis zum Auge gehet, indem er den Kreis zur Grundfläche und seine Spitze im Auge hat. Die Tafel schneidet diesen Kegel, und nach den Regeln der Geometrie, ist der Durchschnitt ein Kreis oder eine Ellipse, je nachdem der Schnitt mit der Grundfläche parallel oder gegen dieselbe schief geschiehet.

Die Lage der großen und der kleinen Axe der Ellipse sind nicht leicht durch eine allgemeine Regel zu bestimmen. Wenn der Kreis horizontal lieget, und nicht zu weit vom Augenpunkte entfernet ist, so ist in der Abbildung die große Axe ohngefähr horizontal und die kleine Vertikal. Die eigentliche Abbildung des Kreises wird zur gehörigen Zeit gelehret werden.

Ich habe zwar gesaget die Abbildung eines mit der Tafel nicht parallelen Kreises sei eine Ellipse, und so verhält sich es auch in den allermeisten Fällen. Indessen ist die Regel doch nicht ohne alle Ausnahme.



Es sei KL die Vertikal-Linie] der Tafel, A das Auge, HI ein Kreis, dessen Durchmesser DE

 in

in einer Ebene mit KL und A lieget, und dessen Fläche die verlängerte Fläche der Tafel horizontal schneidet. Ziehe in Gedanken AD, AE, welche Linien die KL in B und C schneiden. Gesetzet nun es treffe sich, daß ∠ABC = ∠AED oder ∠ACB = ∠ADE, so wird der Durchschnitt FG des Kegels EAD oder die Abbildung des Kreises HI wiederum ein Kreis. Dieses läßt sich geometrisch beweisen, wie auch im ersten Theile meiner Astronomie (Seite 159.) geschehen ist. Indessen ist dieser Fall äusserst selten. Es ist doch aber gut, daß man die Möglichkeit desselben kenne; sonst möchte man sich beim perspektivischen Zeichnen sehr wundern, wenn es sich einmal träfe, daß man zur Abbildung eines schief liegenden Kreises, wiederum einen Kreis erhielte.

XX) Ein reguläres Vieleck, wenn es nicht mit der Ebene der Tafel parallel ist, verschiebet sich in der Abbildung ohngefähr auf dieselbige Art wie ein Kreis, indem es sich in einer Richtung verlängert und in der entgegengesetzten verkürzet.

Denn man darf sich nur den umgeschriebenen Kreis hinzudenken; so wird man leicht einsehen, daß dieser nicht verzogen werden könne, ohne daß das Vieleck an dessen Veränderungen Theil nehme.

§. 10.

Wenn man ein schon fertiges Gemälde vor sich hat, entweder um es bloß zum Vergnügen anzuschauen, oder um es kunstmäßig zu beurtheilen, so muß man vor allen Dingen den wahren Gesichtspunkt ausfindig machen, wo man das Auge hinstellen soll.

Die Hauptsache kommt darauf an, daß man die Horizontallinie des Malers treffe. Dazu dienet der

Strich auf der Tafel, welcher Himmel und Erde oder Himmel und Wasser scheidet (Seite 30.); und wenn auch Gebirge und andere hohe Gegenstände den Horizont bedecken, so wird doch wohl irgend ein Theil desselben, wäre es auch nur in einem Winkel des Gemäldes, sichtbar sein: wenigstens sollte der Maler dafür sorgen, daß sein Horizont nicht gar zu schwer zu treffen sei; er verlieret am meisten dabei, wenn man den Gesichtspunkt seines Gemäldes nicht finden kann. Ist also nur ein kleiner Theil des Horizonts sichtbar, so ziehet man in Gedanken die ganze Horizontallinie durch denselben, mit dem untersten Rande der Tafel parallel.

Der Augenpunkt ist in den allermeisten Fällen in der Mitte der Horizontallinie.

Nun stelle man sich eine gerade Linie gegen das Gemälde senkrecht und durch den Augenpunkt gehend vor. Man gebe ihr zur Länge die Diagonallinie des Gemäldes, so wird man ohngefähr den Gesichtspunkt haben. Siehet das Gemälde aus diesen Punkte zu grob aus, so muß man das Auge noch weiter entfernen, bis daß man die Stelle getroffen hat, wo es am meisten täuschet.

Beim Aufhängen der Gemälde ist zu beobachten, daß sie eigentlich so hoch gestellet werden müssen, daß das Auge des Zuschauers sich ohngefähr dem Augenpunkte gegen über befinde. Also müßte dieser nicht viel höher als 5 Fuß über dem Fußboden stehen. Indessen in einen Zimmer, welches eine Sammlung von Gemälden enthält, läßt der Raum eine solche Genauigkeit nicht allemal zu; in diesem Falle macht man wie man kann, und nicht wie es eigentlich sein müßte. Porträtte von einzelnen Personen haben billiger Weise ihren Gesichtspunkt in der Höhe der Augen des gemalten Kopfes, weil die Augen des Zuschauers so hoch zu sein pflegen als die Augen der angeschaueten Person. Indessen kömmt es hier auf den Gesichtspunkt nicht so genau an als bei einer Landschaft, und überhaupt kann man Gemälde, welche einzelne Figuren vorstellen mit dem wenigsten Nachtheil an jedem leeren Platze anbringen.

Zur Auffindung der Horizontallinie des Malers, und des Gesichtspunktes kann man sich noch folgende Bemerkungen zu Nutze machen.

Wenn eine Original-Ebene schief gegen die Tafel stehet, wenn in dieser Ebene eine horizontale Linie lieget, und wenn diese im Gemälde auch Horizontal abgebildet ist, so giebt sie zugleich die Horizontallinie der Tafel, kraft des VIIten Lehrsatzes (Seite 32.). Dieses ist vorzüglich auf die Gesimse der Gebäude anzuwenden, im Falle, wo die Mauer selbst einen Winkel mit der Tafel machet, das Gesimse aber ganz horizontal gemalet ist.

Wenn eine Linie in der Natur gegen den Horizont geneigt ist, und dennoch im Gemälde lothrecht erscheinet, so lieget sie in der Vertikallinie des Gemäldes, und der Augenpunkt befindet sich in ihr oder in ihrer Verlängerung (Siehe den IXten Lehrsatz, Seite 32.). Dieses ist auf die schrägen Linien anwendbar, wodurch die Giebel der Dächer begränzet werden.

Wenn man weiß, daß eine Ebene gegen die Tafel senkrecht stehet, und sie wird nur durch eine gerade Linie abgebildet, so lieget der Augenpunkt in dieser Linie oder in ihrer Verlängerung (Siehe den Xten Lehrsatz, Seite 32.). Dieses ist auf die Seitenmauern der Gebäude anwendbar.

Wenn ein Gegenstand, vou dem man weiß, daß er die Gestalt einer geraden Linie hat, und daß er gegen die Tafel senkrecht stehet, nur wie ein Pnnkt abgebildet ist, so ist dieser Punkt der Augenpunkt selbst. (Siehe den XIten Lehrsatz, Seite 33.)

Wenn man weiß, daß in der Natur gewisse gerade Linien parallel, und gegen die Tafel senkrecht sind, so ist der Augenpunkt da wo sich die Verlängerungen ihrer Abbildungen begegnen. (Lehrsatz XIV. Seite 34.).

Wenn man weiß, daß gerade Linien in der Natur parallel und horizontal sind, so begegnen sie sich in der Abbildung, wenn man sie verlängert, in einen Punkte, der in der Horizontallinie des Malers lieget, (Lehrsatz XV. Seite 34.).

Wenn zwei aufrechte Gegenstände in der Natur gleich groß, im Gemälde aber von verschiedener Größe sind, und wenn beide auf der Erdfläche stehen, so ziehe man in Gedanken auf dem Gemälde zwei gerade Linien, die eine durch die untersten Enden der Gegenstände und die andere durch die obersten. Beide Linien, wenn man sie verlängert, begegnen einander in der Horizontallinie des Gemäldes; denn sie sind beide horizontal und parallel, und dieser Fall ist im Grunde mit den vorhergehenden einerlei. Man kann diese Vorschrift auf zwei menschliche Figuren anwenden, sobald man sie von gleicher Größe annehmen darf.

Gesetzt es wären im ganzen Gemälde keine Anzeigen der Horizontallinie und des Gesichtspunktes ausfindig zu machen, so nehme man die Horizontallinie so an, daß sie vom oberen Rande des Gemäldes mehr entfernet sei als vom unteren, so zum Exempel, daß ihr Abstand vom unteren Rande $\frac{1}{3}$ der ganzen

Höhe des Gemäldes betrage, denn auf diese Art sind die meisten Landschaften gezeichnet; den Augenpunkt nehme man in der Mitte der angenommenen Linie, und man entferne das Auge so viel als nöthig ist um daß die Bilder eine Art von Täuschung verursachen.

Es giebt Gemälde, die allen Regeln der Perspektive zuwider gezeichnet sind, und für welche man vergebens den Gesichtspunkt suchen würde; sie sehen schlecht aus, man mag sie betrachten aus welchem Punkte man will. Sie beweisen entweder die Unwissenheit oder die Nachlässigkeit ihrer Urheber.

Zweites Hauptstück.

Von der geometrischen Perspektive.

§. 1.

Wir haben schon gesaget, daß ein großer Unterschied sei zwischen der Farben = Perspektive und der mathematischen Perspektive, und daß diese mancherlei Mittel in sich begreift, wodurch die Lagen, Größen und Entfernungen der abzubildenden Gegenstände auf der Tafel des Malers so vorgestellet werden können, daß daraus die möglichst größte Täuschung entstehe. Die mathematische Perspektive kann wiederum eingetheilet werden in die mechanische, die geometrische und die vermischte. Die mechanische Perspektive bestehet im Gebrauche gewisser Vorrichtungen und Instrumente, mittelst welcher man ohne sonderliche Wissenschaft, und durch bloße Handgriffe perspektivische Gemälde verfertigen kann. Von der Art sind die Methoden, welche in 2ten Paragraph des ersten Hauptstückes angeführet worden sind. Diese Art der Perspektive verdienet

dienet allerdings mathematisch genannt zu werden, theils weil sie eine mathematische Richtigkeit gewähret, theils weil die Hülfsmittel die sie gebrauchet in die Mechanik, welche ein Theil der Mathematik ist, einschlagen. Die **geometrische** Perspektive beruhet bloß und allein auf den Grundsätzen der Geometrie, und bedienet sich bei der Ausübung keiner andern Instrumente als des Lineals und des Zirkels, ohne welche sich keine geometrische Figuren zeichnen lassen. Sie ist zwar etwas weitläuftig und umständlich in ihren Verrichtungen; dagegen aber erhält man durch dieselbe richtige Einsichten, und bestimmte Kunstregeln, die man aus mechanischen Handgriffen nicht abstrahiren kann. Die **vermischte Perspektive** ist nichts anders als die geometrische selbst, in so fern man zum Gebrauche des Lineals und des Zirkels noch einige bequeme Instrumente oder Zubereitungen hinzufüget, wodurch die geometrischen Zeichnungen erleichtert werden.

Gegenwärtiges Hauptstück wird die Lehren der bloßen und reinen geometrischen Perspektive enthalten.

Bei der geometrischen Perspektive ist es allemal am besten, daß man statt der wirklichen Erdfläche die eingebildete, statt der wirklichen Grundlinie ebenfalls die eingebildete, und statt der wirklichen Höhe des Auges die verjüngte gebrauche (H. I. §. 5.). Indessen bleibet der Hauptstral allemal unverjüngt, nur werden wir ihn in den Exempeln, wegen Mangel des Raumes meistens sehr klein annehmen müssen, welches der Leser zu entschuldigen gebeten wird.

Noch ist zu merken, daß bei der geometrischen Perspektive, so wie überhaupt bei allen geometrischen Zeichnungen verschiedene Hülfslinien vorkommen, die in der Folge wieder ausgelöschet werden müssen. Man zeichnet sie mit Blei, Kreide, oder sonst einer leicht

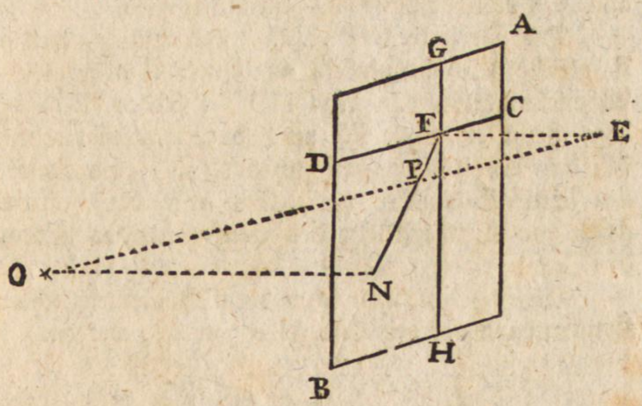
zu

zu vertilgenden Farbe. Es ist auch nicht allemal nöthig, die Hülfslinien ihrer ganzen Länge nach zu ziehen, sondern man legt nur das Lineal an, als wenn man sie ziehen wollte, und begnüget sich denjenigen Theil davon sichtbar zu machen, der zur jedesmaligen Absicht unentbehrlich ist, zum Exempel den Theil der von einer anderen Linie geschnitten wird, und dadurch einen gewissen Punkt bestimmet.

§. 2.

Aufgabe.

Einen gegebenen Punkt perspektivisch und geometrisch auf einer Tafel vorzustellen.



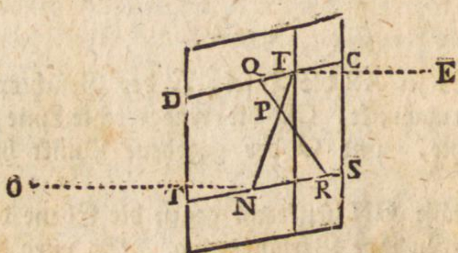
Es sei AB die Tafel, E der Gesichtspunkt, F der Hauptpunkt, CD die waagerechte Linie, GH die lothrechte, und O der gegebene Punkt hinter der Tafel.

Fälle ON senkrecht gegen die Ebene der Tafel, oder gegen ihre Verlängerung. So wird der Punkt N der **Einfallspunkt** genannt. Vom Einfallspunkte N bis

N bis zum Hauptpunkte F ziehe eine gerade Linie, welche in der Ebne der Tafel liegen wird, weil N und F darin liegen. Zugleich lieget N in der Ebne EFNO, worinn die beiden Linien EF, NO liegen, welche beide gegen die Tafel senkrecht und folglich gleichlaufend sind. Ziehe in Gedanken EO durch die Tafel, vom Gesichtspunkte nach dem Gegenstande hin, so schneidet diese die Tafel irgend wo in P, und es ist P der Ort wo der Punkt O vorgestellet werden muß. Nun liegt EO in der Ebne EFNO, weil E und O darinn liegen. Da nun FN auch in dieser Ebne lieget, so schneiden beide Linien einander; und da FN in der Ebne der Tafel ist, so kann sie in keinen andern Punkte von EO geschnitten werden als wo die Tafel selbst geschnitten wird. Es ist also P der Punkt, wo nicht nur die Tafel, sondern
FN auch *EN von der Linie EO geschnitten wird.

Die Dreiecke EFP, ONP sind ähnlich, weil in P gleiche Scheitelwinkel, in E und O aber gleiche Wechselwinkel sind. Also ist EF : ON :: FP : PN. Das heißt die Linie FN muß so geschnitten werden, **daß der Theil am Hauptpunkte sich zum Theile am Einfallspunkte verhalte, wie der Hauptstral zur Entfernung des Gegenstandes hinter der Tafel.**

Dieses Schneiden kann vermittelst einer leichten Konstruckzion auf der Tafel selbst getroffen werden.

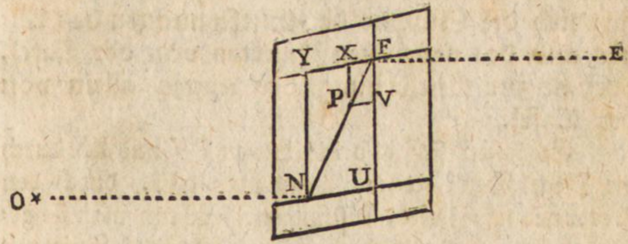


Ziehe

Ziehe durch N eine Linie ST mit CD parallel. Nimm zwei Linien FQ und NR die sich verhalten wie die Entfernungen EF und NO, oder die ihnen jede mit jeder gleich sind, je nachdem es der Platz erlaubet. Trage die erste, welche die EF vorstellet, vom Hauptpunkte F entweder rechts oder links auf die CD, und die andere in entgegengesetzter Richtung vom Einfallspunkte N auf ST. Ziehe QR, so sind die Dreiecke FPQ, NPR ähnlich und es ist FP : PN : : FQ : NR : : EF : NO, welches verlanget war.

Anders.

Die vorhergehende Auflösung ist bei großen Gemälden nicht gut zu gebrauchen. Folgende, welche daraus hergeleitet ist, kann alsdann ihre Stelle vertreten.



Es sei der Punkt P nach der vorhergehenden Methode bestimmet. Ziehe PV horizontal, PX und NY vertikal. Nun ist NU gleich der Entfernung des Gegenstandes O von der vertikalen Ebene, und NY (= UF) ist gleich der Entfernung des Punktes O von der horizontalen Ebene des Malers. Da nun die Lage des Punktes O bekannt ist, so kann man diese beiden Entfernungen, als bekannt annehmen. Alsdann lassen sich daraus die Entfernungen PV und PX von der vertikalen und von der horizontalen Linie der Tafel finden, wodurch

durch die Lage des Punktes P auf eine bequeme Art bestimmt wird:

Es ist nämlich

$$NU : PV :: FN : FP$$

nun ist $PN : FP :: NO : EF$

also $(PN + FP) : FP :: (NO + EF) : EF$

oder $FN : FP :: (NO + EF) : EF$

also

$$NU : PV :: (NO + EF) : EF.$$

Es ist auch

$$NY : PX :: FN : FP$$

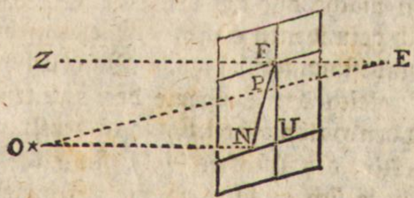
also $NY : PX :: (NO + EF) : EF.$

Man hat also diese allgemeine Regel: **die Entfernung des gegebenen Punktes von der vertikalen (oder der horizontalen) Ebene verhält sich zur Entfernung des perspektivischen Punktes von der horizontalen (oder vertikalen) Linie; wie sich die Summe der Entfernungen des Auges und des gegebenen Punktes von der Tafel, verhält zur Entfernung des Auges allein von der Tafel.**

Es lassen sich also die Linien PV und PX durch die Regel Detri, oder, wenn man will, durch den Proporzional-Zirkel, bestimmen. Wenn man sie gefunden hat, so merke man auf der Vertikal-Linie mit dem gemeinen Zirkel den Punkt V in einer Entfernung $= PX$ vom Punkte F. Man lasse dem Zirkel die Oefnung FV oder PX. Mit einem anderen Zirkel merke man auf der Horizontal-Linie den Punkt X in der Entfernung $FX = PV$ vom Hauptpunkte, und lasse die Oefnung unverändert. Den ersten Zirkel stelle man mit einem Fuße in X, den anderen aber in V, und bringe die beiden übrigen Spitzen an einander, so müssen sie im Punkte P zusammen treffen.

Durch diesen Gebrauch zweier Zirkel vermeidet man die vielen blindgezogenen Linien, welche nicht allemal gut auszulöschen sind. Sonst kann man auch aus X und V mit den Halbmessern FV (= PX) und FX (= PV) Zirkelbögen beschreiben, die sich in P schneiden müssen.

Anders.



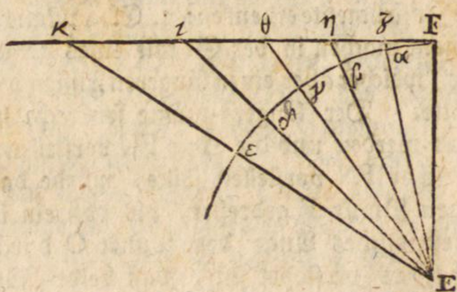
Man verlängere in Gedanken den Hauptstral EF nach Z, und wenn nach der Natur gezeichnet werden soll, so merke man sich den Punkt Z, wohin die verlängerte EF zielet, in der Landschaft oder dem Gegenstande den man abzeichnen will. Soll nun ein anderer Punkt O perspektivisch vorgestellet werden, so stelle man sich eine Ebene vor, die durch EZ und den Punkt O gehet. So machet diese Ebene mit der vertikalen die durch das Auge und durch FU gehet, den Winkel UFN. Um diesen Winkel zu beobachten, ließen sich mancherlei bequeme Instrumente erdenken: z. E. Man könnte ein Instrument machen in der Gestalt eines gewöhnlichen Zirkels, welcher aber einen längeren Fuß und einen kürzeren hätte. Der längere müßte senkrecht in die Erde gesteckt werden und die Linie FU vorstellen; der kürzere, welcher FN vorstellen sollte, würde dann so lange um den Punkt F gedrehet, bis daß ein in der Linie EF befindliches Auge den Punkt O durch FN bedecket sähe: es verstehet sich, daß beide Füße in einer Ebene seine müssen, die mit der künftigen Ebene der Tafel parallel wäre: die Oefnung UFN gäbe nun den verlangten Winkel; und wenn, wie bei einigen Zirkeln gebräuchlich ist, ein Bogen wäre der seinen Mittelpunkt in F hätte, so könnten die Grade auf demselben bemerket und gezählet werden.

Ferner machet die Linie EZ mit EO einen Winkel ZEO, der nicht schwer zu messen ist, und es ist FP = EF . tang ZEO.

Man mache also auf der Tafel den Winkel UFN dem erstlich gefundenen gleich. Dieses giebt die Linie FN von unbestimmter Länge. Man nehme auf derselben FP gleich der Tangente des zweiten Winkels ZEO, für den Halbmesser FE, so ist der Punkt P, als die Perspektive des Punktes O, bestimmt.

Es ließe sich wohl ohne viel Schwierigkeit ein Instrument erdenken, wodurch beide Winkel zugleich oder unmittelbar nach einander beobachtet werden könnten. Diese Methode, welche ich vorschlage, scheinet mir wegen ihrer Einfachheit einige Aufmerksamkeit zu verdienen.

Wenn man mehrere Punkte durch die zuletzt angeführte Methode auftragen will, so kann man leicht die Berechnung der Tangenten vermeiden. Denn da sie alle für den Halbmesser EF bestimmet werden müssen, so beschreibe man mit diesem Halbmesser EF einen



Bogen

Bogen $F\varepsilon$ von wenigstens 45 Graden, und theile ihn ein, entweder von Grad zu Grade, oder wenn man keine solche Genauigkeit verlanget, in gleiche Theile von mehreren Graden. Man errichte $F\kappa$ senkrecht auf EF. Durch die Theilungspunkte α, β, γ, δ, ε und den Mittelpunkt E ziehe man die Sekanten $E\zeta$, $E\eta$, $E\theta$, $E\iota$, $E\kappa$; so sind $F\zeta$, $F\eta$, $F\theta$, $F\iota$, $F\kappa$, die Tangenten der Winkel $FE\alpha$, $FE\beta$, $FE\gamma$, $FE\delta$, $FE\varepsilon$, für den Halbmesser EF. Wenn also der Winkel ZEO (vorletzte Fig.) z. E. so viel Grade hat, als hier $FE\beta$, so machet man $FP = F\eta$.

Daß man den Bogen $T\varepsilon$ nicht viel größer, als 45^g zu machen nöthig hat, rühret daher, weil die Tafel nur ohngefähr so viel vorstellen muß, als man mit einem Blicke übersehen kann, und das ganze Gesichtsfeld des Menschen sich ohngefähr auf 90 Grad, also allerseits bis auf 45 Grade von der Gesichtsaxe erstrecket (S. 22.). Indessen hindert nichts, daß man zu anderen Gebräuchen den Bogen $F\varepsilon$ noch größer annehme und die Tangenten bis zum 60ten oder 70ten Grad fortsetze. Eine ähnliche Tangenten-Figur findet man, obgleich mit anderen Anwendungen in Lamberts Perspektive und in den Leçons élémentaires d'Optique par de la Caille. Lambert nennet sie einen **perspektivischen Winkelmesser** oder einen **perspektivischen Transportör.**

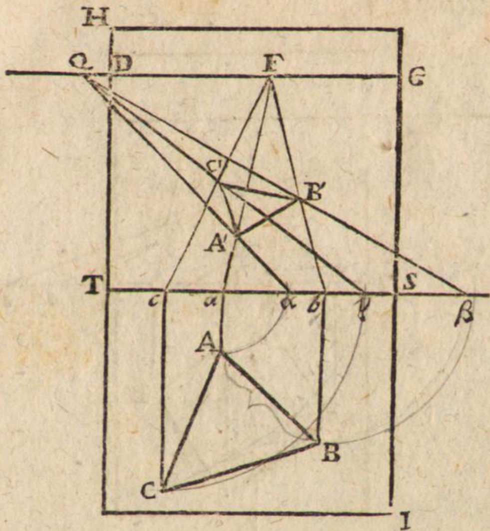
§. 3.

Aufgabe.

Es soll eine auf einer horizontalen Ebene gelegene Figur perspektivisch vorgestellet werden.

Man suche die perspektivischen Vorstellungen der vornehmsten Punkte vermöge einer der Methoden des vorigen Paragraphs, und verbinde die gefundenen Punkte durch gerade Linien, wenn die gegebene Figur geradlinicht ist, oder durch krumme Linien die aus freier Hand gezogen werden, wenn die Figur krummlinicht ist; so ist das Verlangte geschehen. Der Umstand, daß die gegebene Figur auf einer horizontalen Ebene lieget, erleichtert die Ausführung in so fern, daß die Entfernungen aller gegebenen Punkte von der horizontalen Ebene, die durch das Auge gehet, einander gleich sind. Wir wollen uns in den Exempeln an der ersten Methode des vorigen Paragraphs, als an der einfachsten, halten. (Siehe Seite 46.)

Exempel I. Es sei ABC ein auf einer horizontalen Ebene TI liegendes Dreieck. Man bilde sich ein, die Tafel HS sei auf dieser Ebene senkrecht gestellet, so daß sie dieselbe irgendwo in ST schneide, welche ST alsdann die Fundamental-Linie ist, entweder die wirkliche, oder nur die eingebildete. Es sei F der angenommene Hauptpunkt der Tafel, GD die Horizontal-Linie der Tafel, die Entfernung des Auges von der Tafel sei der FQ gleich, und diese werde auf der GD, von F aus, rechts oder links aufgetragen. Um das Verfahren desto besser zu verstehen, muß man sich vorstellen, daß das Auge vor der Tafel in der Entfernug FQ dem Punkte F gegen über stehet, und daß die Ebene TI jenseit der Linie ST hinter der Tafel lieget, so daß sich beide Ebenen wirklich in ST schneiden, der Punkt I aber, in der Entfernung SI hinter Tafel liege. Also muß das Blatt TI, wenn es eine Zeichnung ist, in verkehrter Lage genommen werden, die Figur muß auf der linken Seite desselben nachgezeichnet werden, und dann wird die perspektivische Abbildung die Figur so ausfallen, wie sie von der rechten Seite aussiehet.



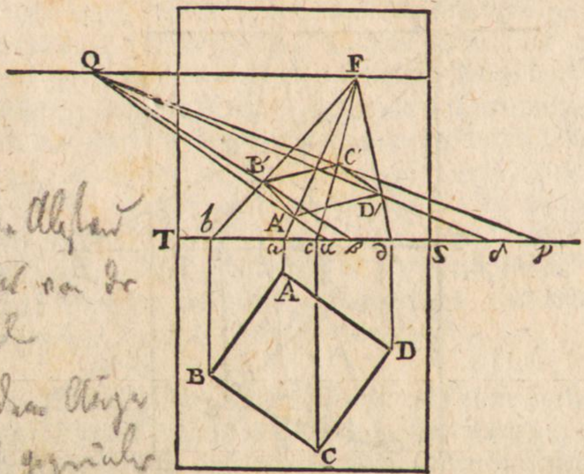
Dieses vorausgesetzet, so fälle Aa senkrecht auf ST. Ziehe Fa, mache $a\alpha$ = Aa. Ziehe Qα, so schneiden beide Linien Fa, und Qα einander in A', und es ist A' die Perspektive des Punktes A, vermöge der ersten Methode des vorigen Paragraphs.

Ziehe Bb senkrecht auf ST, ziehe Fb, mache $b\beta$ = Bb, ziehe Qβ, so kömmt der Punkt B', als die Perspektive des Punktes B, zum Vorschein.

Ziehe Cc senkrecht auf ST, ziehe Fc, mache $c\gamma$ = Cc. Ziehe Qγ, so ergiebt sich der Punkt C' als die perspektivische Vorstellung des Punkts C.

Ziehe A'B', B'C', C'A', so ist das Dreieck A'B'C' die perspektivische Vorstellung des Dreiecks ABC, für die gegebene Lage des Gegenstandes, der Tafel und des Auges, die Umkehrung des ABC vorausgesetzt.

Exempel II.



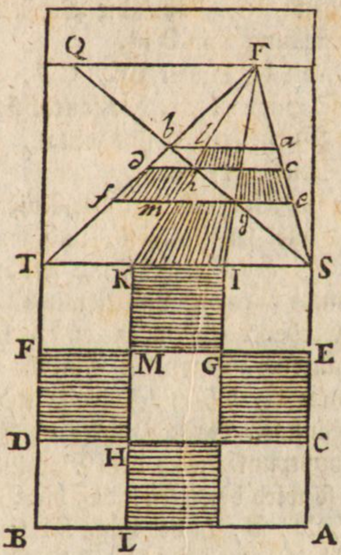
QF ist der Abstand des Auges von der Tafel
F ist der dem Auge senkrecht gegenüber liegende Punkt

Es sei ABCD ein Viereck. Ziehe Aa, Bb, Cc, Dd senkrecht auf ST, ziehe Fa, Fb, Fc, Fd. Mache $a\alpha$ = Aa, $b\beta$ = Bb, $c\gamma$ = Cc, $d\delta$ = Dd. Ziehe Qα, Qβ, Qγ, Qδ. So bestimmen die Durchschnitte der Linien Fa, Fb, Fc, Fd, mit Qα, Qβ, Qγ, Qδ die Punkte A′, B′, C′, D′, welche man durch gerade Linien verbindet.

Exempel III.

Es soll ein Quadrat, welches in kleinere getheilet ist, wie ein Schachbrett, oder ein Steinpflaster von viereckigten Steinen, perspektivisch abgebildet werden.

Es sei STBAS das gegebene Quadrat oder vielmehr dessen verjüngte Zeichnung, welche wir so liegend annehmen, daß der eine Rand an die eingebildete Fundamental-Linie stößt. F ist der Hauptpunkt, FQ die



die Entfernung des Auges von der Tafel oder der Hauptstral.

Ziehe vom Hauptpunkte F nach den Enden und Abtheilungen der an die Fundamental-Linie stoßenden Seite des gegebenen Quadrats, die Linien FS, FI, FK, FT. Ziehe auch QS. Durch die Punkte *g*, *h*, *b*, wo diese Linie die vorher gezogenen schneidet, ziehe mit ST parallele Linien *ef*, *cd*, *ab* bis an FS und FT, so ist das Trapezium S*ab*T mit seinen Abtheilungen die perspektivische Vorstellung des Quadrats SB und seiner Abtheilungen.

Es ist erstlich leicht einzusehen, daß die perspektivische Vorstellung des Punkts G in *g* ist. Denn um G vorzustellen, muß GI auf ST senkrecht genommen werden; es muß FI gezogen werden; es muß gemacht werden IS = GI; es muß QS gezogen werden, so ist der Durchschnitt *g* der Linien FI und QS die Abbildung von G.

Eben so wird bewiesen, daß *h* die Vorstellung von H und *b* die Vorstellung von B ist.

Ferner, weil die Linien EF, CD, AB mit der Ebene der Tafel parallel und horizontal sind, so müssen auch deren Vorstellungen horizontal, also mit ST parallel sein (Seite 25.).

Weil also die Vorstellungen der Linien EF, CD, AB mit ST parallel sein müssen, und weil sie durch die Punkte *g*, *h*, *b* gehen müssen, so darf man nur durch diese Punkte parallele Linien mit ST ziehen.

Endlich werden diese Parallelen durch die Linien FS, FT begränzet. Denn die Einfalls-Punkte der gegebenen Punkte E, C, A, sind alle in S, und folglich die Vorstellungen dieser Punkte in der Linie FS, welche vom Hauptpunkte nach dem Einfallungs-Punkte gehet. Eben so wird bewiesen, daß die Vorstellungen der Punkte F, D, B, in der Linie FT liegen müssen. Es sind aber E, C, A; F, D, B die Endpunkte der Linien EF, CD, AB; also fallen die Vorstellungen dieser Linien zwischen FS und FT.

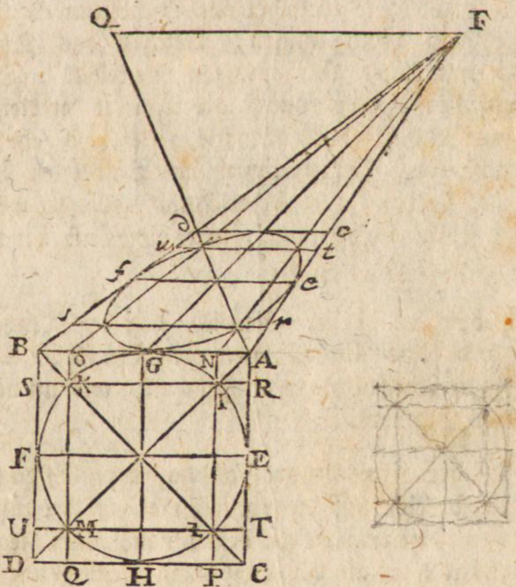
Was die Linien wie KL betrift, welche auf ST senkrecht stehen, so ist aus dem eben jetzt angeführten Grunde leicht zu erachten, daß die in der KL liegenden Eckpunkte M, H, L ihre Vorstellungen in der Linie FK haben müssen; ferner, daß diese Vorstellungen zugleich in den Vorstellungen der Parallelen EF, CD, AB liegen müssen, weil die Original-Punkte, sowohl zu den Parallelen, als zu den senkrechten Linien gehören. Also können die Vorstellungen der Punkte M, H, L nirgend anders liegen, als in *m*, *h*, *l*, wo die Parallelen *ef*, *cd*, *ab*, von der FK geschnitten werden. Um mehrerer Genauigkeit willen, kann man bei der Auflösung die Entfernung FQ noch rechts jenseit des Punktes F auftragen, und vom Ende derselben eine gerade Linie nach T ziehen. Alsdann ist die Lage

jeder

jeder der Parallelen *ef*, *cd*, *ab* durch zwei Punkte gegeben.

Exempel IV. Man soll einen Kreis perspektivisch vorstellen.

Es ist erstlich klar, daß die perspektivische Vorstellung eines Kreises mittelst einer Ellipse geschiehet (S. 37.).



Um nun einige Punkte dieser Ellipse zu finden, bedienet man sich bei kleinen Zirkeln folgender Methode.

Man beschreibet um den Zirkel ein Qundrat ABCD und nimmt an, daß die Tafel über einer Seite des Quadrats errichtet sei. Man ziehet die beiden Diagonalen AD, CB, die beiden Durchmesser EF, GH mit den Seiten des Quadrats parallel, und die Linien NP, OQ, RS, TU durch die Punkte I, K, L, M,

 wo

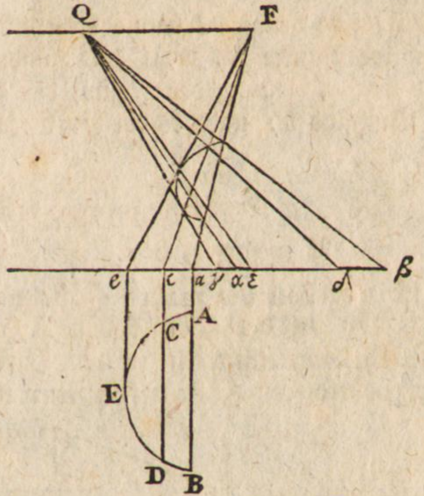
wo der Umkreis von den Diagonalen geschnitten wird, und folglich mit den Seiten des Quadrats parallel.

Aus dem Hauptpunkte F, werden die geraden Linien FA, FN, FG, FO, FB gezogen, und aus Q, welcher Punkt immer die nämliche Bedeutung hat als vorher, die Linie QA, welche die vorigen alle schneidet. Duch die Durchschnitts-Punkte ziehe *rs*, *ef*, *tu*, *cd*, mit AB parallel; so entstehet ein Trapezium A*cd*B mit verschiedenen Abtheilungen, welches das Quadrat ACDB mit seinen Abtheilungen vorstellet. Da der Umkreis des Zirkels durch die Winkel der kleineren Quadrate und Parallelogramme gehet, so gehet auch die Ellipse durch die zustimmenden Winkel der Trapezen, und sie kann aus freier Hand vollendet werden. Es sind 8 Punkte bestimmt, und dieses ist bei einem kleinen Zirkel hinlänglich.

Uebrigens ist der Beweis, daß das Trapezium A*cd*B und seine Abtheilungen dem Quadrate ACDB und seinen Abtheilungen entsprechen, wie im vorhergehenden Exempel.

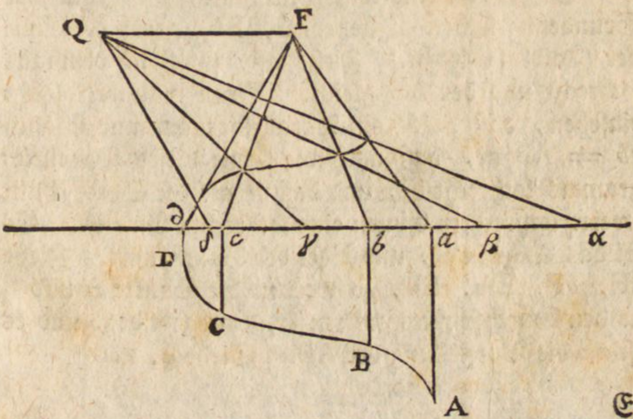
Ist der Kreis zu groß als daß man hoffen könne seine Perspektive auf die vorgeschriebene Art mit hinlänglicher Genauigkeit zu bestimmen, oder liegt der Kreis nicht hart an der Fundamentallinie, wie angenommen worden, so wird es am besten sein in seinem Umfange eine beliebige Anzahl von Punkten zu wählen, jeden insbesondere perspektivisch vorzustellen und dann durch die gefundenen perspektivischen Punkte die Ellipse aus freier Hand zu ziehen. Um die Verwirrung in der Figur zu vermeiden, wollen wir bloß einen Zirkelbogen vornehmen. Ziehe durch willkührliche Stellen des Bogens die Linien BA*a*, DC*c*, E*e* senkrecht gegen die Erdlinie.

Mache



Mache $a\alpha = Aa$, $a\beta = Ba$, $c\gamma = Cc$, $c\delta = Dc$, $e\varepsilon = E\varepsilon$. Ziehe Fa, Fc, Fe; $Q\alpha$, $Q\beta$, $Q\gamma$, $Q\delta$, $Q\varepsilon$, und merke wie gewöhnlich die Durchschnittspunkte. Ziehe durch dieselben eine krumme Linie, welche einen elliptischen Bogen abgeben wird, der den Zirkelbogen AEB perspektivisch vorstellet.

Exempel V.

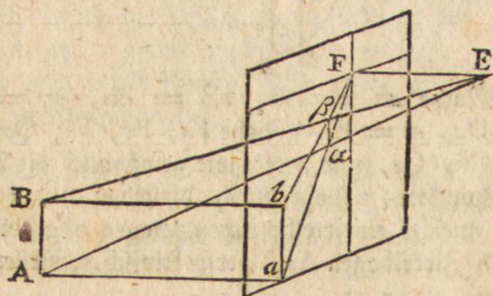


Es sei ABCD eine belibige krumme Linie. Wähle in derselben einige Punkte A, B, C, D, und verrichte das übrige nach Anleitung der Figur, der dabei befindlichen Buchstaben, und des vorigen Exempels.

§. 4.

Aufgabe.

Es ist gegeben die wahre Höhe eines Gegenstandes der auf der Grundebene stehet, wie auch dessen Entfernung hinter der Tafel. Es soll die perspektivische Höhe gefunden werden.



Es sei AB eine lothrechte Linie, welche auf der Grundebne stehet. Ziehe A*a*, B*b*, gegen die Ebne der Tafel senkrecht. Ziehe *ab*, so ist *ab* ebenfalls lothrecht und der AB gleich. Denn man wird leicht einsehen, daß AB*ba* ein Parallelogramm und folglich *ab* = AB ist, daß auch die Ebne dieses Parallelogramms lothrecht ist, und daß *ab* als der Durchschnitt zweier lothrechter Ebnen eine lothrechte Linie ist. Es sei das Auge in E, und F sei der Hauptpunkt. Ziehe *a*F, *b*F, EA, EB, so werden die Punkte A und B in den Durchschnittspunkten *α*, *β* abgebildet, und es ist *αβ* die Vorstellung der AB. Siehe §. 2.

Nun ist (§. 2.)

$$F\alpha : \alpha a :: EF : Aa$$
$$F\beta : \beta b :: EF : Bb$$

da nun $Aa = Bb$, so ist

$$F\alpha : \alpha a :: F\beta : \beta b$$

daher folget, daß $\alpha\beta$, mit ab also auch mit AB parallel und folglich vertikal ist. Also wissen wir schon fürs erste, daß **die perspektivische Vorstellung einer lothrechten Linie wiederum eine lothrechte Linie ist.** (Siehe auch Seite 28.)

Ferner ist

$$ba : \beta\alpha :: Fa : F\alpha$$

Nun ist, wie kurz vorher erinnert worden,

$$\alpha a : F\alpha :: Aa : EF$$

daher $(\alpha a + F\alpha) : F\alpha :: (Aa + EF) : EF$

oder $Fa : F\alpha :: (Aa + EF) : EF$

also $ba : \beta\alpha :: (Aa + EF) : EF$

oder $BA : \beta\alpha :: (Aa + EF) : EF$

das heißt, **die wahre Höhe verhält sich zur perspektivischen, wie die Summe der Entfernungen des Auges und des Gegenstandes von der Tafel zur Entfernung des Auges allein.**

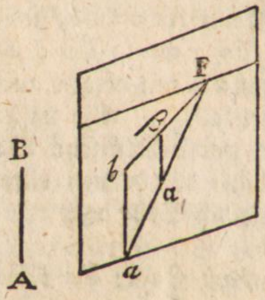
Wenn also eine Höhenlinie AB gegeben ist, so stelle man vor allen Dingen den Fuß A perspektivisch vor in α. Im Punkte α errichte man eine lothrechte Linie $\alpha\beta$ und gebe ihr die Länge, welche heraus kömmt, wenn man in der kurz vorher gefundenen Regel den letzten Satz der Proporzion suchet; so hat man die Perspektive $\alpha\beta$ der lothrechten AB.

§. 5.

Aufgabe.

Es ist gegeben ein Punkt in der Ebne der Tafel; es soll über demselben eine Höhenlinie

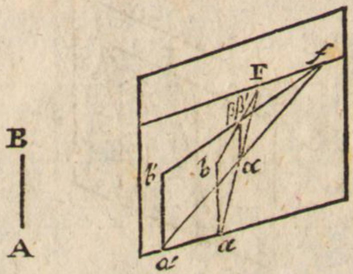
von gegebener Größe perspektivisch vorgestellet werden.



Es sei α der gegebene Punkt auf der Tafel und AB die gegebene wirkliche Höhe. Durch den Hauptpunkt F und den Punkt α ziehe Fαa bis zur Fundamentallinie: in a errichte lothrecht ab = AB. Ziehe Fb; ziehe $\alpha\beta$ lothrecht oder mit ab parallel; so ist $\alpha\beta$ die perspektivische Vorstellung der Höhe AB.

Um dieses zu erkennen, betrachte man die vorletzte Figur (Seite 60.). Der gegebene Punkt a ist allemal die perspektivische Vorstellung eines Punkts A für ein Auge, welches sich in E in derselbigen geraden Linie mit A und α befindet. Die Lage des Punktes α und des Auges E bestimmet die Entfernung Aa, welche es also nicht nöthig ist gegeben zu haben. Sobald nun Aa und AB nebst der Lage des Auges gegeben sind, so ist aus der vorigen Aufgabe zu ersehen, daß die Perspektive der AB wirklich $\alpha\beta$ ist.

Zusatz I. Anstatt des Hauptpunktes F kann man jeden andern Punkt f in der Horizontallinie der Tafel wählen. Denn man lasse alles wie vorher; man ziehe überdem durch f und α die $f\alpha a'$ bis zur Grundlinie, mache $a'b'$ = AB (= ab), ziehe $b'f$ und $\alpha\beta'$ mit



mit $a'b'$ parallel bis zur Begegnung der $b'f$, so ist $\triangle f\alpha F \backsim \triangle aa'\alpha$ wegen der gleichen Scheitelwinkel bei α und der gleichen Wechselwinkel $\alpha F f$, $\alpha a a'$, also ist

$$f\alpha : \alpha a' :: F\alpha : \alpha a$$

$$(f\alpha + \alpha a') : f\alpha :: (F\alpha + \alpha a) : F\alpha$$

$$fa' : f\alpha :: Fa : F\alpha$$

Nun ist

$$fa' : f\alpha :: a'b' : \alpha\beta'$$

$$Fa : F\alpha :: ab : \alpha\beta$$

also

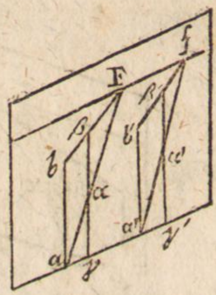
$$a'b' : \alpha\beta' :: ab : \alpha\beta$$

$$a'b' : ab :: \alpha\beta' : \alpha\beta$$

da nun $a'b' = ab$, so ist auch $\alpha\beta' = \alpha\beta$, also daß allemal der Punkt β' auf β fällt, und $\alpha\beta$ einerlei bleibet, man mag welchen Punkt f man will in der horizontalen Linie des Gemäldes wählen.

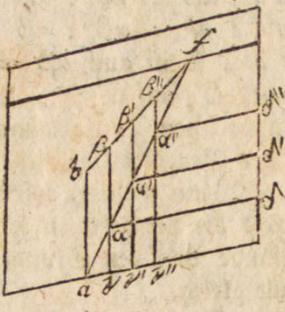
Zusatz II. Wenn mehrere wirkliche Höhen einerlei sind, so sind die perspektiven Höhen, wenn sie in gleichen Abstande von der Grundlinie aufgestellet werden, auch alle gleich.

Es sei α (folg. Fig.) ein gegebener Punkt auf der Tafel, F der Hauptpunkt, ab eine gegebene wirkliche Höhe, so ist vermöge des Vorhergehenden $\alpha\beta$ die perspektivische Höhe. Nimm auf derselbigen Tafel den Punkt α' so daß die Entfernungen $\alpha'\gamma'$ und $\alpha\gamma$ von der Erdlinie gleich



gleich seien. Ziehe durch α' die fa' mit Fa parallel, mache $a'b' = ab$, und lothrecht. Ziehe $b'f$ und $\alpha'\beta'$ mit $a'b'$ parallel, so ist vermöge des vorhergehenden Zusatzes $\alpha'\beta'$ die perspektive Vorstellung der $a'b'$ die der ab gleich gemacht wurde.

Nun ist leicht zu beweisen, daß die Dreiecke woraus die Figuren Fγb, $f\gamma b'$ bestehen ähnlichgleich sind, und folglich $\alpha'\beta' = \alpha\beta$, also daß beide Vorstellungen $\alpha\beta$, $\alpha'\beta'$ derselbigen Höhe gleich sind.



Zusatz III. Es sei ab gleich einer objektiven, oder wirklichen Höhe. Nimm in der horizontalen Linie der Tafel einen Punkt f; ziehe af, bf. Nimm in der af die willkührlichen Punkte α, α', α''. Ziehe lothrecht $\alpha\beta$, $\alpha'\beta'$, $\alpha''\beta''$, und verlängere sie nach γ, γ', γ'', so so sind $\alpha\beta$, $\alpha'\beta'$, $\alpha''\beta''$ die perspektivischen Größen der objektiven Höhe ab, je nachdem der unterste Punkt in den Entfernungen $\alpha\gamma$, $\alpha'\gamma'$, $\alpha''\gamma''$ von der Erdlinie gezeichnet ist, oder je nachdem sich der unterste Punkt in den Linien $\alpha\delta$, $\alpha'\delta'$, $\alpha''\delta''$ befindet, die mit der Erdlinie parallel sind.

§. 6.

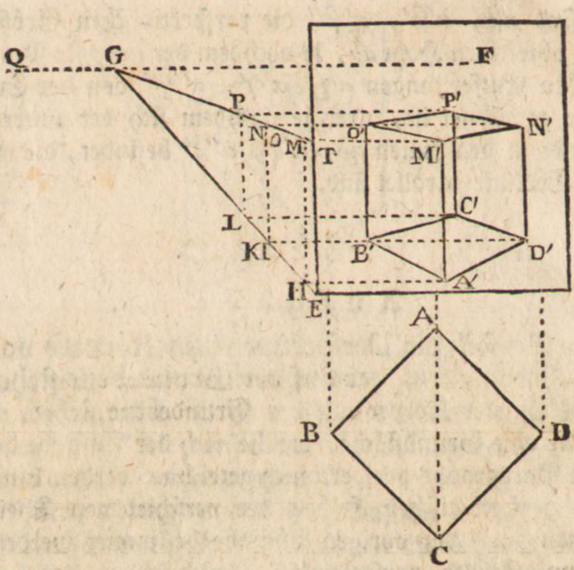
Aufgabe.

Es soll die Perspektive eines Körpers vorgestellet werden, der auf der Grundebene stehet.

Da der Körper auf der Grundebene stehet, so hat er eine Grundfläche, welche nach der Aufgabe des 5ten Paragraphs perspektivisch gezeichnet werden kann. Die perspektivischen Höhen der verschiedenen Theile können nach der vorigen Aufgabe bestimmet werden. Wenn Körper perspektivisch gezeichnet werden, so pfleget man zwar auch diejenigen Linien mitzuzeichnen, welche die hintersten Flächen, die vom Auge abgewandt sind, begränzen, und dieses ist auch nöthig, um die Lage anderer sichtbaren Linien zu bestimmen. Allein man muß jede unsichtbare Linie nur als Hülfslinie betrachten und solche blind ziehen; sie wird nach vollendeter Zeichnung wieder ausgelöschet.

Exempel. I. Es sei ein Würfel perspektivisch zu entwerfen, welcher das Quadrat ABCD zur Grundfläche hat, und wovon eine Ecke dem Auge beinahe zugekehret ist.

Es werde erstlich die Entfernung der Tafel vom Körper, der Hauptpunkt F und die Entfernung FQ des Auges von der Tafel bestimmet. Es werde die Grundfläche ABCD perspektivisch vorgestellet in A′B′C′D′. Wie dieses geschiehet ist schon genugsam bekannt (§. 3.). Ferner errichte man auf der Grund-



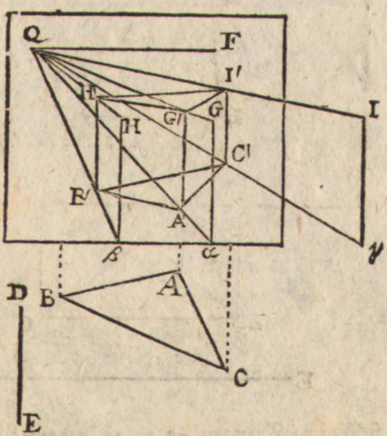
linie des Gemäldes, oder wenn man will auf deren Verlängerung, eine senkrechte Linie ET gleich der Höhe, hier der AB. In der Figur ist sie der Bequemlichkeit wegen am Rande des Gemäldes genommen worden. Man nehme in der horizontalen Linie FQ der Tafel, oder wenn man will in ihrer Verlängerung, einen willkührlichen Punkt G, der nur nicht in der Verlängerung der ET liegen muß. Man ziehe GE und GT, ferner durch die Punkte A′, B′, C′, D′ die Linien A′H, B′K, C′L, D′I mit der Grundlinie parallel, wodurch die Punkte H, I, K, L bestimmet werden. Durch diese ziehe HM, IN, KO, LP lothrecht oder mit ET parallel. Mache die lothrechten Linien A′M′, B′O′, C′P′, D′N′ nach der Ordnung gleich den Linien HM, KO, LP, IN. Verbinde die Punkte M′, O′, P′, N′ durch gerade Linien, die ein Trapezium bilden, so ist die perspektivische Vorstellung des

Würfels

Würfels fertig, welches aus dem 3ten Zusatz des vorhergehenden Paragraphs erhellet.

Durch die abgesonderte Zeichnung des Dreiecks GTE gewinnet man, daß auf der Tafel nicht so viel blinde Linien zu ziehen sind; sonst könnte man auch die Höhenlinien sogleich in der Figur bestimmen, wie aus folgendem Exempel erhellet.

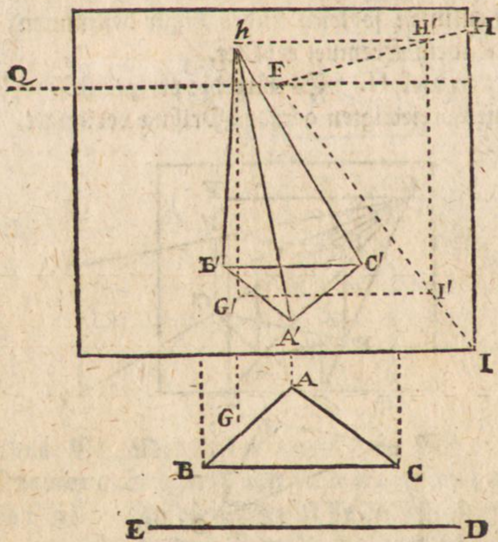
Exempel II. Es wird die perspektivische Zeichnung eines dreieckigten geraden Prisma verlanget, wel-



ches das Dreieck ABC zur Grundfläche, und DE zur Höhe hat. Zeichne erstlich nach den bekannten Methoden (§. 3.) die perspektivische Vorstellung A′B′C′ des Dreiecks ABC. Aus Q ziehe durch A′, B′, C′ die Linien Qα, Qβ, Qγ, oder vielmehr behalte diese Linien, welche schon zur Zeichnung des Dreiecks A′B′C′ gezogen worden. Errichte die lothrechten Linien αG, βH, γI, und mache sie der DE gleich. Ziehe QG, QH, QI; ziehe auch A′G′, B′H′, C′I′, so werden dadurch die Endpunkte G′, H′, I′ der perspektivischen Höhen bestimmet. Ziehe G′H′, I′H′, G′I′ so ist die Zeichnung fertig.

Man konnte ebenfalls die perspektivischen Höhen nach Anleitung des vorigen Exempels bestimmen.

Exempel III.

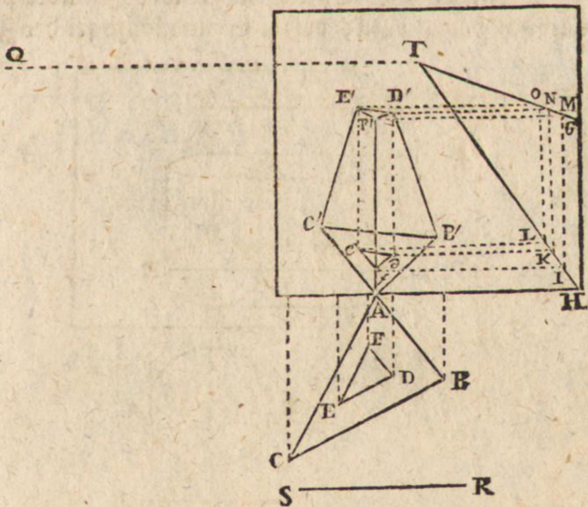


Es soll eine Pyramide gezeichnet werden, welche das Dreieck ABC zur Grundfläche, DE zur Höhe hat, und so geneiget ist, daß die Spitze lothrecht über dem gegebenen Punkte G zu stehen kommt.

Mache die perspektivische Zeichnung A′B′C′ des Dreiecks ABC, wie auch die perspektivische Vorstellung G′ des Punktes G. Auf der Grundlinie errichte die lothrechte IH = DE, welche auch auf dem Rande der Tafel abgestochen werden kann. Aus dem Hauptpunkte F, oder aus einem anderen Punkte der Horizontal-Linie des Gemäldes ziehe FI, FH. Ziehe G′I′ mit der Grundlinie parallel, I′H′ mit IH parallel, H′*h* mit G′I′ parallel, G′*h* mit IH parallel, so wird

wird der Punkt *h* bestimmet, welcher die Spitze der Pyramide vorstellet, und es bleibet nur noch übrig die Linien *h*A′, *h*B′, *h*C′, zu ziehen.

Exempel IV. Es sei eine dreieckigt abgekürzte Pyramide zu zeichnen: deren Höhe sei RS, die Grundfläche sei ABC, die oberste Fläche sei DEF, und

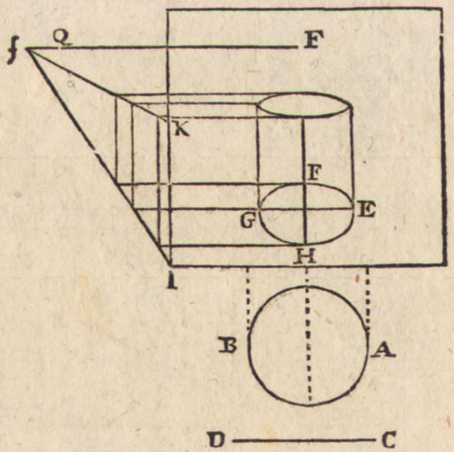


so gestellet, daß deren Projektion auf der Grundfläche ABC solche Lage habe, wie in der Figur; das heißt, wenn man von jedem Punkte des Umfanges der gedachten Fläche senkrechte Linien auf die Grundfläche fallen ließe, so müßte die entstehende Figur eben solche Lage haben, wie hier gezeichnet worden.

Mache die perspektivischen Abbildungen beider Dreiecke ABC, DEF, in AB′C′, *d*, *e*, *f*. Errichte HG = RS senkrecht auf der Grundlinie. Aus dem Hauptpunkt T oder einem andern Punkte der Horizontal-Linie ziehe TH, TG. Ziehe *f*I, *d*K, *c*L alle waagerecht, IM, KN, LO alle lothrecht, MF′, ND′, OE′

OE', wiederum wagerecht; *d*D', *f*F', *e*E' wiederum lothrecht, so werden die Punkte D', E', F' und das Dreieck D'E'F' bestimmt, welches mit *def* ähnlichgleich ist, und das Dreieck DEF perspektivisch vorstellet. Ziehe F'A', D'B', E'C', so ist die Vorstellung fertig.

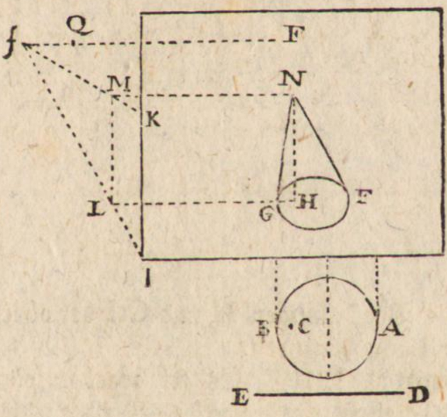
Exempel V. Es sei ein gerader Zylinder perspektivisch vorzustellen; dessen Grundfläche sei der Zir-



kel AB, die Höhe aber = CD. Es sei EFGH die perspektivische Vorstellung des Zirkels AB. Mache IK = CD und lothrecht. Wähle einen Punkt *f* in der horizontalen Linie oder in ihrer Verlängerung. Ziehe *f*K, *f*I; durch einige Punkte E, F, G, H des perspektivischen Zirkels ziehe wagerechte Linien, und bestimme, wie in den vorigen Exempeln, die perspektivischen Höhen, die aus E, F, G, H senkrecht errichtet werden müssen. Ziehe durch die obersten Enden dieser Höhenlinien aus freier Hand eine Ellipse. Ziehe zwei vertikale Linien, welche die Ellipsen beiderseits berühren; so ist die Zeichnung fertig.

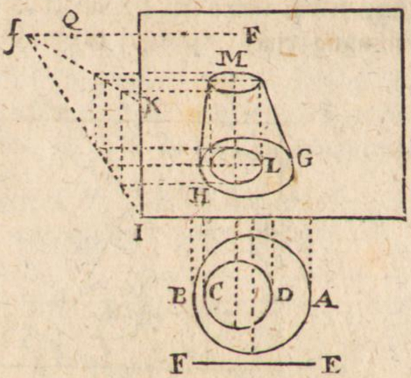
Exem-

Exempel VI. Es sei verlanget die perspektivische Zeichnung eines Kegels, dessen Grundfläche



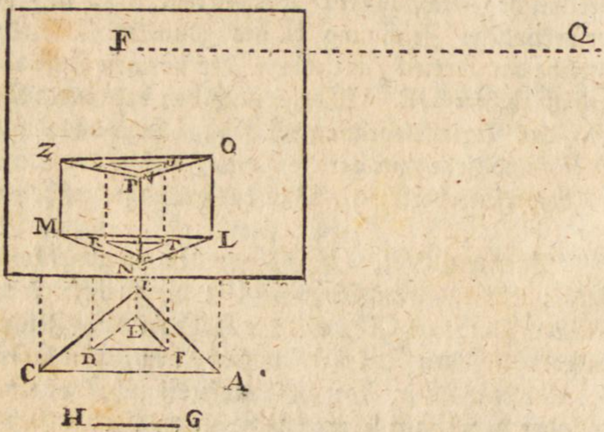
der Zirkel AB ist, dessen Höhe der DE gleich ist, und dessen Spitze lothrecht über C stehet. Mache die perspektivische Zeichnung FG des Zirkels AB, und die perspektivische Zeichnung H des Punktes C. Beschreibe das Dreieck *f*KI wie in der vorigen Aufgabe, so daß IK = DE. Mache nach den bekannten Regeln das Parallelogramm HLMN. Lege das Linial an N, und ziehe zwei gerade Linien, welche die Ellipse FG beiderseits berühren, so ist das verlangte geschehen.

Exempel VII. Es sei gegeben ein abgekürzter Kegel; dessen Grundfläche sei AB, die Projekzion der obersten Fläche sei CD, und die Höhe sei EF. Zeichne perspektivisch den Zirkel AB in GH, den Zirkel CD in L, übertrage EF in IK; stelle perspektivisch vor, einen Zylinder der L zur Grundfläche und EF oder IK zur Höhe hat (Exempel V). Ziehe zwei gerade Linien,



welche die Vorstellungen M und GH der obersten und untersten Fläche berühren.

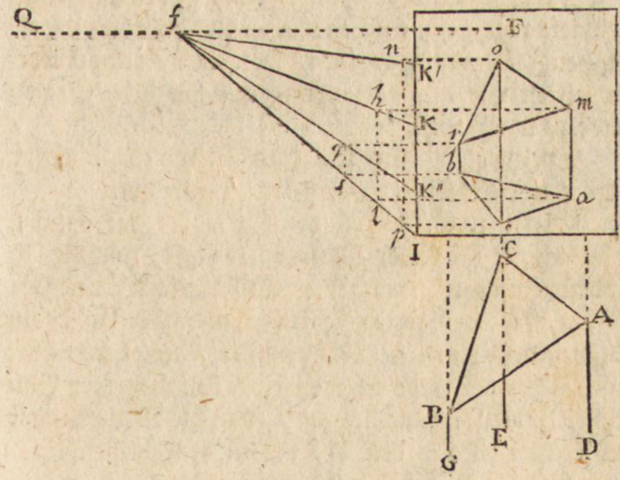
Exempel VIII. Es sei gegeben ein hohler Körper, z. E. ein hohles dreieckigtes Prisma; die Grundfläche des ganzen Körpers sei ABC, die Grundfläche der Aushöhlung sei DEF, und die Höhe GH. Zeichne perspektivisch, sowohl das äussere Prisma



LMNOPZ,

LMNOPZ, als auch das innere RSTUVX (Exempel II.) so ist das Verlangte geschehen.

Exempel IX. In den bisherigen Exempeln endigte sich der Körper oben entweder mit einer horizontalen Fläche oder mit einem Punkte. Es kommen aber auch Fälle vor, wo der Körper nicht durchaus einerlei Höhe hat. Dann muß jede einzelne Höhe für sich perspektivisch vorgestellet werden.



Es sei vorzustellen ein gerades dreieckigtes Prisma, welches oben schief gegen den Horizont abgeschnitten worden. Die Basis sei ABC, die Höhe über den Punkten A, C, B, seien nach der Ordnung AD, CE, BG.

Zeichne perspektivisch die Grundfläche ACB in *acb*. Mache wie gewöhnlich das Dreieck *f*KI, so daß IK = AD. Mache nach der bekannten Regel das Parallelogramm *alhm*.

Mache ferner das Dreieck $fK'I$, so daß $IK' = CE$, und zeichne nach den bekannten Regeln das Parallelogramm *cpno*.

Mache das Dreieck $fK''I$, so daß $K''I = BG$, und zeichne das bewußte Parallelogramm *bsqr*.

So sind die Punkte *m*, *o*, *r* bestimmt, welche das obere Dreieck *mor* geben.

§. 7.

Im gegenwärtigen Hauptstücke, haben wir lauter Beispiele von geometrischen Körpern und ihren perspektivischen Zeichnungen gegeben. Folgende Exempel werden lehren wie die Anwendung auf wirkliche Gegenstände zu machen ist.

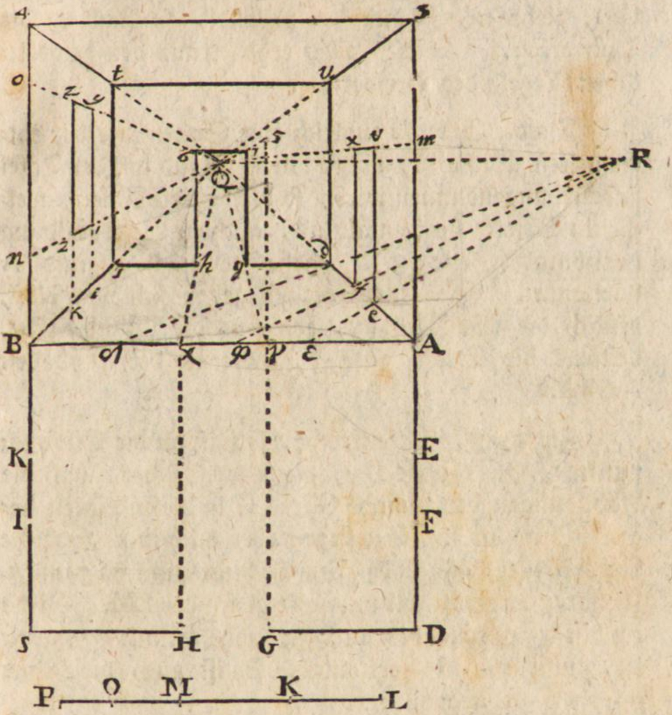
Exempel I. Es soll das Inwendige einer Stube perspektivisch vorgestellet werden.

Es sei z. E. ADSB der Grundriß der Stube, wobei ich die Dicke der Mauern weglasse, um die Figur desto einfacher zu machen. Es seien in EF und GH Thüren, jede von der Höhe LM, und über IK sei ein Fenster, dessen unterster Rand um KL, der oberste aber um LO über der Erde erhaben sei. Um mehrerer Einfachheit willen nehme ich an, daß die Mauer unter dem Fenster eben so dick sei, als an den übrigen Stellen. Endlich sei LP die Höhe der Stube.

Errichte A3 und B4 senkrecht auf der Erdlinie AB, und mache beide gleich der LP. Ziehe 3--4, so stellet das Parallelogramm A--3--4--B einen lothrechten Durchschnitt der Stube vor.

Nimm den Hauptpunkt Q, über der Mitte von AB, wegen des Ebenmaaßes und des besseren Ansehens. Ziehe durch denselben die Linie QR mit AB parallel, und mache QR so groß, als die Entfernung des Auges von der Tafel sein soll.

Ziehe



Ziehe QA, Q3, Q4, QB; so stellen diese Linien die parallelen Richtungen der Durchschnitts-Linien derjenigen Wände vor, die auf der Ebene der Tafel senkrecht sind. Alle diese Linien, genugsam verlängert, treffen im Hauptpunkte zusammen, vorausgesetzet, wie geschehen, daß sie wirklich gegen die Ebene der Tafel senkrecht und folglich mit der Vertikal-Ebene parallel sind (Seite 34.).

Mache $A\varepsilon = AE$, $A\varphi = AF$, $A\delta = AD$. Ziehe $R\varepsilon$, $R\varphi$, $R\delta$, so scheiden diese Linien die AQ in *e*, *f*, *d*. Ziehe *du* mit A3 parallel, so ist A*du*3 die Vorstellung der einen Wand rechter Hand.

Nimm

Nimm am lothrechten Rande A*m* = LM. Ziehe Q*m*, ziehe *ev*, *fx* mit A*m* parallel, so hast du die Thür *efxve*. Dieses alles erhellet aus den gewöhnlichen Regeln der Perspektive.

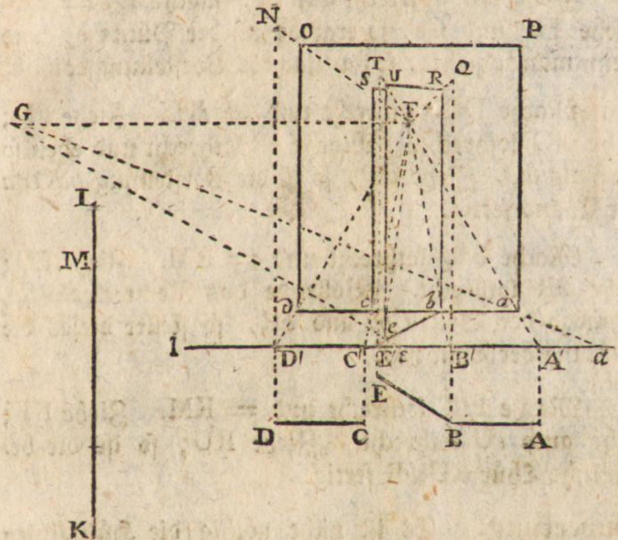
Da die Linie *du* zugleich eine Seitenlinie der entferntesten Wand ist, und da diese Wand mit der Tafel parallel angenommen wird, so bleiben die Linien, welche im Objekte horizontal sind, auch in der Abbildung horizontal (Seite 28.). Ziehe demnach *ut* und *ds* horizontal. Ziehe noch *ts*; so geben sich von selbst, erstlich die Wand *utsdu*, zweitens die Wand *t*4B*st*, drittens die Decke 3*ut*4-3, viertens der Fußboden A*ds*BA.

Ziehe Gγ, Hχ senkrecht, so hast du die Einfallspunkte γ, χ. Ziehe Qγ, Qχ, so ist sicher, daß die Abbildungen der Punkte G und H in diesen Linien liegen (Seite 46.). Sie liegen aber auch in *ds*, welche DS vorstellet, also in den Durchschnittspunkten *g* und *h*. Ziehe γ5 lothrecht und mache sie gleich der LM. Ziehe *g*7 mit γ5 parallel bis an Q3; ziehe *h*6 mit *g*7 parallel, und 7 - - 6 horizontal, so ist auch die Thür *g* - 7 - 6 - *h* abgebildet.

Da es sich hier trifft, daß BK = AE, BI = AF, so mache B*k* = A*e*, B*i* = B*f*. Ziehe *iy*, *kz* lothrecht, und anfänglich von unbestimmter Länge. Mache B*o* = LO, B*n* = KL. Ziehe Q*o*, Q*n*, so ist das Fenster *y* - - *z* - - 2 - - 1 ebenfalls gezeichnet.

Wären die Dicken der Wände im Grundrisse angezeiget, so hätte man sie auch müssen in die perspektivische Zeichnung übertragen, wodurch diejenigen Theile der Wände die in den Thüren und Fenstern sichtbar sind, auch im Bilde erschienen wären.

Exem-



Exempel II. Es soll eine Wand mit einer offenen Thür vorgestellet werden.

Es sei ABCD die Wand im Grundrisse und BC der unterste Rand der offenen Thür. Die Dicken werden hier um der Einfachheit willen, aus der Acht gelassen. Die Höhe der Wand sei KL und die Höhe der Thür KM.

Wir wollen die Erdlinie αI mit der Wand parallel annehmen, den Hauptpunkt in F setzen, und das Auge in einer Entfernung von der Tafel die so groß sei als FG.

Ziehe AA′, BB′, CC′, DD′ senkrecht gegen die Erdlinie; ziehe FA′, FB′, FC′, FD′. Mache A′α = AA′, ziehe αG, so bestimmet diese durch ihren Durchschnitt mit FA′ den Punkt *a*, welcher A vorstellet.

Ziehe *ad* mit αI parallel, so bekömmst du die Punkte *b*, *c*, *d*, welche B, C, D vorstellen.

Ziehe

Ziehe EE′ senkrecht auf αI, mache E′ε = EE′. Ziehe FE′ und Gε, so ergiebt sich der Punkt *e*, und wenn man *be* ziehet, so hat man die Vorstellung von BE.

Mache D′N lothrecht und = KL. Ziehe FN; ziehe *d*O lothrecht. Mache *a*P lothrecht und eben so groß als *d*O. Ziehe OP, so ist die Vorstellung *ad*OP*a* der Wand fertig.

Mache B′Q lothrecht und = KM. Ziehe FQ; ziehe *b*R lothrecht. Vollende das Rechteck *cb*RS*c*, vermöge der Seiten *bc* und *b*R, so stellet dieses die Oefnung der Thür vor.

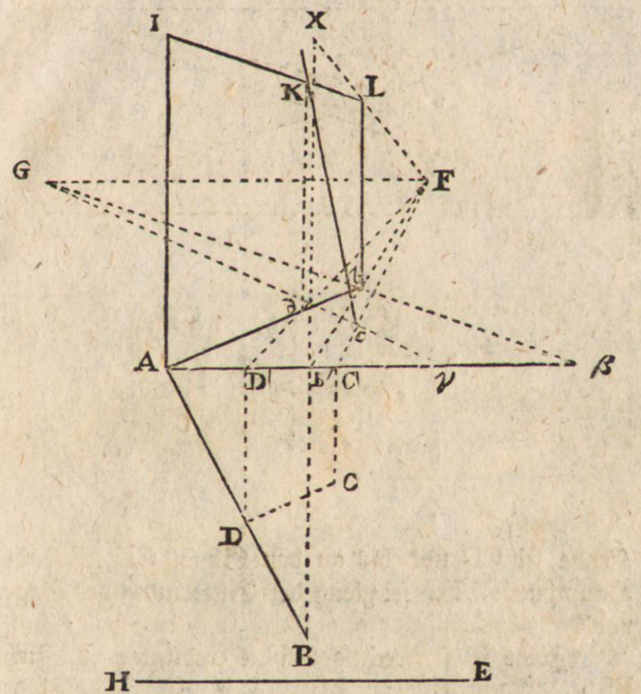
Mache E′T lothrecht und = KM. Ziehe FT; ziehe auch *e*U lothrecht. Ziehe RU; so ist die bewegliche Thür RU*eb*R fertig.

Anmerkung. Es ist nicht nöthig die Hülfslinien ihrer ganzen Länge nach zu ziehen, sondern nur das Linieal anzulegen, und die Stellen wirklich zu ziehen, wo man weiß, daß Durchschnitte entstehen müssen. (Seite 44.)

Exempel III. Eine Mauer mit einer daran stehenden Stange zeichnen.

Es sei AB die Mauer im Grundrisse, C die Stelle, wo die Stange an der Erde stehet, D die Stelle, welche lothrecht unter derjenigen ist, wo die Stange oben an der Mauer gelehnet ist, EH die Höhe der Mauer, Aβ die eingebildete Erdlinie des Gemäldes, F der Hauptpunkt, FG die Entfernung des Auges von der Tafel. Ziehe BB′, CC′, DD′ senkrecht gegen Aβ. Mache B′β = BB′, und C′γ = CC′. Ziehe FB′, FC′; Gβ, Gγ. So werden die Punkte *b* und *c* bestimmet, welche B und C vorstellen. Ziehe *b*A, so stellet sie

BA



BA vor. Ziehe FD′, so giebt sich auch der Punkt *d* als Vorstellung des Punktes D.

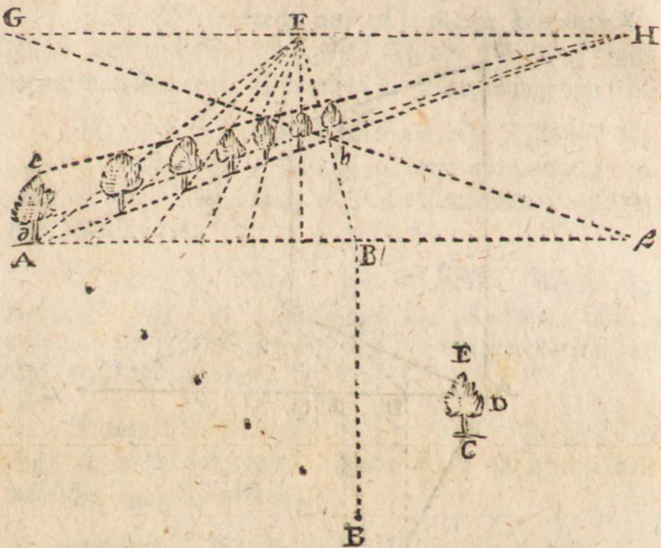
Mache AI = EH, und auch B′X = EH, beide lothrecht. Ziehe FX; ziehe *b*L lothrecht. Ziehe LI, so ist A*b*LIA die Vorstellung der Mauer.

Ziehe *d*K lothrecht. Ziehe *c*K; so ist *c*K die perspektivische Lage der Stange.

Exempel IV. Eine Reihe Bäume perspektivisch zeichnen.

Es seien vorzustellen die sieben durch Punkte angezeigten und in gleichen Entfernungen stehenden Bäume AB. Die Höhe des Baumes bis an die

Krone



Krone sei CD und bis an den Gipfel CE, F sei der Hauptpunkt, FG sei gleich der Entfernung des Auges von der Tafel.

Ziehe BB′ senkrecht gegen die Erdlinie Aβ. Ziehe FB′. Mache B′β = BB′. Ziehe Gβ, so wird der Punkt *b* bestimmet. Ziehe *b*A, so stellet sie BA vor.

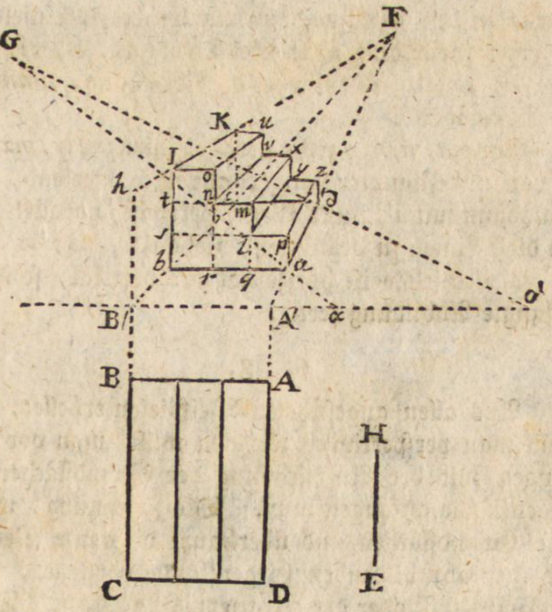
Theile AB′ in sechs gleiche Theile, welches mit den Endpunkten, sieben Punkte giebt; durch die Theilungspunkte ziehe gerade Linien nach F hin, so theilen sie die *b*A ebenfalls in 6 Theile, welche perspektivisch gleich sind und bestimmen demnach die Füsse der Bäume. Denn die 7 Linien sind perspektivisch parallel (Seite 34, Lehrsatz XIV.), und in gleichen Entfernungen gezogen, also theilen sie *b*A in gleiche Theile. (Geomet. II. H. §. 45.)

Mache A*d* = CD, A*e* = CE. Verlängere A*b* bis daß sie der Horizontallinie irgend wo in H begegnet. Ziehe *d*H und *e*H, so sind diese Linien mit A*b* oder AH perspektivisch parallel, weil sie sich nicht eher

eher als im Horizonte, also in einer unendlichen Entfernung zu begegnen scheinen.

Folglich sind alle Stämme der Bäume, wenn man diese gleich hoch annimmt, zwischen A*b* und *d*H, die Kronen aber in *e*H zu zeichnen. Da übrigens die Bäume in der Natur vertikal sind, so sind sie es auch in der perspektivischen Abbildung.

Exempel V. Es sei perspektivisch vorzustellen ein Tritt oder eine Hand-Treppe von drei Stuffen.



Es sei ABCDA der Grundriß, nebst der Projekzion der Stufen, EH die Höhe der Treppe über BC. Wir nehmen an, die Tafel sei so gestellt, daß die

Stuffen ihrer Länge nach senkrecht gegen dieselbe stehen. Ziehe AA′ lothrecht gegen die eingebildete Erdlinie. Mache $A'\alpha = AA'$, $A'\delta = DA'$. Ziehe FA′, Gδ, Gα, so werden die Punkte *a*, *d* bestimmet. Mache auch BB′ gegen die Erdlinie senkrecht. Ziehe FB′. Ziehe *dc*, *ab* horizontal, so ist *dcbad* die perspektivische Vorstellung der Basis BCBAD.

Mache $B'h = EH$. Ziehe F*h*; ziehe *b*I, *c*K lothrecht, so ist *b*IK*cb* der Rücken der Handtreppe.

Weil die Linien *ab*, *b*I mit der Tafel parallel sind, so sind ihre gleichen Theile auch perspektivisch gleich. Theile demnach *ab* in 3 gleiche Theile *aq*, *qr*, *rb* und errichte in den Theilungspunkten lothrechte Linien *ap*, *qm*, *ro*; theile auch *b*I in drei Theile *bs*, *st*, *t*I, und ziehe *sp*, *tm*, I*o*, so entstehet die Abbildung *aplmno*I*ba* der Seitenwand.

Aus *p*, *l*, *m*, *n*, *o* ziehe gerade Linien *pz*, *ly*, *mx*, *nv*, *ou* von unbestimmter Länge, alle nach F zielend, weil sie alsdann mit *ad*, und IK perspektivisch parallel sind. Um diese Linien zu begränzen, ziehe K*u*, *uv*, *vx*, *xy*, *yz*, *zd* wechselsweise horizontal und vertikal, so ist die verlangte Abbildung fertig.

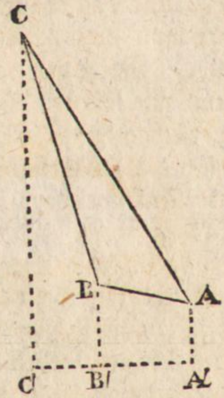
§. 8.

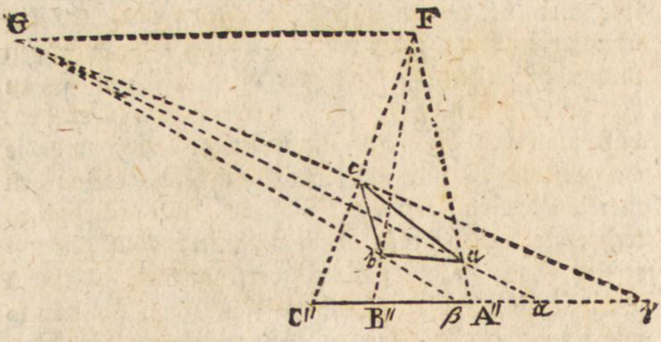
Aus allen angeführten Beispielen erhellet, daß, wenn man perspektivisch zeichnen will, man vor allen Dingen mit der Aufzeichnung der Grundflächen der Gegenstände anfangen muß. Die Zeichnung, welche diese Grundflächen und überhaupt die ganze Vertheilung der abzubildenden Gegenstände vorstellet, heißt der **Grundriß** oder der **geometrische Plan**. Dieser Grundriß wird meistens nach einem verjüngten Maaßstabe verfertiget, und vertritt die Stelle der eingebildeten Erd-Ebene (S. 14.). Der Grundriß muß aber vor dem Gebrauche wieder umgezeichnet werden, so

daß

daß das linke links, und das rechte rechts bleibe, das weitere aber näher und das nähere weiter zu stehen komme (Seite 52.). Nebst den vornehmsten Gegenständen können auch mit leichten Linien die verhältnißmäßigen Höhen derselben ausgedrücket werden. Alsdann wird die eingebildete Erdlinie am entfernteren Rande des Grundrisses, welcher jetzt die näheren Gegenstände vorstellet, gezogen, und das übrige so verrichtet, wie in den Exempeln gezeiget worden.

Es ist hierbei ein sehr beschwerlicher Umstand, daß der Grundriß erst umgezeichnet werden muß. Bei kleinen Zeichnungen ist dieses eben nicht nöthig, weil es ein Leichtes ist, die Figur sogleich verkehrt vorzustellen, wie man bei unsern Exempeln gesehen hat, wo der Grundriß allemal schon umgekehrt war. Bei großen und verwickelten Zeichnungen aber möchte dieses zu Irrthümern Anlaß geben. Hier ist nun zu rathen, daß man den Grundriß unverändert laße, und die eingebildete Erdlinie auf demselben ziehe. Von den merkwürdigsten Punkten ziehe man, wie gewöhnlich, lothrechte Linien gegen diese Erdlinie. Auf den untersten Rand des Gemäldes übertrage man mit einem Handzirkel die Entfernungen jener senkrechten Linien, so wie sie auf der Erdlinie gemessen werden. Die Längen derselben übertrage man ebenfalls auf den untersten Rand oder dessen Verlängerung, und verfahre überhaupt, wie sonst gewöhnlich ist. Um diese Methode recht einleuchtend zu machen, will ich sie nur auf einen sehr einfachen Fall anwenden. Es sei ABC ein Dreieck statt des Grundrisses. Ich nehme $A'C'$ zur Erdlinie, ziehe AA', BB', CC' gegen $A'C'$ senkrecht. Nun sei $\gamma C''$ der unterste Rand der Tafel. Ich mache auf demselben $C''B'' = C'B'$, $C''A'' = C'A'$, ferner $C''\gamma = C'C$, $B''\beta = B'B$, $A''\alpha = A'A$. Es sei F der Augenpunkt, FG die Länge des Hauptstrals,





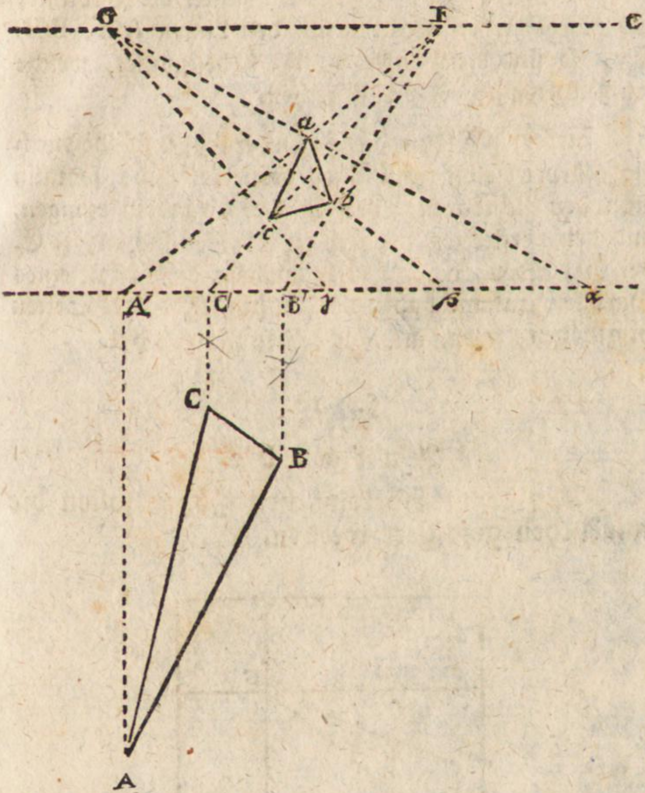
• wird wie gewöhnlich verfahren; die Punkte *a*, *b*, *c* ergeben sich und machen die Abbildung *abc* des Dreiecks ABC.

§. 9.

Aufgabe.

Aus der perspektivischen Zeichnung einer Gegend oder einer horizontalen Figur, den Grundriß zu finden.

Diese



Diese Aufgabe machet eine Art von umgekehrter perspektivischer Kunst aus. Man verrichtet die Operazion des 3ten Paragraphs in umgekehrter Ordnung. z. E. Es sei *abc* ein perspektivisch gezeichnetes Dreieck; F sei der Hauptpunkt, und FG die Entfernung des Auges von der Tafel.

Ziehe bis zum untersten Rande der Tafel, welcher gemeiniglich die Erdlinie vorstellet, die geraden Linien F*a*A′, F*b*B′, F*c*C′; G*a*α, G*b*β, G*c*γ.

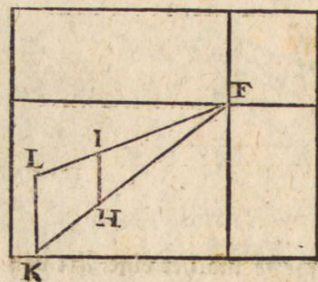
Ziehe A′A, B′B, C′C senkrecht gegen die Erdlinie, und mache sie respektive gleich den Linien A′α, B′β, C′γ, so sind die Punkte A, B, C bestimmet, welche den Punkten *a*, *b*, *c* entsprechen.

Zusatz. Wenn die Basen der Gegenstände durch die Körper selbst zum Theil verstecket sind, so muß man den sichtbaren Theil in den Grundriß bringen, und den versteckten dadurch zu errathen suchen; z. E. bei Gebäuden, deren Basen meistens die Gestalt eines Parallelogramms haben, lassen sich leicht zwei Seiten hinzusetzen, wenn man die beiden übrigen hat.

§. 10.

Aufgabe.

Aus den perspektivischen Höhen sollen die wirklichen gefolgert werden.



Es sei HI die perspektivische Höhe eines Gegenstandes. Aus dem Hauptpunkte F, oder aus einem andern Punkte der Horizontal-Linie, ziehe FHK bis zur Erdlinie, und FIL von unbestimmter Länge. Ziehe KL mit HI parallel, so ist KL die wirkliche Höhe; nämlich für den Fall, da der unterste Rand des Gemäldes zugleich die wahre Erdlinie ist. Dieser Fall ist aber sehr

sehr selten. Denn bei den allermeisten Gemälden vertritt eine eingebildete Erd-Ebene die Stelle der wirklichen, und der unterste Rand des Gemäldes stellet alsdann die eingebildete Erdlinie vor. Alsdann ist KL nicht die wirkliche Höhe des Gegenstandes HI, sondern diejenige die er in der Abbildung haben müßte, wenn er ganz im Vordergrunde wäre. Stehet also ganz im Vordergrunde irgend eine Figur, deren natürliche Größe bekannt ist, so kann man KL damit vergleichen, und sehen wie sich beide gegen einander verhalten. Auch kann man daraus schließen, nach welchem Maaßstabe der Grundriß gezeichnet ist. Denn, gesetzt es sei HI die perspektivische Höhe eines Menschen im Gemälde, so ist KL seine Höhe im Vordergrunde. Es stellet demnach die Größe KI eine Höhe von etwa $5\frac{1}{2}$ Fuß im Vordergrunde vor, also auch im Grundrisse. Denn aus den Exempeln des 7ten Paragraphs erhellet, daß die Höhen im Vordergrunde, nach demselbigen Maaßstabe aufgetragen werden, wie die Basen der Gegenstände im Grundrisse. Also ist das Gemälde nach einem solchen Maaßstabe gezeichnet, nach welchem KL $5\frac{1}{2}$ Fuß vorstellet.

Drittes Hauptstück.

Von der militärischen Perspektive.

§. 1.

Im vorigen Hauptstücke ist immer vorausgesetzet worden, daß das Auge sich in einer bestimmten und endlichen Entfernung von der Tafel befindet. Man pfleget aber auch Zeichnungen zu verfertigen, wo das Auge in einer unendlichen Entfernung angenommen wird. Diese Art zu zeichnen nennet man die **militärische Perspektive**, weil sie bei den Ingeniörs gebräuchlich ist. Sie ist als ein besonderer Theil der geometrischen Perspektive zu betrachten. Sie entstehet zwar aus einer unmöglichen Voraussetzung, hat aber anderseits den Vortheil, daß die wahren Dimensionen und Gestalten der Dinge weniger verstellet werden, als bei andern perspektivischen Rissen. Deswegen pfleget man oft geometrische Körper, Maschinen, u. d. g., nach dieser Methode zu zeichnen. Auch sehr kleine Gegenstände können füglich nach der militärischen Per-

Perspektive gezeichnet werden; weil in Vergleich mit den sehr kleinen Dimensionen die Entfernung des Auges als unendlich angesehen werden kann.

§. 2.

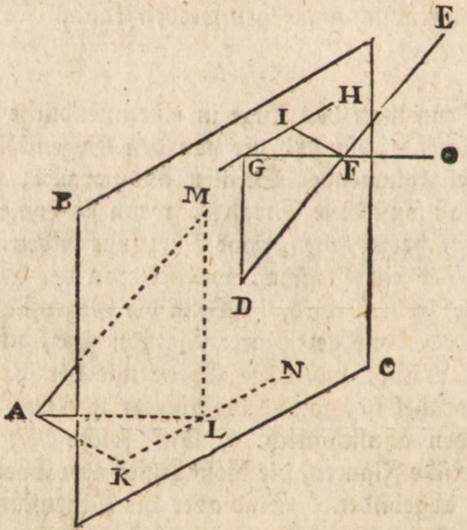
Wenn man das Auge in eine unendliche Entfernung versetzet, so sind die von den Gegenständen zu demselben kommenden Stralen alle parallel; und anstatt, daß sonst diese Stralen, wenn sie von einer gewissen Fläche ausgehen, eine Pyramide bilden, so bilden sie hier ein Prisma, welches von der Ebene der Tafel geschnitten wird. Wenn die Gegenstände bloß auf einer Ebene gezeichnete Figuren sind, und wenn man annimmt, daß diese Ebene mit der Ebene der Tafel parallel ist, so sind die Abbildungen mit den Gegenständen ähnlichgleich. Auf solche Art werden geometrische Figuren, die bloße Linien oder Ebenen vorstellen, abgebildet. Sind aber die Gegenstände Körper, so kann die Ebene worauf sie stehen, nicht gut mit derjenigen der Tafel parallel angenommen werden, sonst würde man oft die vornehmsten Flächen des Körpers gar nicht zu sehen bekommen. In diesem Falle also wird meistens vorausgesetzet, daß die Körper auf einer horizontalen Ebene stehen, daß die Tafel vertikal ist, und daß das unendlich entfernte Auge in einer gegebenen schiefen Richtung herunter siehet. Diese Richtung kann durch eine gerade Linie angedeutet werden, und dann müssen alle von den Gegenständen zum Auge gehenden Lichtstralen mit dieser Linie parallel sein.

§. 3.

Aufgabe.

Es ist gegeben die Lage eines Punktes in Rücksicht auf die Tafel, wie auch die Richtung der

der parallelen Stralen. Es soll die Abbildung des Punktes auf der Tafel gefunden werden.



Es sei A der gegebene Punkt, BC die Tafel, DE die Richtung der Stralen. Die Linie DE muß bis an die Tafel in D reichen, oder dahin verlängert werden. Ziehe DG lothrecht; lege in Gedanken eine Ebene durch DE und DG, so ist diese vertikal und schneidet die Tafel unter einem gewissen Winkel. Nimm in der Linie DE einen Punkt F, und ziehe FG waagerecht in der Ebene EDG. Ziehe auch GH waagerecht in der Ebene der Tafel; so ist FGH der Neigungs-Winkel der Ebene EDG gegen die Tafel. Lege noch eine Ebene durch FG und GH, fälle in derselben FI senkrecht gegen GH.

Ziehe AK senkrecht gegen die Tafel BC, so ist K der Einfalls-Punkt. Ziehe KN waagerecht auf der Tafel, und nimm auf derselben KL, so daß

FI : IG : : AK : KL.

Ziehe

ziehe AL; so sind die Dreiecke AKL und FIG ähnlich, weil bei K und I rechte Winkel sind, und weil die anliegenden Seiten proporzionirt sind. Also ist $\angle$ALK $= \angle$FGH. Also weichen die horizontalen Linien FG und AL von der vertikalen Fläche BC um gleich viel nach entgegensetzten Seiten und Richtungen ab. Also sind FG und AL parallel, und wenn man sich durch diese Linien vertikale Flächen, wie EDG, LAM gedenket, so sind auch diese parallel.

Ferner, errichte in der Ebene der Tafel eine lothrechte Linie LM, so daß FG : GD :: AL : LM, so ist M die Abbildung des Punktes A. Zum Beweise ziehe AM, so ist $\triangle$ ALM $\backsim$ $\triangle$ FGD, weil in L und G rechte Winkel sind, und die anliegenden Seiten proporzioniret sind. Also ist $\angle$MAL $= \angle$GFD, oder, wenn man GF verlängert, $\angle$MAL $= \angle$EFO. Die Linien MA und ED oder EF liegen in parallelen Ebenen, wie kurz vorher bewiesen worden, und machen mit dem Horizonte gleiche Winkel MAL, EFO, folglich sind sie parallel. Folglich lieget die Abbildung des Punktes A da, wo die Ebene BC der Tafel von der Linie AM geschnitten wird, nämlich in M.

Man kann auch die Linien KL, LM trigonometrisch bestimmen. Es sei φ ($=$ FGH) der Winkel, welchen die vertikale Ebene, worinn die Richtung eines Strales ED lieget, mit der Ebene der Tafel machet. Es sei ξ ($=$EFO$=$DFG$=$compl. EDG) der Winkel, welchen die Stralen mit dem Horizonte machen, so ist $\angle$ ALK ($=$FGH)$=\varphi$, und $\angle$ MAL ($=$DFG $=$ EFO) $= \xi$. Nun ist, wenn man 1 zum Sinus totus annimmt,

$$LK = AK \ . \ \text{tang} \ LAK$$
$$= AK \ . \ \text{Cot} \ ALK$$
$$LK = AK \ . \ \text{Cot} \ \varphi$$

ferner ist $LM = AL \ . \ \text{tang} \ MAL = AL \ . \ \text{tang} \ \xi$

Es

Es ist aber $AL = AK \,.\, \mathrm{Cosec}\ \varphi$. Also

$$LM = AK \,.\, \mathrm{Cosec}\ \varphi \,.\, \mathrm{tang}\ \xi$$

$$\text{oder } LM = AK \,.\, \frac{\mathrm{tang}\ \xi}{\mathrm{Sin}\ \varphi}.$$

Wenn also φ und ξ gegeben sind, so bestimmet man den Punkt M, vermöge dieser beiden Formeln:

$$LK = AK \,.\, \mathrm{Cot}\ \varphi$$

$$\text{und } LM = AK \,.\, \frac{\mathrm{tang}\ \xi}{\mathrm{Sin}\ \varphi}$$

oder, wenn man Sekanten-Tafeln hat

$$LM = AK \,.\, \mathrm{tang}\ \xi \,.\, \mathrm{Cosec}\ \varphi.$$

Zusatz I. Wenn der Winkel φ ein rechter ist, das heißt, wenn die durch irgend einen Stral gestellte lothrechte Ebene, gegen die Ebene der Tafel senkrecht ist, so wird $\mathrm{Cot}\ \varphi = o$, $\sin \varphi = 1$, also

$$LK = o$$

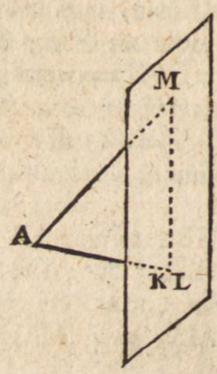
$$LM = AK \,.\, \mathrm{tang}\ \xi$$

und es wird die lothrechte LM sogleich von K aus gezogen.

Zusatz II. Wenn der Winkel φ ein rechter ist, und wenn dabei $\xi = 45^g$, so ist $\mathrm{tang}\ \xi = 1$, also

$$LK = o$$

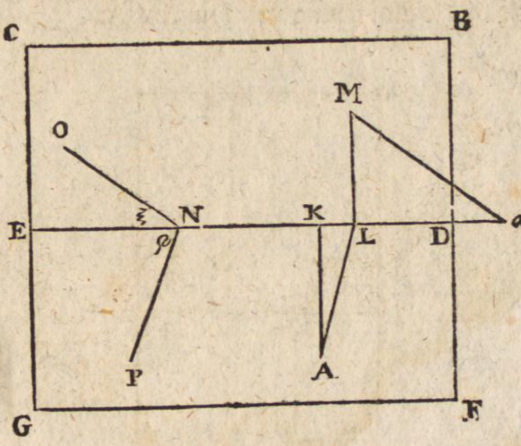
$$LM = AK$$



Gesetzt

Gesetzt nun, in diesem Falle, es seien mehrere Punkte wie A, alle in einer horizontalen Ebene, so werden die Entfernungen LM der perspektivischen Punkte von der waagerechten Ebene worin die wirklichen Punkte liegen, alle gleich ausfallen mit den Entfernungen AK oder AL der Punkte von der Ebene der Tafel. In der Breite werden, wegen der Gleichläufigkeit der Stralen, die Entfernungen der abzubildenden Punkte auch den Entfernungen der wirklichen Punkte gleich sein. Also wird in diesem Falle das Bild dem Gegenstande vollkommen ähnlich und gleich sein; eben so, als wenn die Tafel mit der Ebene worauf die Gegenstände gezeichnet sind, parallel wäre.

Zusatz III. Bei der Auflösung haben wir die Punkte L und M durch die Verhältnisse der Linien AK, KL, AL, LM bestimmet. Man kann aber auch gerades Weges die Winkel φ und ξ gebrauchen.

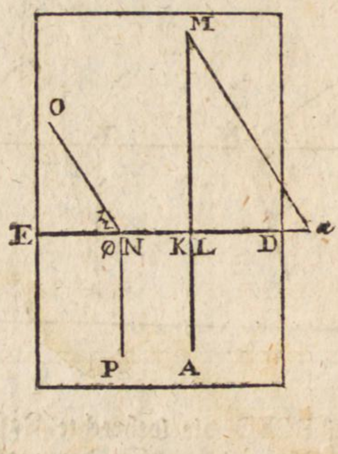


Es sei BCED die lothrechte Tafel, DEGF die waagerechte Ebene, in welcher der gegebene Punkt A lieget

lieget, DE die Grundlinie oder die Linie in welcher beide Ebenen BE und FE einander schneiden. Man muß sich aber vorstellen, daß die Ebene FE nicht vor, sondern hinter der Tafel lieget; sie wird, nur um die Zeichnung bequemer zu machen, um die Linie DE, als Axe, umgewandt und vorwärts gebracht.

Fälle AK senkrecht gegen DE, lege in A an der AK einen Winkel gleich dem Komplemente des Winkels der oben φ genannt worden ist, nach der Seite hin, wo das unendlich entfernte Auge stehet. Dieser Winkel bestimmet die Linie AL, und es wird $\angle ALK = \varphi$, wie es sich gehöret, oder $KL = AK \cdot \text{Cotang} \cdot \varphi$.

Errichte LM in der Tafel lothrecht. Nimm in der Grundlinie oder Erdlinie vom Punkte L aus, nach welcher Seite du willst $La = AL$. Mache in a in der Ebene der Tafel einen Winkel $LaM = \xi$, so wird aM bestimmet, und es ist $LM = aL \cdot \text{tang}\ \xi = AL \cdot \text{tang}\ \xi$, wie es sich gehöret. So ist der Punkt M die Abbildung des Punktes A.



Wenn

Wenn man viele Punkte abzubilden hat, so lege man in der Fundamental-Linie den Winkel (Fig. S. 93.) ENP $= \varphi$ und ENO $= \xi$. Durch den gegebenen Punkt A ziehe man AL mit PN parallel. Man mache La = AL, und durch a ziehe man aM mit NO parallel, so ergiebt sich das übrige.

Wenn der Winkel φ ein rechter sein soll, so wird bloß (Fig. Seite 94.) AK oder AL nebst deren Verlängerung LM auf DE senkrecht gezogen, Ka oder La der AK oder AL gleich gemacht, und durch a, die aM mit NO parallel gezogen.

§. 4.

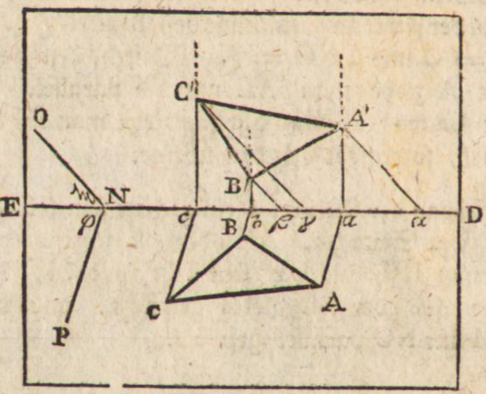
Aufgabe.

Es ist eine Figur gegeben, die auf der Erdfläche lieget. Es soll ihre perspektivische Vorstellung auf einer vertikalen Tafel gemacht werden, in der Voraussetzung, daß das Auge unendlich weit entfernet ist.

Auflösung. Man suche die perspektivischen Abbildungen der vornehmsten Punkte, die sich im Umfange der Figur befinden. Man verbinde sie nach Anleitung des Originals durch gerade oder krumme Linien; so ist das Verlangte geschehen.

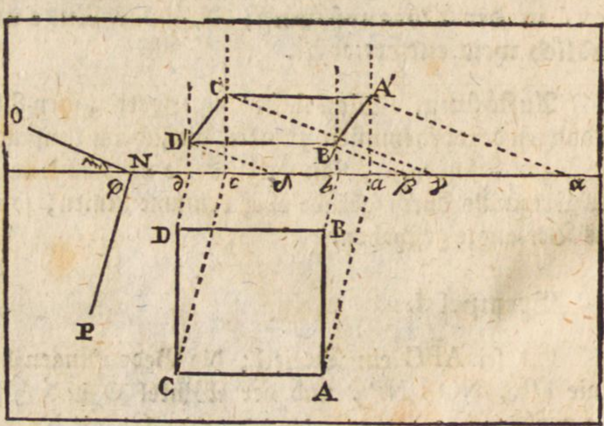
Exempel I.

Es sei ABC ein Dreieck; die Bedeutungen der Linie DE, NO, NP, und der Winkel φ und ξ sei wie vorher (§. 3.). Ziehe Aa, Bb, Cc mit NP parallel. Errichte lothrechte Linien in a, b, c. Mache $a\alpha$ = Aa, $b\beta$ = Bb, $c\gamma$ = Cc. Durch α, β, γ, ziehe Linien mit NO parallel. Die Punkte A′, B′, C′,



wo die letzteren Linien die senkrechten nach der Ordnung schneiden, sind die Abbildungen der Punkte A, B, C, und A′B′C′ ist die Abbildung des Dreiecks ABC.

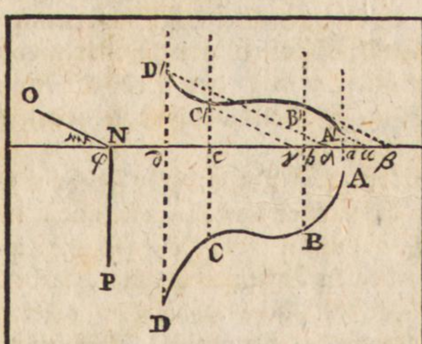
Exempel II.



Es sei ABCD ein Quadrat, worinn zwei Seiten AC, BD mit der Tafel parallel sind. Man mache die

die perspektivische Zeichnung nach Anleitung der Vorschrift, und der hier gegebenen Zeichnung; so zeiget sich, daß die mit der Tafel parallelen und zugleich horizontalen Linien ihre Dimensionen behalten, z. E. BD ($= bd$) $=$ B'D'. Hingegen die übrigen nicht, ausgenommen in dem Falle, wo $\varphi = 90^g$, und $\xi = 45^g$ (Siehe §. 3. Zus. II.) oder auch in dem Falle, wo die Tafel mit der Ebene BCDA parallel ist (§. 2.)

Exempel III.



Es sei AD eine beliebige krumme Linie. Nimm in derselben einige Punkte A, B, C, D, an den Stellen, wo die Biegungen am stärksten sind. Verfahre wie bei den vorigen Exempeln, um die Punkte *a*, *b*, *c*, *d*; α, β, γ, δ, und dadurch A', B', C', D' zu bestimmen.

Wenn die krumme Linie ein Zirkelumkreis ist, so ist klar, daß deren perspektivische Vorstellung eine Ellipse ist; denn die vom Zirkel ausgehenden parallelen Stralen bilden einen Zylinder; und da dieser von der Ebene der Tafel geschnitten wird, so ist, aus bekannten Gründen, der Durchschnitt eine Ellipse, eben so gut, als in dem Falle, wo das Auge in einer endlichen Entfernung ist. Um nun diese Ellipse zu zeichnen, ist es am besten, daß man wie bei jeder krummen Linie, einige Punkte derselben perspektivisch vorstelle.

§. 5.

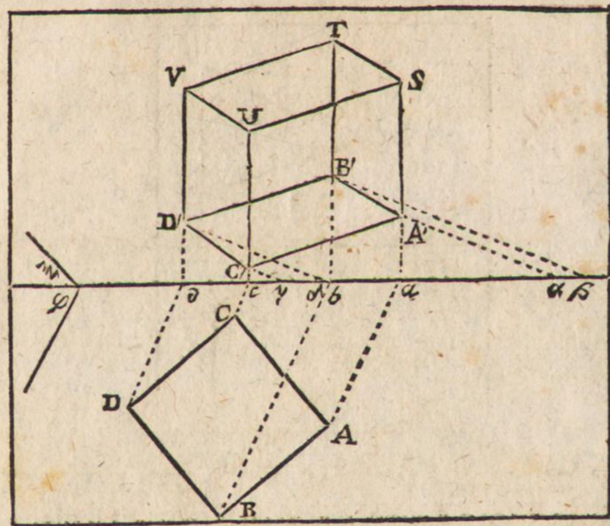
Aufgabe.

Es soll, in der Voraussezung, daß das Auge in einer unendlichen Entfernung ist, ein Körper perspektivisch vorgestellet werden, dessen Grundfläche auf der Erd-Ebene ist, und woran die Höhen der verschiedenen Theile bekannt sind.

Auflösung. Da in dieser Zeichnungs-Art alle Figuren, die mit der Tafel parallel sind, unverändert bleiben (§. 2.) und da die Höhen-Linien in der That mit der vertikalen Tafel parallel sind, so brauchet man nur jede perspektivische Höhe der objektiven, nach dem Maaßstabe des Grundrisses, gleich zu machen.

Exempel I. Es sei perspektivisch zu zeichnen ein Würfel der auf der Grundfläche ABCD stehet. Bestimme wie gewöhnlich die Punkte a, b, c, d, α, β, γ, δ, A′, B′, C′, D′. Da alle Höhen im Würfel gleich sind, so mache $A'S = B'T = C'U = D'V = CD$, und verbinde die obersten Punkte durch gerade Linien.

Hieraus erhellet, daß bei einem prismatischen oder zylindrischen Körper, die obere Fläche der unteren in der Abbildung, so wie im Objekte, gleich ist. Denn die Punkte A′, B′, C′, D′ bleiben in derselbigen

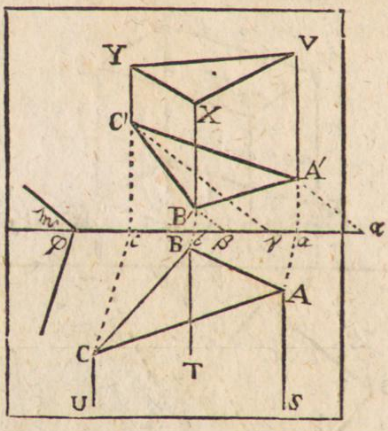


gen Lage gegen einander, in dem sie alle bis zu einer gleichen Höhe in S, T, U, V aufwärts gerücket werden.

Es verdienet auch bemerket zu werden, daß bei dieser Zeichnungs-Art alle Linien, die im Original parallel sind, auch in der perspektivischen Zeichnung parallel werden; z. E. da AC mit DB parallel ist, so ist auch A′C′ mit D′B′ parallel. Denn die von zwei parallelen Linien kommenden Stralen, welche auch alle unter einander parallel sind, bilden zwei parallele Ebenen; und da diese von der Ebene der Tafel geschnitten werden, so sind die Durchschnitte, zufolge der geometrischen Grundsätze, parallele Linien.

Exempel II. Es sei vorzustellen ein gerades, dreieckigtes, aber schief abgeschnittenes Prisma, welches die Fläche ABC zur Basis hat. Die Höhe sei AS über A, BT über B, CU über C. Bestimme wie gewöhnlich die Punkte a, b, c; α, β, γ; A′,

 B′,



B′, C′. Mache A′V = AS, B′X = BT, C′Y = CU. Ziehe VX, XY, YV, so ist die Zeichnung fertig.

Anmerkung. Mehrere Exempel wären überflüssig, weil die Methode keine Schwierigkeiten hat. Bei krummlinichten Grundflächen werden einige Punkte des Umfanges perspektivisch vorgestellet, und mit einander aus freier Hand verbunden (§. 4. Ex. III.) die Höhen-Linien werden darüber errichtet, und ihre obersten Enden werden ebenfalls verbunden.

Viertes Hauptstück.

Vom perspektivischen Netze und von der perspektivischen Einfassung.

§. 1.

Ein perspektivisches Netz ist eine Figur, welche ein Quadrat perspektivisch vorstellet, das in kleinere Quadrate getheilet ist; und es kann eine solche Figur zu perspektivischen Zeichnungen gebrauchet werden.

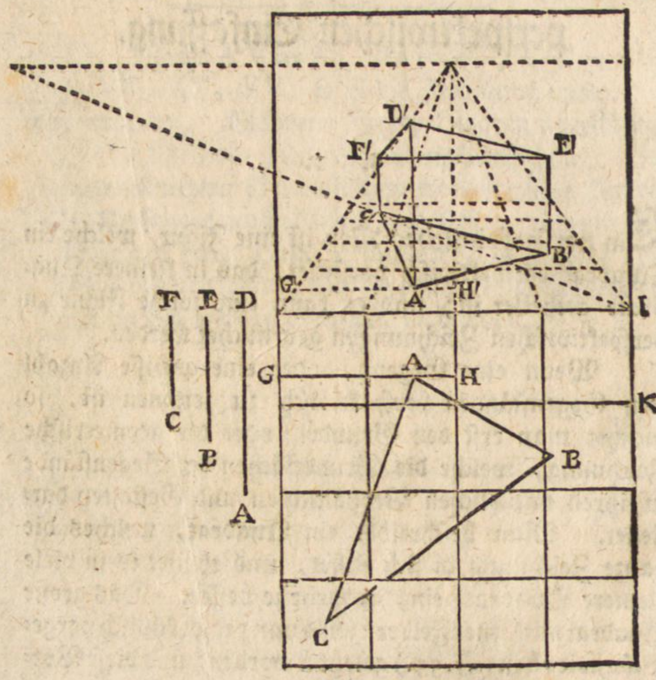
Wenn eine Gegend, oder eine gewisse Anzahl von Gegenständen perspektivisch zu zeichnen ist, so machet man erst den Grundriß oder die geometrische Zeichnung, welche die Grundflächen der Gegenstände in ihren natürlichen Verhältnissen und Gestalten darstellet. Man beschreibet ein Quadrat, welches die ganze Zeichnung in sich fasset, und theilet es in viele kleinere Quadrate ein, je mehr je besser. Das große Quadrat mit seinen Feldern wird nun perspektivisch vorgestellet, wie oben (S. 55.) gelehret worden; und diese Vorstellung ist das **perspektivische Netz**. Wenn man ein

ein solches Netz zur Hülfe nimmt, so hält man sich nicht mehr bloß an die geometrische Perspektive, sondern man gebraucht schon eine Art vermischter Perspektive (Seite 44.) bei welcher etwas mechanisches mit einfließt.

§. 2.

Aufgabe.

Es soll mit Hülfe des perspektivischen Netzes ein Gegenstand perspektivisch gezeichnet werden.



Es

Es sei vorzustellen ein dreieckigtes gerades, aber schief abgeschnittenes Prisma, welches ABC zur Grundfläche, AD zur Höhe über A, BE über B, und CF über C habe.

Mache ein Quadrat, welches die Basis ABC in sich fasse, und theile es in kleine Quadrate. Mache das perspektivische Netz ganz nach Anleitung des Exempels auf der 55ten Seite.

Setze die Punkte A′, B′, C′ in diejenigen Trapezen des Netzes, welche die Quadrate vorstellen, worinn A, B, C liegen, und vollende das Dreieck A′B′C′.

Miß, wie viel solche Quadratseiten wie IK in der AD enthalten sind, z. E. hier 2. Ziehe durch A′ in der That oder in Gedanken eine horizontale Linie G′H′ und gieb ihr die Breite zweier Trapezen. Errichte A′D′ lothrecht und mache sie gleich der G′H′, so ist A′D′ die perspektivische Höhe für den Punkt A′. Denn eine horizontale Linie GH, die mit der Tafel parallel wäre, durch den Punkt A ginge und zwei Einheiten wie IK enthielte, würde ihre perspektivische Vorstellung in G′H′ erhalten. Wäre nun HG die Basis eines vertikalen und folglich mit der Tafel parallelen Quadrats, so würde die Abbildung auf der Tafel wiederum ein Quadrat sein. Denn vom Quadrate gehet bis zum Auge eine viereckigte Pyramide von Lichtstralen, und wenn diese durch eine Tafel geschnitten wird, die mit dem Quadrate parallel ist, so ist der Schnitt der Grundfläche ähnlich, das heißt, er ist wiederum ein Quadrat, und dieser Schnitt ist nichts anders als die perspektivische Vorstellung des Quadrats. Also verkleinern sich die Dimensionen in der Höhe eben so wie in der Breite. Da also H′G′ die Perspektive von HG oder AD in der Breite genommen ist, so ist auch A′D′ = H′G′ die Perspektive der AD als Höhen-Linie betrachtet.

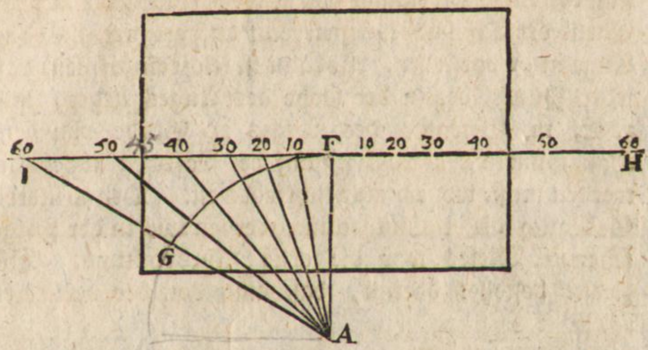
Gesetzt ferner es sei BE = $1\frac{1}{2}$ IK, so mache B′E′ vertikal und gleich anderthalbmal der Breite eines Trapezen in der Gegend B′ des Netzes genommen. Endlich, wenn CF = 1 IK, so mache C′F′ vertikal und gleich einer Breite eines Trapeziums in der Gegend C′ des Netzes.

Vollende das Dreieck D′E′F′, so ist die verlangte Zeichnung fertig.

Zusatz. Die eben jetzt beschriebene Methode läßt sich auf den Fall anwenden, wo das Auge in einer unendlichen Entfernung stehet. Alsdann muß das Netz erst nach den Regeln der militärischen Perspektive (H. III. §. 4.) gezeichnet werden, so daß es die kleinen Quadrate wie Parallelogramme vorstelle; dann müssen die Höhen alle den Original-Höhen gleich gemacht werden.

§. 3.

Wenn ein perspektivisches Gemälde von beträchtlicher Größe und mit vielen Gegenständen vorgestellet werden soll, so ist es am besten, daß man am Rande der Tafel und auf der Horizontal-Linie gewisse Eintheilungen mache, wodurch die Arbeit sehr befördert wird. Sie werden mit leicht auszulöschender Farbe gemerket, und es wird dabei nöthigen Falls die Ebene der Tafel entweder mittelst des Tisches, auf dem man arbeitet, oder mittelst eines Bogens Papier verlängert. Auch dieses Mittel gehöret zur vermischten Perspektive, und wird die **perspektivische Einfassung** genannt. Sie wird folgender Weise durch drei Verrichtungen erhalten.

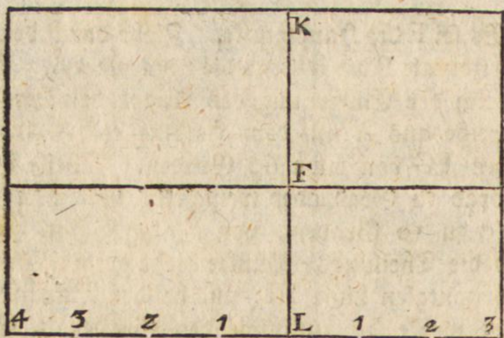


Es sei F der Hauptpunkt. Ziehe durch denselben die horizontale Linie HI und die vertikale FA. Mache FA gleich der Entfernung des Auges von der Tafel. Beschreibe aus A mit dem Halbmesser FA einen Zirkelbogen FG von etwa 60 Graden. Theile ihn ein von Grad zu Grad oder wenigstens von 5 zu 5 oder von 10 zu 10 Graden, von F nach G hin. Durch A und die Theilungs-Punkte ziehe gerade Linien bis zur horizontalen Linie HI, und bei den Durchschnittspunkten merke die zustimmenden Grade, z. E. 10, 20, 30, u. s. w. Trage die Linien F 10, F 20, F 30, auch jenseits des Punktes F auf die horizontale Linie HI, nämlich von F nach H hin; so ist die horizontale Linie gehörig eingetheilet. Diese Eintheilung wird eben so gut und vielleicht noch besser gelingen, wenn man einen Winkelmesser oder Transportör nimmt und anstatt der blinden Linien einen feinen Faden gebrauchet, der die Gradstriche nach und nach bedecket. Oder man berechnet die Tangenten F 10, F 20, u. s. w. für den Halbmesser AF und trägt sie in der Horizontal-Linie auf.

Diese Eintheilung ist nichts anders, als der oben (S. 50.) erwähnte perspektivische Winkelmesser. Man muß

 sich

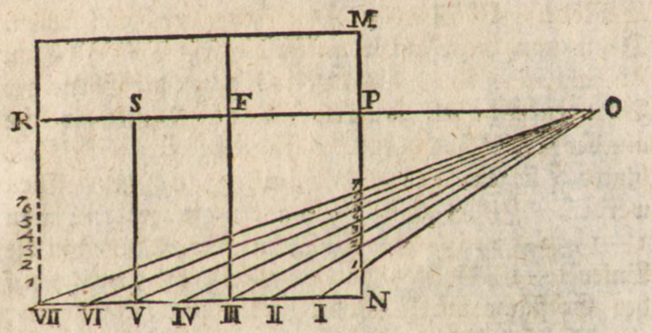
sich die Linie FA sammt der ganzen Figur AFI auf der Ebene der Tafel über FI senkrecht aufgerichtet, und das Auge in A vorstellen. Alsdann ist leicht einzusehen, daß jeder Punkt, der in der Höhe des Auges lieget, und z. E. in Betracht des Auges 20 Grade von dem Hauptpunkte F abweichet, auf der Tafel da abgebildet werden muß, wo 20 aufgeschrieben ist. Den weiteren Gebrauch dieser Eintheilung werden wir in der Folge sehen. Dieses war die erste Vorbereitung. Die zweite bestehet darinn, daß man von der vertikalen



Linie KL an gerechnet auf den untern horizontalen Rand der Tafel beiderseits gleiche Theile aufträgt, wovon jeder ein Model oder Modulus genannt wird, und ein gewisses Maaß im Kleinen vorstellet, z. E. einen Fuß, eine Ruthe, u. s. f. Diese Eintheilung stellet die Ausmessungen der Gegenstände nach einem verjüngten Maaßstabe vor.

Die dritte Vorbereitung geschiehet folgender Weise.

Man verlängert die Horizontal-Linie RP, und machet PO gleich der Entfernung des Auges von der Tafel. Vom Rande MN an gerechnet trägt man auf die



die Fundamental-Linie so viel Model, als darauf gehen, z. E. NI, I--II, II--III, u. s. w. Diese sind zwar von der nämlichen Größe, als die vorher aufgetragenen, aber ihre Endpunkte treffen nicht allemal mit den Endpunkten jener zusammen. Ziehe OI, OII, OIII, u. s. w. Diese Linien schneiden die MN in 1, 2, 3, 4, u. s. w. Merke diese Punkte, und trage sie ebenfalls auf den andern horizontalen Rand der Tafel. Diese Punkte können auch durch eine leichte Rechnung also bestimmet werden. Z. E. um den Punkt 5 zu finden, ziehe ich die senkrechte VS, und sage

$$(OP + PS) : OP :: SV : P5$$

oder $$(OP + NV) : OP :: SV : P5$$

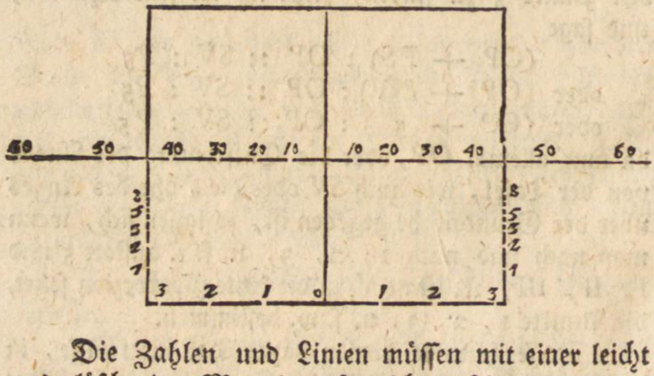
oder $$(OP + 5) : OP :: SV : P5$$

da nun allemal OP, oder die Entfernung des Auges von der Tafel, wie auch SV oder die Höhe des Auges über der Grundfläche gegeben ist, so lassen sich, wenn man nach und nach 1, 2, 3, u. s. f. anstatt 5 und I, II, III, ꝛc. statt V in die letzte Proporzion setzet, die Punkte 1, 2, 3, u. s. w. bestimmen.

Diese Punkte dienen dazu, daß man wisse, in welcher Höhe auf der Tafel die Gegenstände abgebildet werden müssen, in so fern sie in der Natur um I Model, II Mo-

II Model, III Model u. s. w. hinter der Tafel stehen. Denn man drehe in Gedanken die Figur POVN um PN als eine Axe, bis daß PO gegen die Ebene der Tafel senkrecht sei, so ist klar, daß die Punkte, welche auf der Erdfläche in den Entfernungen NI, NII, NIII, hinter N liegen, aus O in 1, 2, 3, u. s. w. gesehen werden. Ziehet man in Gedanken die geraden Linien 1--1, 2--2, 3--3, 4--4, u. s. w. so fallen in die Linien 1--1, die Abbildungen aller Punkte welche auf der Erdfläche um II Model hinter der Tafel liegen; eben so fallen in die Linie 2--2, die Abbildungen aller Punkte, welche um 2 Model hinter der Tafel liegen. Denn aus den Proporzionen des 2ten Paragraphs im IIten H. erhellet, daß alle Punkte, die gleich weit hinter der Tafel auf der Erdfläche liegen, auch in gleicher Entfernung unterhalb der Horizontal-Linie PR, also in einer mit PR parallelen Linie abgebildet werden müssen.

Die Tafel, nachdem sie vorgeschriebenermaßen eingerichtet worden, wird ohngefähr wie diese Figur aussehen.



Die Zahlen und Linien müssen mit einer leicht auszulöschenden Materie aufgezeichnet sein.

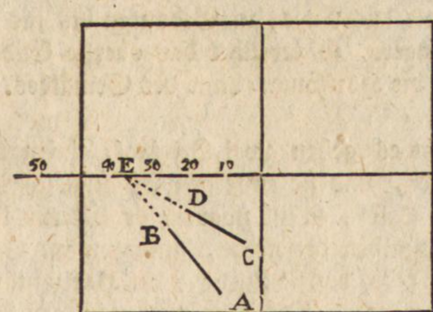
Eine

Eine auf solche Art vorbereitete Tafel heißt also eine **perspektivische Einfassung.**

§. 4.

Aufgabe.

Es soll vermittelst der perspektivischen Einfassung auf der Tafel eine gerade Linie gezogen werden, die durch einen gegebenen Punkt gehe, und mit einer andern gegebenen Linie perspektivisch parallel sei, vorausgesezet, daß die gegebene Original-Linie horizontal ist.



Gesetzt es sollte durch den Punkt C eine gerade Linie gezogen werden, die mit AB, (deren Original horizontal ist) perspektivisch parallel sei.

Verlängere AB, bis daß sie der Horizontal-Linie der Tafel irgendwo in E begegnet. Ziehe CE, so ist jeder Theil CD derselben mit AB perspektivisch parallel.

Oder lege ein Linial an AB und merke die Stelle E, die es bedecket, vermittelst der nächsten Gradnummer. Lege das Linlal an C und E, ziehe CD.

Um dieses zu beweisen stelle man folgende Betrachtungen an.

Wenn

Wenn man die Original-Linie, die auf der Erdfläche lieget, in Gedanken verlängert, so kommen ihre Theile oder Punkte in der Abbildung desto höher zu stehen, je weiter sie von der Tafel entfernet sind, wie schon oben Seite 32. Lehrs. VIII. gezeiget worden. Es kann aber kein Punkt einer solchen Linie höher zu stehen kommen, als die Horizontal-Linie der Tafel, weil diese alles was unten ist von dem was oben ist scheidet; indessen erheben sich die sehr entfernten Originalpunkte, die auf der Erdfläche liegen, bis sehr nahe an die Horizontal-Linie des Gemäldes. Wenn man also eine Linie, die auf der Erdfläche lieget, oder auf einer Fläche, die mit der Erdfläche parallel und niedriger ist als das Auge, in Gedanken bis ins unendliche verlängert, so erreichet das oberste Ende ihrer Abbildung die Horizontal-Linie des Gemäldes.

Gesetzt es gehen zwei Original-Linien parallel mit einander, und sie entfernen sich zugleich von der Ebene der Tafel, so ist zwar in der Natur ihr Abstand allenthalben derselbige, hingegen im Gemälde nähern sie sich so, daß sie zuletzt in der Horizontal-Linie zusammen treffen. Dieses ersiehet man aus S. 54. Exempel III, wo die parallelen Linien TB, KL in T*b*, K*l* abgebildet sind, und wo diese Abbildungen sich je mehr und mehr einander nähern, so daß die Abstände TK, *fm*, *dh*, *lb* immer kleiner und kleiner werden. Wären die Original-Linien TB, KL bis ins unendliche verlängert, so würden T*b*, K*l* auch verlängert werden müssen, und zuletzt in F zusammen treffen. Ueberhaupt wenn man die wirklichen oder eingebildeten Linien, die den Abstand zweier Parallelen messen, als Gegenstände betrachtet, so müssen sie um desto kleiner scheinen, je weiter sie entfernet sind und zuletzt in einer unendlichen Entfernung verschwinden.

Ver-

Verschwindet aber der Abstand, so treffen die Linien zusammen. (Siehe auch Seite 34. Lehrs. XIV.)

Wenn man sich also zwei parallele Linien, die sich von der Ebene der Tafel entfernen, unendlich verlängert vorstellet, so müssen sie in der Abbildung erstens bis an die Horizontal-Linie der Tafel reichen, und zweitens müssen ihre Abbildungen dort in einem Punkt zusammen treffen.

Hierdurch ist die Auflösung genugsam bewiesen.

Zusatz. Wenn die auf der Erdfläche liegende Original-Linie mit der Tafel und folglich mit der Erdlinie parallel ist, so ist die vorgeschriebene Methode gar nicht zu gebrauchen, weil in diesem Falle die Abbildung mit der Erdlinie und also auch mit der Horizontal-Linie des Gemäldes parallel ist, und folglich diese Linien nicht schneiden kann.

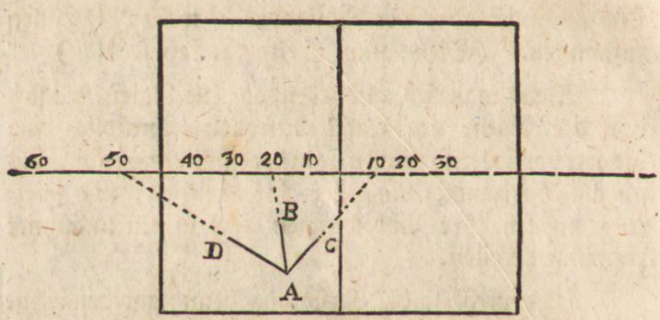
Wenn also auf der Tafel eine waagerechte Linie vorhanden ist, die das Bild einer ebenfalls waagerechten Original-Linie ist, und es sollen durch gegebene Punkte mit der abgebildeten Linie perspektivische Parallelen gezogen werden, so muß man sie alle waagerecht, und folglich mit der schon vorhandenen wirklich parallel ziehen.

§. 5.

Aufgabe.

Es ist eine perspektivische Linie gegeben. Es soll an einem ihrer Enden ein perspektivischer Winkel von einer gegebenen Anzahl von Graden gemachet werden. Es wird hierbei immer angenommen, daß der Original-Winkel in einer horizontalen Ebene lieget.

Es



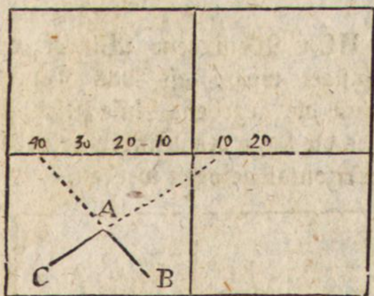
Es sei gegeben die perspektivische Linie AB, und an ihrem Ende A sei ein Winkel von 30 Graden zu legen, entweder rechter oder linker Hand.

Verlängere AB bis zur Begegnung der Horizontal-Linie, z. E. im Punkte 20. Zähle von dort 30 Grade entweder links von 20 bis 50 oder rechts von 20 bis 10 jenseit des Hauptpunktes. Ziehe A - 50, oder A - - 10, oder einen Theil AD, AC dieser Linien, so ist BAC oder BAD der verlangte Winkel.

Um die Richtigkeit dieses Verfahrens einzusehen, stelle dir zwei horizontale gerade Linien vor, die aus dem Auge gehen, deren eine nach dem Punkte 20 und die andere nach dem Punkte 50 des Horizonts gehet; so ist, vermöge der Eintheilung der Horizontal-Linie klar, daß diese beiden Linien Winkel von 30 Graden machen. Da nun die Linie AB auch nach dem Punkte 20 des Horizonts zielet, so ist sie im Original mit der ersten der gedachten aus dem Auge entspringenden Linie parallel; eben so ist AD, welche nach dem 50ten Grade hinzielet mit der zweiten parallel. Da nun zwei Paar parallele Linien, auch in verschiedenen Ebenen allemal gleiche Winkel machen, so ist BAD die Vorstellung eines Winkels, welcher demjenigem am Auge gleich ist, nämlich eines Winkels von 30 Graden.

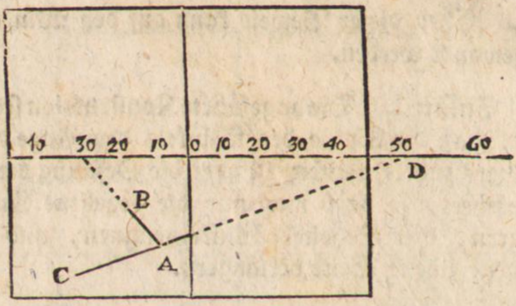
den. Eben dieser Beweis kann auf den Winkel BAC angewandt werden.

Zusatz I. Die angeführte Konstrukzion setzet voraus, daß die Spitze des Winkels dem Auge des Zuschauers zugekehret sei; ist aber die Oefnung dem Auge zugekehret, so darf man nur die gegebene Linie verlängern, den Scheitel-Winkel zeichnen, und die gefundene zweite Seite verlängern.

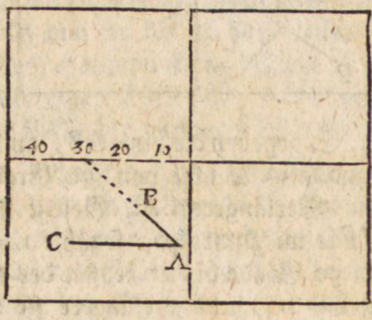


Es sei z. E. gegeben die Linie AB, an deren Ende A linker Hand ein Winkel von 50 Graden geleget werden soll. Verlängere BA. Gesetzt sie treffe die Horizontal-Linie im Punkt 40, so zähle nach der rechten Hand hin 50 Grade bis 10 jenseit des Hauptpunktes. Ziehe A -- 10, und verlängere sie in AC, so hält der Winkel BAC 50 perspektivische Grade.

Zusatz II. Wenn die verlangten Grade auf der vorgeschriebenen Seite nicht vorhanden sind, so nehme man das Supplement zu Hülfe. Z. E. Es soll an der Linie AB (folg. Fig.) in A linker Hand ein perspektivischer Winkel von 100 Graden geleget werden. Verlängere AB und mache den Winkel BAD von 80 Graden, so ist das Supplement BAC von 100 Graden.

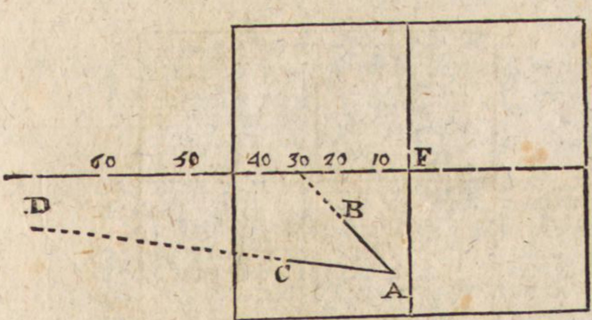


Zusatz III. Wenn ein Winkel von so viel Graden verlanget wird, als das Komplement der Grade, wohin die gegebene Linie zielet, beträgt; so muß, wenn es die Lage des Winkels erfordert, die andere Seite horizontal gezogen werden.



Gesetzt die verlängerte AB trift den 30ten Grad, und es soll linker Hand an A ein Winkel von 60 Graden geleget werden; so müßte AC eigentlich nach dem 90ten Grade auf der Tangenten-Linie oder Horizontal-Linie hinzielen. Da aber die Tangente von 90 Graden unendlich ist, so muß AB der Horizontal-Linie in einer unendlichen Entfernung, das heißt, gar nicht begegnen, und also mit ihr parallel sein. Solche Linie, deren Abbildung waagerecht ist, stellet eine Originalnallinie vor, die waagerecht, und dabei mit der Ebene der Tafel parallel ist (Seite 28.).

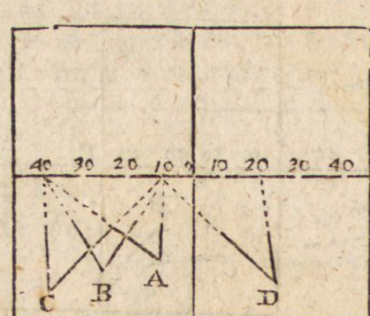
Zusatz IV. Wenn ein Winkel von beinahe so viel Graden verlanget wird, als das Komplement der Grade, wohin die gegebene Linie zielet, beträgt, so kann der andere Schenkel des Winkels die Horizontal-Linie nicht anders, als in einer sehr großen Entfernung ausserhalb der Tafel treffen, welches die Operazion sehr unbequem und manchmal fast unmöglich machet. In diesem Falle ist wohl der beste Rath, daß man die Rechnung zur Hülfe nehme.



Es sei gegeben AB, welche die Horizontal-Linie im 30ten Grade trift, und es soll an derselben in A linker Hand ein Winkel geleget werden, welcher 55 Grade enthalte, so müßte, da 30 + 55 = 85, der 85te Grad auf der Horizontal-Linie aufgesuchet und aus A eine Linie AD dahin gezogen werden. Da aber der Punkt des 85ten Grades gar zu weit hinaus fallen möchte, so berechne die Tangente FD von 85 Graden für einen Halbmesser, welcher der Entfernung des Auges von der Tafel gleich ist. Ziehe davon ab die Länge F -- 30, welche entweder berechnet oder gemessen werden kann, so bleibet die Seite 30 -- D des

Dreiecks 30 - - D - - A. Es kann A - - 30, wie auch der Winkel A -- 30 - - D, gemessen werden; da also im Dreiecke A - - 30 - - D zwei Seiten und der von ihnen eingeschlossene Winkel bekannt sind, so läßt sich der Winkel D - - A - - 30 trigonometrisch berechnen. Wenn dieser bekannt ist, so wird er in BAC gezeichnet. Noch eine andere Methode, soll weiter unten (§. 9. Zus.) angeführet werden.

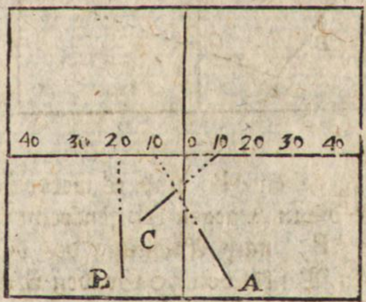
Zusatz V. Alle Winkel auf der Tafel, deren Schenkel nach demselbigen Punkte der horizontalen Linie hinzielen, sind perspektivisch gleich, das heißt, sie sind die Vorstellungen gleicher Original-Winkel.



Z. E. Die Winkel, 10 A 40, 10 B 40, 10 C 40 sind perspektivisch gleich, indem jeder einen Original-Winkel von 30 Graden vorstellet, wie aus der obigen Auflösung erhellet.

Auch Winkel die auf der Horizontal-Linie gleich viel Grad-Abtheilungen einnehmen sind einander gleich; z. E. der Winkel 10 D 20 hält 30 perspektische Grade sowohl als die Winkel A, B und C; also ist er diesen perspektivisch gleich.

Zusatz VI. Wenn keine gerade Linie gegeben ist, sondern nur gesaget wird, man soll durch den gegebenen Punkt eine Linie ziehen, die rechts oder links um so oder so viel Grade von der Vertikal-Ebene abweiche; so zählet man, vom Hauptpunkte an, so viel Grade rechts oder links, als gegeben sind, und ziehet die verlangte Linie durch den gegebenen Punkt und den vorgeschriebenen Grad. Zum Exempel B 20 stellet



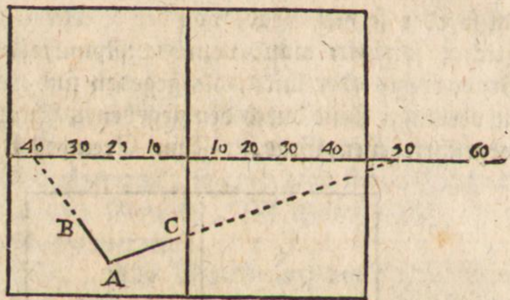
eine waagerechte Linie vor, die um 20° links von der Vertikal-Ebene abweichet; A 10 weichet links ab um 10 Grad, C 10 rechts um 10 Grad.

Man brauchet nur noch in Gedanken die Linien B 0, A 0, C 0 zu ziehen, und solche, der Lage nach, als gegeben betrachten, so ist der Beweis der nämliche, wie oben in der allgemeinen Auflösung.

§. 6.

Aufgabe.

Es ist eine gerade Linie auf der Tafel, und in der Linie ein Punkt gegeben. Es soll in diesem Punkt eine Linie errichtet werden, die auf der gegebenen perspektivisch senkrecht sei. Hierbei wird immer angenommen, daß die Original-Linien horizontal sind.



Es sei gegeben AB, und es werde verlanget eine andere Linie die in A gegen AB senkrecht stehe. Lege in A an der AB, nach Anleitung des vorigen Paragraphs, einen Winkel von 90 Graden BAC, so ist AC auf AB perspektivisch senkrecht.

§. 7.

Aufgabe.

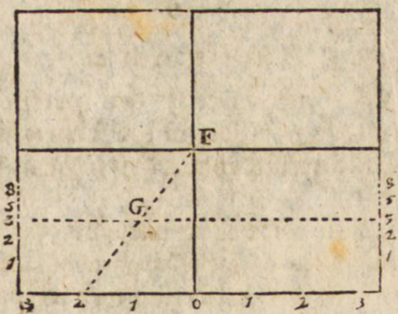
Es ist auf der Tafel gegeben eine gerade Linie und ein Punkt ausserhalb derselben; es soll von diesem Punkt aus, eine perspektivisch senkrechte Linie gegen die gegebene Linie gefället werden. Es wird immer vorausgesetzet, daß die Original-Linien horizontal sind.

Es sei in voriger Figur gegeben die Linie AB und der Punkt C. Verlängere AB bis zur Horizontal-Linie, z. E. hier zum Punkte 40. Zähle auf der Horizontal-Linie 90 Grade ab, z. E. hier bis zu 50 rechter Hand. Durch den gefundenen Punkt 50 und den gegebenen C, ziehe eine gerade Linie 50 A oder CA, so ist sie gegen AB perspektivisch senkrecht.

§. 8.

Es ist gegeben ein Punkt auf der Erd-Ebene, so daß sein Abstand, sowohl von der Tafel, als auch von der Vertikal-Ebene, die durch das Auge und durch den Hauptpunkt gehet, bekannt ist. Man verlanget die Abbildung dieses Punktes auf der Tafel, vermittelst der perspektivischen Einfassung.

Es sei der gegebene Punkt 3 Fuß oder Model hinter der Ebene der Tafel, und 2 Fuß linker Hand von der Vertikal-Ebene entfernet. Ziehe die Linie 3 - - - 3 durch



die dritten Theilungs-Punkte der vertikalen Ränder. Ziehe auch F 2 vom Hauptpunkte bis zum zweiten Theilungs-Punkte linker Hand am untersten Rande; so ist der Durchschnitts-Punkt G die perspektivische Vorstellung des gegebenen Punktes.

Daß die Abbildung des gegebenen Punktes, welcher um 3 Fuß hinter dem Gemälde lieget, in der horizontalen Linie 3 - - 3 sein soll, ist aus der Entstehung der Abtheilungen an den horizontalen Rändern klar genug. (Seite 107.)

Ferner wenn man sich eine gerade Linie gedenket, die vom gegebenen Punkte senkrecht gegen die Tafel fällt,

 so

so ist der Punkt 2 unten linker Hand, der Einfalls-Punkt, und es erhellet aus Hauptstück II. §. 2. daß die Abbildung in der Linie F2 liegen muß, welche den Einfalls-Punkt mit dem Haupt-Punkte verbindet. Da also die verlangte Abbildung in beiden Linien 3---3 und F--2 liegen soll, so ist sie im Durchschnitte G.

Zusatz. Anstatt die Linien 3--3, F--2 zu ziehen, braucht man nur dünne Fäden über der Tafel in den Richtungen dieser Linie zu halten, und an der Stelle wo sie sich kreuzen einen Punkt zu merken.

§. 9.

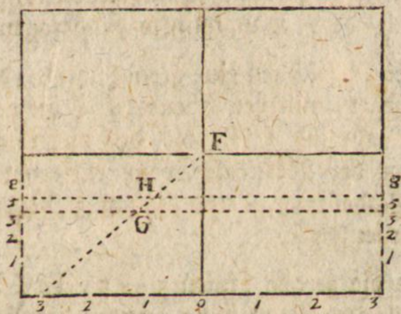
Aufgabe.

Es soll, vermittelst der perspektivischen Einfassung die perspektivische Vorstellung einer geraden Linie gefunden werden, die auf der Erdfläche lieget.

Es müssen beide Endpunkte der geraden Linie, nach Anleitung des vorigen Paragraphs, perspektivisch abgebildet, und die perspektivischen Endpunkte vermittelst einer geraden Linie verbunden werden. Indessen giebt es bei den verschiedenen Fällen, die hier eintreten können, noch besondere Vortheile und Bemerkungen.

1) Wenn die gegebene horizontale Linie zugleich mit der Vertikal-Ebene, die durch das Auge und durch den Hauptpunkt gehet, parallel ist, so findet nur ein Einfalls-Punkt Statt, und es brauchet nur eine Linie von demselben bis zum Hauptpunkte gezogen zu werden. Z. E. Es werde verlanget die Abbildung einer Linie, welche auf der Erdfläche lieget, mit der Vertikal-Ebene parallel, 3 Model links von ihr [e]tfernet und 2 Model lang ist, deren eines Ende um

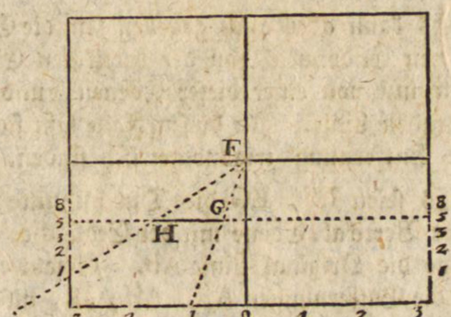
4 Mo-



4 Model das andere aber um 6 Model hinter der Tafel entfernet liegt.

Ziehe waagerechte Linien von 4 bis 4, und von 6 bis 6, so müssen die Abbildungen beider Endpunkte in ihnen liegen (S. 119.) Ziehe F -- 3, so müssen die Abbildungen beider Endpunkte auch in dieser Linie liegen, weil beide Einfalls-Punkte unten im Punkte 3 zusammen treffen. Also ist GH die verlangte Abbildung.

II) Wenn die Original-Linie mit der Ebene der Tafel parallel ist, so sind ihre Enden von der Tafel gleich weit entfernet, und folglich ist nur eine horizontal-Linie auf der Tafel zu ziehen. Da aber zwei Ein-



falls-Punkte statt finden, so müssen von denselben zwei Linien nach dem Hauptpunkte hingezogen werden.

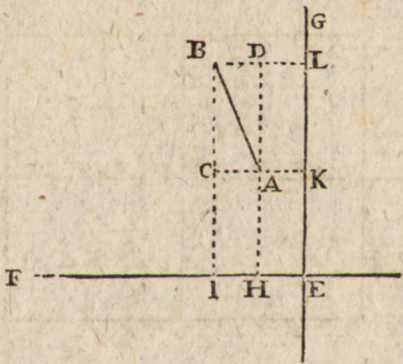
Es sei zu zeichnen eine gerade Linie, die auf der Erdfläche lieget, mit der Ebene der Tafel parallel ist, deren ein Ende um 1 Model, das andere aber um 4 Model von der Vertikal-Ebene entfernet ist, die folglich 3 Model lang ist und die um 5 Model von der Tafel entfernet lieget.

Ziehe die gerade Linien 5 -- 5, F1, F4, so ist GH die verlangte Vorstellung, wovon der Beweis sehr leicht ist. Hier bestätiget es sich wieder, daß die Abbildungen der waagerechten Linien, die mit der Tafel parallel sind, ebenfalls waagerecht werden. (Seite 28.)

III) Wenn die gegebene Linie, welche auf der Erdfläche lieget, gegen die Vertikal-Ebene, und folglich auch gegen die Ebene der Tafel schief ist, so kann man sich der allgemeinen Auflösung bedienen, welche im Anfange dieses Paragraphs vorgeschrieben worden. Alsdann muß gegeben sein die Entfernung jedes Endpunktes, sowohl von der Ebene der Tafel, als auch von der Vertikal-Ebene.

Es kann aber auch gegeben sein die Entfernung des einen Endpunkts von der vertikalen Ebene, des zweiten nur von einer dieser Ebenen, und die Länge der geraden Linie. In diesem Falle läßt sich die mangelnde Entfernung trigonometrisch finden.

Es seien EF, EG die Durchschnitte der Tafel und der Vertikal-Ebene mit der Erdfläche. Auf dieser liege die Original-Linie AB. Gesetzt es seien gegeben die Entfernungen AK, AH, IB, und die Länge AB, so ist BC = IB — AH. Also sind im rechtwinkeligen Dreiecke ABC bekannt, die Hypothenuse AB



AB und die Kathete BC, woraus sich die andere Kathete AC berechnen läßt. Also hat man DB = AC und folglich LB = DB + KA.

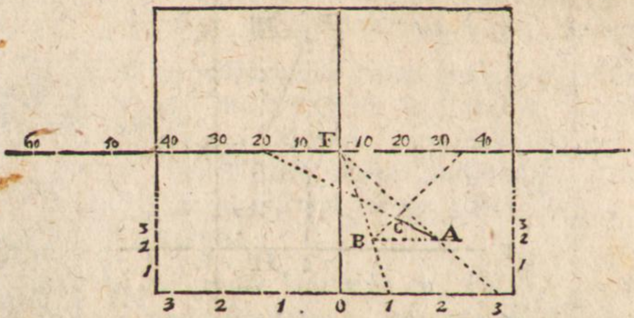
Wären gegeben KA, AH, LB, und die Länge der AB, so hätte man DB = LB — AK, und aus AB und DB würde berechnet werden AD oder CB, folglich wäre auch bestimmet BI = BC + AH.

Auch können gegeben sein AK, AH, die Länge der AB, und der Winkel DAB, den die gegebene Linie mit der Vertikal-Ebene machet, oder mit jeder geraden Linie, die auf der Erdfläche mit der Vertikal-Ebene parallel gezogen ist. Dann lassen sich, vermittelst der Hypotenuse AB und des Winkels BAD die Katheten AD und DB berechnen. Also hat man auch LB = AK + DB und BI = AH + AD.

Wenn, wie im angeführten Falle, die Länge des einen Endes der Linie gegeben ist, nebst dem Winkel, den sie mit der Vertikal-Ebene machet, so kann man auch folgender Weise verfahren.

Es sei verlanget, die perspektivische Vorstellung einer gewissen geraden Linie; diese lieget rechter Hand der Vertikal-Ebene: sie ist 2 Model lang, das rechte Ende liegt, 3 Model weit von der Vertikal-

Ebene



Ebene und 2 Model von der Ebene der Tafel. Sie machet mit einer horizontalen Linie, die mit der Vertikal-Ebene parallel ist, und durch das eben bestimmte Ende gehet, einen Winkel linker Hand von 20 Graden.

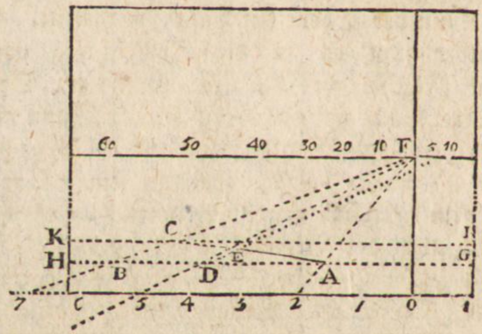
Man mache zuerst nach der Regel des zweiten Falles eine perspektivische Abbildung AB, der gegebenen Linie, als wenn sie mit der Ebene der Tafel parallel wäre, und dem bestimmten Endpunkte zur linken läge (weil der Winkel zur linken lieget). Diese Abbildung wird gemachet vermittelst der Linie 2 - - 2, F - - 3, F - - - 1.

Aus dem bestimmten Ende A ziehe eine A -- 20, nach dem 20ten Grade linker Hand auf der Horizontal-Linie (weil der Winkel links liegen soll). Zähle vom Hauptpunkt F nach der rechten Seite hin auf der Horizontal-Linie, so viel Grade, als das halbe Komplement von 20 beträgt: nämlich $\frac{70}{2}$ oder 35 Grade. Aus B ziehe eine gerade Linie B -- 35, so schneidet sie die A - - 20 in C, und es ist AC die verlangte Abbildung.

Um dieses darzuthun, muß man bemerken, daß das Dreieck ACB nichts anders ist, als die Abbildung eines Original-Dreiecks, welches auf der Erdfläche lieget, und gleich gleichschenkligt ist, und wovon einer der gleichen Schenkel mit der Ebene der Tafel parallel ist. Denn gesetzt überhaupt es sei die Abweichung von der Vertikal-Fläche $= \varphi$, so muß im Original der Winkel $CAB = 90^g - \varphi$ sein. Dann machen die beiden übrigen Winkel ACB und ACB, $180^g - (90^g - \varphi) = 90^g + \varphi$, soll nun sein $AC = AB$, so muß sein $\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} . 90^g + \frac{1}{2}\varphi$, also muß auch der Vertikal-Winkel bei C gleich sein $\frac{1}{2} . 90^g + \frac{1}{2}\varphi = \varphi + \frac{1}{2} 90^g - \frac{1}{2}\varphi = \varphi + \frac{1}{2}(90^g - \varphi) = \varphi + \frac{1}{2}$ Comp. φ. So groß macht man aber den Vertikal-Winkel, vermöge der vorgeschriebenen Operazion; also ist in der That $AC = AB$, und da auch die Richtung so ist, wie sie sein soll, nämlich nach dem Grade φ hin, so ist das Verlangte geschehen.

Zusatz. Bei der zuletzt angeführten Methode kann es sich treffen, daß der Winkel, den die gegebene Original-Linie mit der Vertikal-Fläche machet, zu groß ist, als daß seine Tangente auf der Horizontal-Linie angezeiget sein könne. Wenn dieses ist, so kann man folgender Weise verfahren.

Es sei z. E. verlanget eine Linie die in der perspektivischen Zeichnung aus dem Punkte A (folg. Fig.) entspringe und die im Original mit der Vertikal-Ebene, einen Winkel von 80 Graden mache. Durch A und den Hauptpunk F ziehe eine gerade Linie, die hier unten auf 2 trift, also F2. Zähle auf dem untern Rande so viel Model, als deren enthalten sind in der Entfernung zwischen dem Auge und der Tafel, und dieses nach derselbigen Seite hin, wohin der Winkel liegen soll, z. E. von 2 bis 7, und ziehe F - - 7. Zwischen diesen beiden Linien F2, F7, und durch den Punkt A ziehe AB mit der Horizontal-Linie parallel, so ist AB die



die Abbildung einer Original-Linie A′B′ die auf der Erdebene lieget, mit der Tafel parallel, und dem Hauptstral gleich ist.

Nimm auf der Horizontal-Linie, hier von F bis 10, die Tangente des Komplements des gegebenen Winkels, und miß diese Tangente auf dem unteren Rande nach Modeln. Verlängere AB bis G und H; auf beiden vertikalen Rändern zähle von G und H nach oben hin, so viel Abtheilungen, als Model in der Linie F - - 10 gefunden sind, und ziehe IK in der gefundenen Entfernung, mit GH parallel. Durch den Durchschnitts-Punkt C ziehe AC, so hast du die Richtung der verlangten Linie.

Denn es ist BC die perspektivische Vorstellung einer Linie B′C′ die auf A′B′ senkrecht, oder mit der Vertikalkal-Ebene parallel, und der Tangente von 10 Graden für den Halbmesser A′B′ oder für den Hauptstral, als Radius betrachtet gleich ist. Also ist der Winkel B′A′C′ von 10 Graden, folglich ist auch der perspektivische Winkel BAC von 10 Graden. Da nun der Winkel BAF einen rechten B′A′F′ vorstellet, und da BAC perspektivisch 10 Grade machet, so machet FAC perspektivisch 90 — 10 = 80 Grade, und ist die Vorstellung des Original-Winkels F′A′C′.

Dieser Methode kann man sich auch bei dem oben (§. 5. Zus. IV.) bemerkten Falle bedienen, nur muß der Winkel immer vom Hauptpunkte an gerechnet werden.

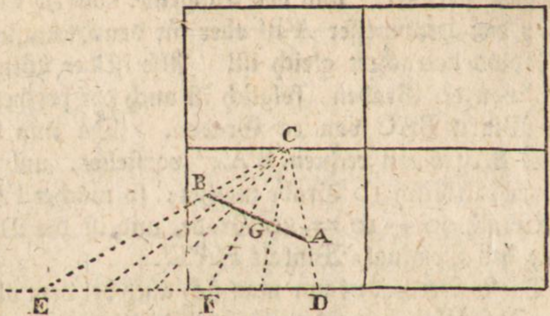
Um nun noch die perspektivische Größe der gegebenen Linie heraus zu bringen, so nimm 2 - - - 5 gleich der natürlichen Größe 3 der gegebenen Linie. Ziehe F - - 5, so schneidet sie die AB in D, und es wäre AD die verlangte Linie, wenn sie mit der Ebene der Tafel parallel seyn sollte. Nimm auf der Horizontal-Linie die F5 gleich dem halben Komplemente des gegebenen Winkels, und ziehe 5D, so schneidet sie die AC in E und es ist AE die verlangte perspektivische Vorstellung. (Seite 120.)

§. 10.

Aufgabe.

Es soll eine perspektivische gerade Linie, die objektivisch auf der Erd-Ebene lieget, entweder in gleiche, oder nach einem gewissen Verhältnisse in ungleiche Theile perspektivisch getheilet werden.

Es sei gegeben auf der Tafel die Linie AB, welche perspektivisch in 5 gleiche Theile getheilet werden soll, vorausgesetzet, daß die Original-Linie auf der Erd-Ebene lieget. Wähle einen beliebigen Punkt C in der Hori-



Horizontal-Linie. Ziehe durch die Enden der gegebenen perspektivischen Linie AB, die geraden Linien CD, CE, bis zur Erdlinie. Theile DE in 5 gleiche Theile, und von den Theilungs-Punkten ziehe gerade Linien nach C hin, so theilen diese die AB auf die verlangte Art.

Denn da die Linien DC, EC, FC, ꝛc. alle nach einem Punkte C in der Horizontal-Linie hinzielen, so stellen sie originale parallele Linien vor, und da sie in der Erdlinie mit den Original-Linien zusammenstoßen, und dort in gleichen Entfernungen stehen, so sind die Original-Linien in gleichen Entfernungen von einander. Die AB aber ist die Vorstellung einer geraden Linie, welche von allen diesen Parallelen geschnitten wird. Also sind die Original-Theile gleich.

Soll die Linie AB nach einem gewissen Verhältnisse perspektivisch geschnitten werden, so daß sich z. E. beide Theile verhalten, wie 2 zu 3, so theile DE nach diesem Verhältnisse und durch den Theilungs-Punkt F ziehe FC; dieses giebt in der AB den verlangten Punkt G.

Denn in der Natur stellen DC, FC, EC drei parallele Linien vor, die von geraden Linien DE und AB geschnitten werden. Also ist AB objektivisch nach dem nämlichen Verhältnisse geschnitten wie DE. (Selbstlernender Geometer, Hauptst. II. §. 26.)

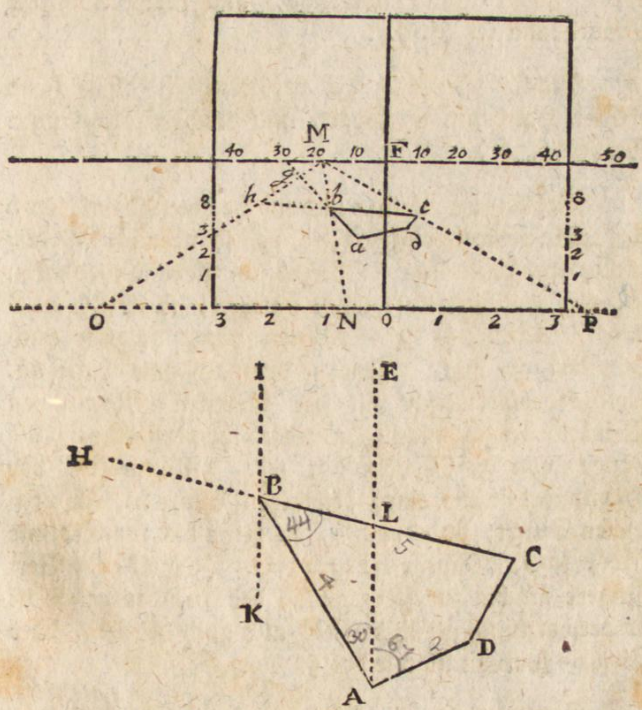
§. 11.

§. 11.

Aufgabe.

Es soll eine geradlinichte Figur, die auf der Erd-Ebne lieget, und deren Seiten und Winkel gegeben sind, vermittelst der perspektivischen Einfassung abgebildet werden.

Es müssen nach und nach so wohl die Linien als auch die Winkel des Umfanges perspektivisch abgebildet werden.



Es sei z. E. gegeben eine Figur wie ABCD. Gesetzet der Punkt A liege um 1 Model linker Hand von der Vertikal-Fläche, und 3 Model hinter der Tafel. Die Linie AB weiche links ab um 30 Grad von der Linie AE die mit der Vertikal-Fläche parallel ist, und sei 4 Model lang; AD weiche ab rechts um 67 Grad und sei lang 2 Model; BC mache mit AB einen Winkel von 44 Graden rechter Hand, und sei lang 5 Model; das übrige muß sich von selbst geben.

Bilde den Punkt A perspektivisch ab in *a* (§. 8.).

Mache eine Linie *ab*, die perspektivisch um 30 Grad linker Hand abweiche, und perspektivisch 4 Model lang sei (§. 9.).

Mache ebenfalls *ad* perspektivisch abweichend rechter Hand um 67 Grad, und perspektivisch lang 2 Model (§. 9.).

Verlängere *ab* in *g* und mache einen Winkel *gbh* $= 44^g$ perspektivisch (§. 5.), so ist auch $\angle$ *abc* $= 44^g$ perspektivisch. Oder besser, ziehe in Gedanken IK mit der Vertikal-Ebne parallel, so ist $\angle$ ELB $= \angle$ LBA $+ \angle$ LAB $= 74^g$, folglich auch $\angle$ IBH $= 74^g$. Zeichne demnach eine Linie *bh*, welche perspektivisch mit der Vertikal-Ebne einen Winkel von 74^g mache, und gieb ihr perspektivisch die Länge von 5 Modeln (§. 9.). Nimm in der Horizontal-Linie einen beliebigen Punkt M. Durch diesen Punkt, und durch *b*, *h*, ziehe bis zur Erdlinie MN, MO. Mache NP = NO. Ziehe MP. Verlängere *bh* bis zur Begegnung der MP in *c*; so ist *bc* perspektivisch gleich der *bh*, also auch der BC. Der Beweis hiervon ist wie bei §. 10.

Endlich ziehe *cd*, so muß diese die CD vorstellen, und die Zeichnung ist fertig.

An-

Anmerkung. Man siehet aus dieser Auflösung, daß die perspektivische Zeichnung der Figuren vermöge ihrer Winkel ziemlich mühsam ist, indem die einzelnen dabei vorfallenden Verrichtungen schon an sich nicht allemal sehr einfach sind. Also wird es wohl am klügsten sein, wenn man zur Aufzeichnung ganzer Figuren lieber eine andere Methode gebrauchet, und die perspektivische Zeichnung der Winkel nur bei einzelnen geraden Linien gebrauchet, deren Neigungen gegen einander oder gegen die Vertikal-Fläche gegeben werden.

§. 12.

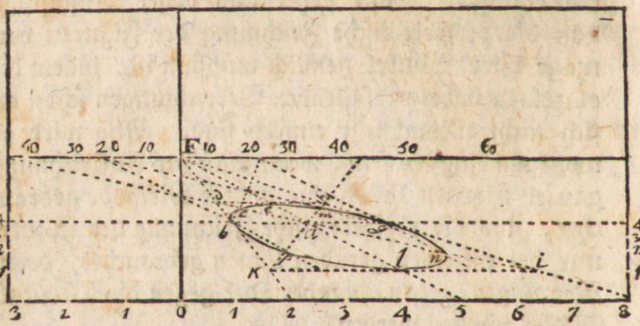
Aufgabe.

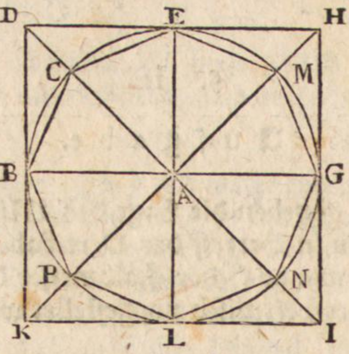
Es ist gegeben die Lage des Mittelpunktes eines Zirkels in Betreff der Vertikal-Ebne, und der Tafel, wie auch der Halbmesser des Zirkels; dieser soll perspektivisch vorgestellet werden.

Es sei gegeben ein Zirkel, der 3 Model im Halbmesser hat, und dessen Mittelpunkt A um 5 Model rechts von der Vertikal-Fläche entfernet ist, und 4 Model hinter der Tafel lieget.

Zeichne in Gedanken im Zirkel ein Achteck vermöge des umgeschriebenen Quadrats und seiner Diagonal-Linien.

Zeichne auf der Tafel den Mittelpunkt A perspektivisch in *a* vermöge der Linien 4--4 und F--5 (§. 8.). Vom Punkte 5 am untersten Rande zähle rechts und links 3 Model ab, nämlich bis zu den Punkten 2 und 8. Ziehe F--2 und F--8, so





bestimmen sie auf der 4--4, die *bg*, welche die Vorstelluug des Durchmessers BG ist. Zugleich liegen die perspektivischen Vorstellungen der linken und rechten Seite des Quadrats in diesen Linien F2 und F8.

Aus *a* ziehe gerade Linien nach dem 45ten Grade auf der Horizontal-Linie sowohl rechter Hand als linker Hand, so geben diese die Vorstellungen *di* und *hk* der Diagonalen Di und KH. Man ziehe noch *hd* und *ik*, so hat man die perspektivische Vorstellung *hdkih* des Quadrats HDKIH und zugleich vier Punkte *b*, *e*, *g*, *l*, welche die Original-Punkte B, E, G, L, vorstellen.

Nun

Nun bemerke man, daß die Seiten des Achtecks mit den Seiten des Quadrats Winkel von $22\frac{1}{2}$ Grad machen. Denn es ist $\angle$ CAB $= 45^g$, also $\angle$ ABC $+ \angle$ ACB $= 180^g - 45^g = 135^g$, also $\angle$ ABC $= \frac{135}{2} = 67\frac{1}{2}$ Grad. Folglich $\angle$ CBD $= 90 - 67\frac{1}{2}$ Grad $= 22\frac{1}{2}$ Grad.

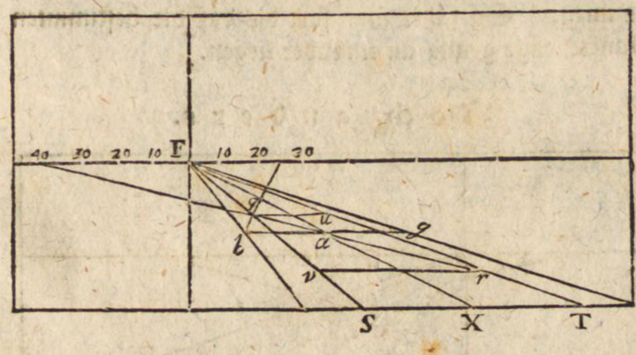
Ziehe demnach aus *b* und *g* gerade Linien nach dem 22ten Grade und $\frac{1}{2}$ linker Hand hin, so giebt dieses *bp* und *gm* als die Vorstellungen der Seiten BP und GM.

Ziehe auch aus *b* und *g* gerade Linien nach dem 22ten Grade und $\frac{1}{2}$ rechter Hand, so giebt dieses *bc* und *gn* als die Vorstellungen der Seiten BC und GN.

Man erhält also noch vier Punkte *p*, *m*, *c*, *n*, als die Vorstellungen der Punkte P, M, C, N, des Zirkels.

Durch die acht Punkte *b*, *c*, *e*, *m*, *g*, *n*, *l*, *p*, ziehe man eine krumme Linie, so ist sie die Vorstellung des Zirkels.

Ein anderes Verfahren.



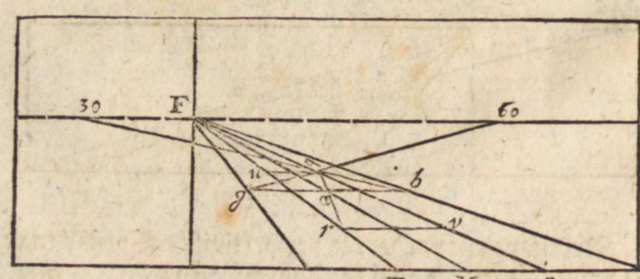
Bestimme wie vorher die perspektivische Vorstellung des Mittelpunktes *a* und des Durchmessers *bg*. Ziehe F*a*X, aus *a* ziehe eine gerade Linie nach einem beliebigen

 Grade

Grade der Horizontal-Linie, z. E. nach dem 40ten, linker Hand. Nimm auf der anderen Seite, hier rechter Hand, das halbe Komplement dieser Grade, hier 25, und ziehe aus *b* nach diesem Grade 25 eine gerade Linie hin, welche die vorhergehende irgend wo in *q* schneiden wird. So ist *q* ein Punkt des perspektivischen Zirkels, weil *aq* der *ab* perspektivisch gleich ist (S. 124.). Ziehe F*q*S, mache XT = XS. Ziehe FT. Verlängere *qa* bis daß sie die XT in *r* schneidet, so ist *ar* der *aq* perspektivisch gleich (§. 10.); also ist auch *r* ein Punkt des perspektivischen Zirkels. Ziehe *qu*, *rv*, mit der Horizontal-Linie parallel, so sind *u* und *v* wiederum Punkte des Zirkels. Denn ∠ *qur* stellet einen rechten Winkel vor, wovon der Schenkel *qu* mit der Ebne der Tafel parallel, der Schenkel *ru* aber gegen dieselbe senkrecht ist. Da also *qr* der perspektivische Durchmesser und ∠ *qur* ein rechter Winkel ist, so lieget der Punkt *u* in dem Umkreise. Eben so wird bewiesen, daß der Punkt *v* zum Umkreise gehöret.

Durch eine zweite, ähnliche Operazion kann man wiederum 4 Punkte des perspektivischen Umkreises bestimmen. So fährt man fort bis daß die bestimmten Punkte enge genug an einander liegen.

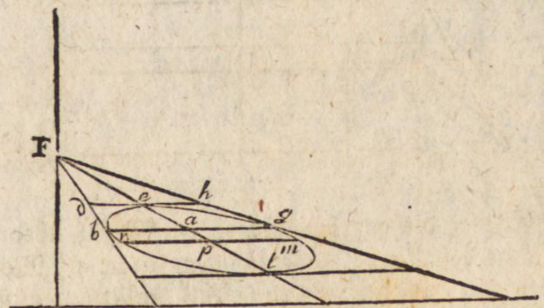
Noch anders.



Be-

Bestimme wie vorher *a*, und *bg*. Aus *b* und *g* ziehe zwei Linien *b*--30 und *g*--60 kreuzweise, und so, daß sie auf der Horizontal-Linie 90 Grade abschneiden. Der Punkt *q*, wo diese beiden Linien einander schneiden, gehöret zum Zirkel. Denn es ist 30--*q*--60 ein perspektivischer rechter Winkel; also ist es auch $\angle\ gqb$, also lieget der Punkt *q* im Umkreise. Aus dem bekannten Punkte *q* lassen sich nun auch wie in der vorigen Manier, und mittelst des Durchmessers *qar* die Punkte *r*, *u*, *v* bestimmen; und so wie diese Punkte gefunden worden, so lassen sich noch mehrere finden, indem man statt 60 und 30 immer zwei Zahlen nimmt, die zusammen 90 machen.

Zusatz. Wenn man nach der ersten Methode (S. 132.) verfährt, so ist *hd* eine Linie, welche die Ellipse



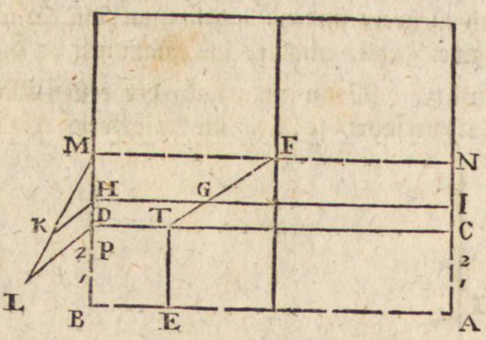
in *e* berühret; *gb* ist mit *hd* parallel, und wird durch die Linie *el*, die durch den Punkt *e* gehet, halbiret. Daher schließt man, daß *el* ein Diameter der Ellipse ist, und *gb* eine dazu gehörige doppelte Applikate. Folglich, wenn man *el* in *p* halbiret, so ist *p* der Mittelpunkt der Ellipse, und wenn man durch *p* die *mn* mit *gb* oder *hd* parallel ziehet, so sind *el* und *mn* zwei konjugirte Diameter. Vermittelst dieser kann man, wenn man will, die große und kleine Axe finden.

(Siehe meine Höhere Geometrie IIItes Hauptstück, §. 13.)

§. 13.

Aufgabe.

Es sollen Figuren perspektivisch vorgestellet werden, die auf einer Ebene liegen, welche mit der Erdebene parallel ist, z. E. auf einem Tische.



Es sei die gegebene Ebene $1\frac{1}{2}$ Model über der Erdfläche erhaben. Fasse mit dem Zirkel $1\frac{1}{2}$ Model, dergleichen auf der Erdlinie AB aufgetragen sind. Mache BD und AC gleich $1\frac{1}{2}$ solchen Modeln; ziehe CD, und betrachte CD als eine neue Erdlinie. Theile sie wie die erste AB nach Modeln, und mache auf MD, NC neue perspektivische Eintheilungen. Die Eintheilungen der Horizontal-Linie nach Graden bleiben unverändert. Dieses vorausgesetzet, so werden die perspektivischen Zeichnungen auf dem Felde NCDM nach denselbigen Regeln verrichtet, wie auf dem Felde NABM.

In-

Indessen lassen sich hier einige Verkürzungen anbringen. Anstatt die CD in gleiche Model zu theilen, kann man die Theilungen der AB gebrauchen. Wenn ich z. E. ET lothrecht ziehe, so ist der Punkt T so gut als der Punkt E um 2 Model linker Hand von der Vertikal-Fläche entfernet.

Zweitens anstatt die MD und NC von neuem perspektivisch einzutheilen, kann man die perspektivischen Eintheilungen der MB gebrauchen. Ziehe ML unter einem beliebigen Winkel mit MB, und mache ML = MB. Ziehe LD. Gesetzet nun es sei ein Punkt auf der erhöheten Ebene in einer Entfernung, die perspektivisch durch BP vorgestellet würde, wenn der Punkt auf der Erdfläche wäre, so mache LK = BP. Ziehe KH mit LD parallel, ziehe HI mit CD und AB parallel, so muß der gegebene Punkt in der Linie HI zu stehen kommen, nämlich in der Entfernung DH von der neuen Erdlinie CD. Zum Exempel der Punkt G stellet einen Original-Punkt vor, welcher um 2 Model links liegt auf einer Ebene, die $1\frac{1}{2}$ Model erhöhet ist, und welcher 2 Model hinter der Malertafel befindlich ist, indem der Punkt P auf den 2ten Punkt der perspektivischen Abtheilung des Randes MB trift.

Zum Beweise sei die Entfernung des Auges von der Tafel $= a$, und die Entfernung eines Punktes hinter der Tafel $= p$, so ist für die Erdlinie AB (Seite 48.)

$$(a + p) : a :: MB : MP$$

und folglich für die Erdlinie CD

$$(a + p) : a :: MD : MH$$

folglich ist $MB : MP :: MD : MH$

die Konstrukzion aber giebt gleichfalls

$$ML : MK :: MD : MH$$

oder $MB : MP :: MD : MH$

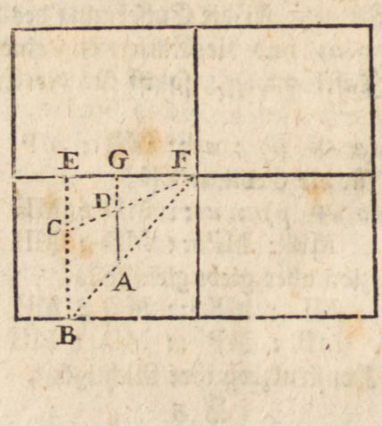
also hat die Konstrukzion ihre Richtigkeit.

Zusatz. Dieselbigen Vortheile können auch gebrauchet werden, wenn die gegebene Ebene unterhalb der Erdfläche, z. E. in einem Brunnen, oder oberhalb der Horizontal-Fläche, z. E. an der Decke eines Zimmers liegen soll. Im letzten Falle muß ML nach oben hin gezogen werden. Um dieses zu erklären, stelle man sich über der Horizontal-Fläche eine mit derselben parallele Ebne vor, die so hoch über dieselbe sei, als die Erdfläche unter ihr ist, so findet für die perspektivische Eintheilungen der lothrechten Ränder oben die nämliche Konstrukzion statt als für unten (S. 107.) nur daß die Eintheilungen in verkehrter Ordnung laufen. Wenn sich also eine andere waagerechte Ebne in einer gewissen Entfernung unterhalb jener befindet, so ist es der nämliche Fall, als wenn eine zweite Erdebene in einiger Entfernung über der erstern angenommen wird.

§. 14.

Aufgabe.

Es soll vermöge der perspektivischen Einfassung eine gegebene lothrechte Linie, oder Höhenlinie vorgestellet werden.

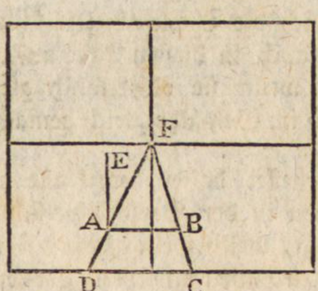


Die-

Dieses kann auf verschiedene Art geschehen.

I) Es sei A der gegebene Punkt in der Tafel, und die natürliche Höhe einer auf der Erdfläche errichteten lothrechten Linie sei von *m* Modeln. Ziehe FAB bis an den untersten Rand der Tafel. Errichte BC lothrecht und mache sie gleich der Anzahl *m* vollständiger auf dem unteren Rande gezählter Model. Ziehe CF, ziehe AD lothrecht, so ist AD die verlangte perspektivische Höhenlinie (Der Beweis ist wie oben Seite 62.).

II) Ziehe durch A die AG lothrecht bis zur Horizontal-Linie; sage, wie sich die Augenhöhe (BE), in Modeln gegeben, verhält zu *m* Modeln (BC), so verhält sich AG zu AD. Diese Proporzion giebt die Länge AD, ohne daß es nöthig sei BE und AG zu ziehen.



III) Durch F und A ziehe FAD: nimm DC in Modeln gleich der gegebenen Höhe, gleich viel ob rechts oder links, ziehe FC, ziehe AB mit CD parallel, mache AE lothrecht und der AB gleich, so ist AE die verlangte perspektivische Höhenlinie. Der Beweis ist im IVten Hauptstück §. 2. enthalten.

Zusatz. Da man nun gelernet hat, wie vermöge der perspektivischen Einfassung allerlei auf der Erdfläche liegende Basen der Körper perspektivisch gezeichzeichnet werden können (§. 11 u. 12.); und da jezt auch gezeiget worden, wie die Höhen aufgetragen werden; so lassen sich allerlei Körper perspektivisch vorstellen. Das Verfahren ist das nämliche wie bei der bloß geometrischen Methode. Nämlich man errichtet Höhenlinien über den vornehmsten Punkten der Grundfläche. Die obersten Enden dieser Linien geben die obersten Gränzen des Körpers.

§. 15.

Aufgabe.

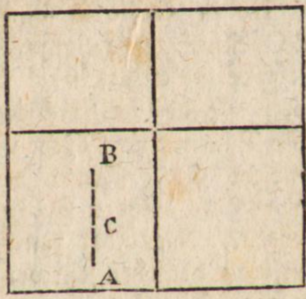
Es soll eine Höhenlinie perspektivisch in gleiche Theile, oder nach einem gegebenen Verhältnisse in ungleiche Theile getheilet werden.

So wie sich die Theile objektivisch verhalten, so müssen sie sich auch in diesem Falle auf der Tafel verhalten; also, wenn sie objektivisch gleich sind, so müssen sie auch im Gemälde gleich gemacht werden.

Dieses erhellet daher, weil alle mit der Tafel parallele Figuren in der Perspektive sich selbst ähnlich bleiben (S. 29.), welches ein gleiches Verhältniß zwischen den ganzen Linien und ihren Theilen in der Perspektive wie in der Natur voraussezet.

Auch siehet man aus der ersten Auflösungs-Art des vorigen Paragraphs (Seite 138.), daß sich die perspektivischen Höhen AD, AG allemal verhalten, wie die natürlichen BC, BE. Wenn also (folgende Figur) AB eine perspektivische Höhenlinie ist, und wenn das Original in gleiche Theile getheilet ist, so muß auch AB in gleiche Theile getheilet werden. Ist die Original-Linie nach einem gewissen Verhältnisse getheilet, z. E.

wie



wie 2 : 3, so muß ebenfalls AB in C so getheilet werden, daß AC : CB :: 2 : 3.

§. 16.

Aufgabe.

Es sollen Linien und ebene Figuren, die gegen den Horizont schief gestellet sind, perspektivisch vorgestellet werden.

Das einfachste und beste Mittel ist, daß man erstlich die Projekzion der gegebenen Linie oder Figur zeichne, so wie sie auf der Erd-Ebne entstehet, wenn man von allen Punkten der gegebenen Linie oder Figur senkrechte Linien auf die Erdfläche fallen läßt. Man bemerke zugleich die Längen verschiedener solcher senkrechten Linien, so kann man die Projekzion als eine Basis ansehen, die sich perspektivisch vorstellen läßt (§. 11.), und über den merkwürdigsten Punkten kann man die perspektivischen Höhen errichten (§. 14.) so bekömmt man so viel Punkte als man will zur perspektivischen Vorstellung des Gegenstandes.

An-

Anmerkung. De la Caille in seinen Leçons élémentaires d'Optique, und hauptsächlich Lambert in seiner Perspective affranchie de l'embarras du plan géométral, geben weitläuftigere Regeln zur Zeichnung der Linien und Flächen die gegen den Horizont geneiget sind. Allein der Fall kommt selten anders vor als bei den Dächern der Häuser und bei Bergen. Hier aber kann man ohne viel Schwierigkeit nach der eben jetzt vorgetragenen allgemeinen Regel verfahren.

Fünftes Hauptstück.

Vom Gebrauche des Proporzional-Zirkels bei perspektivischen Zeichnungen.

§. 1.

Der Proporzional-Zirkel ist ein bekanntes Instrument, mittelst dessen man gegebene Linien nach allerlei Verhältnissen eintheilen kann. **Lambert** fand den Gebrauch dieses Instruments sehr bequem bei perspektivischen Zeichnungen, empfahl es in seiner freien Perspektive, und schlug eine besondere Einrichtung desselben zu diesem Zwecke vor. Vor kurzem hat der Herr Geheimerath **Mönnich** den Lambertschen Proporzional-Zirkel umständlich beschrieben und den Gebrauch davon gezeiget in seinem **Versuche die mathematischen Regeln der Perspektive für den Künstler ohne Theorie anwendbar zu machen.** Da nun

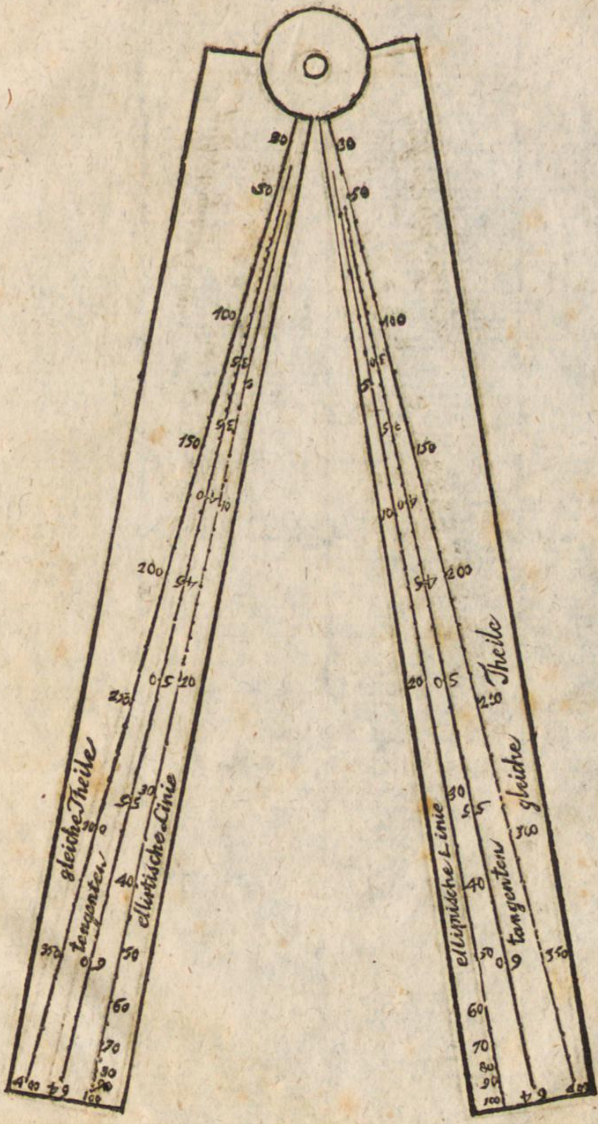
nun die perspektivische Zeichnung mittelst des Proporzional-Zirkels wirkich manche Bequemlichkeiten darbietet, so will ich nicht unterlassen den Leser auch mit dieser Methode bekannt zu machen. Es wird ihm übrigens die Wahl überlassen, ob er lieber eine von den vorigen Methoden gebrauchen will, oder ob er nach Umständen, bald die eine, bald die andere wählen will.

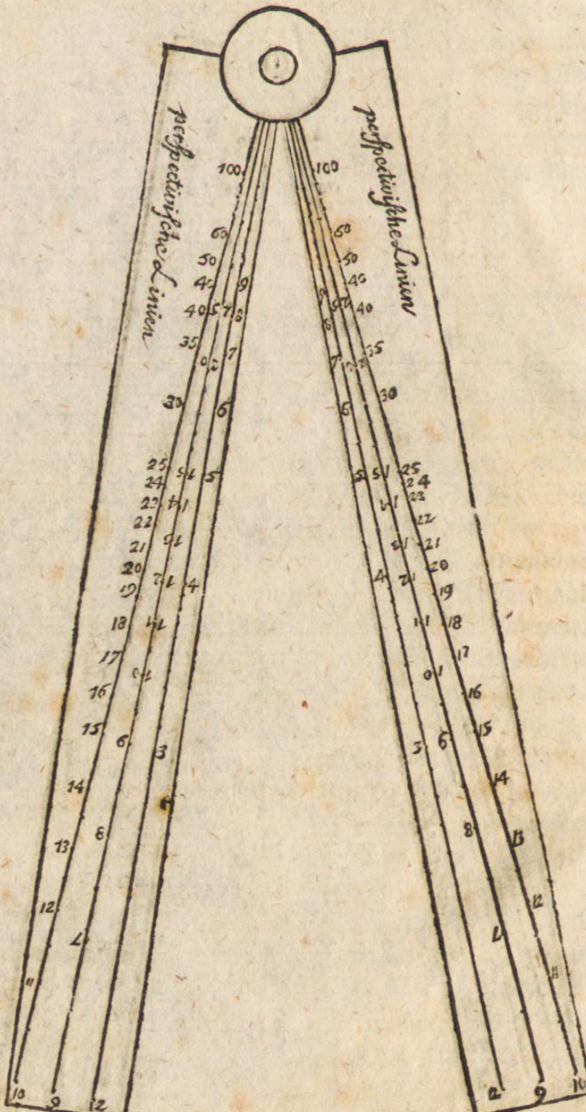
§. 2.

Alle Proporzional-Zirkel sind nicht einander gleich. Auf einigen findet man mehrere auf andern wenigere, auf einigen diese auf andern jene Linien, je nachdem der Zweck beschaffen ist, zu dem man das Instrument eingerichtet hat. Für den Maler braucht es auf der einen Seite nur drei Paar Linien zu enthalten, nämlich die arithmetische oder gleichtheilige Linie, die Tangenten-Linie und die elliptische Linie, auf der andern Seite aber erblickt man einige Paar sogenannter perspektivischer Linien, etwa fünf Paar; die Anzahl ist nicht genau bestimmt, weil im Grunde genommen, eigentlich ein Paar hinlänglich wäre, und die andern Paare nur zu mehrerer Bequemlichkeit beigefüget sind. Die beiden Seiten eines malerischen Proporzional-Zirkels sehen demnach aus, wie in den beigefügten Figuren zu sehen ist. Daß übrigens der Proporzional-Zirkel sich mittelst eines Gewindes, wie ein gemeiner Zirkel, mehr oder weniger aufsperren läßt, ist eine bekannte Sache, und erhellet auch aus den Figuren.

Die Größe des Instruments ist willkürlich und richtet sich nach der Größe der Gemälde zu denen man es gebrauchen will. Herr Geheime Rath **Mönnich** macht jeden Schenkel seines Proporzional-Zirkels vom Mittelpunkte des Gewindes an gerechnet, etwa 13 Zoll lang, und eine solche Größe ist gewiß für den gewöhnlichen Gebrauch mehr als zureichend.

§. 3.


gleiche Theile
tangenten
elliptische Linie
ellipsische Linie
tangenten
gleiche Theile


perspectivische Linien
perspectivische Linien

§. 3.

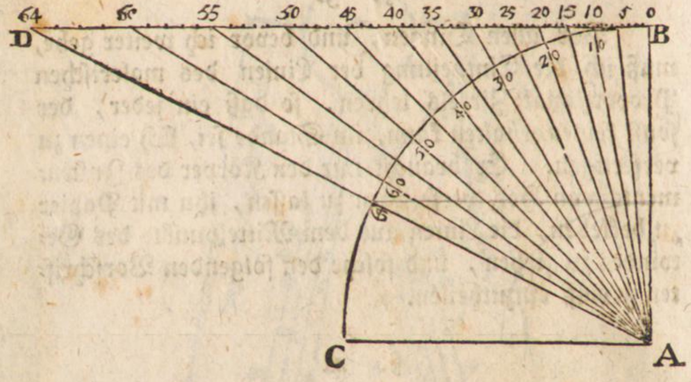
Vor allen Dingen, und bevor ich weiter gehe, muß ich die Eintheilung der Linien des malerischen Proporzional-Zirkels lehren, so daß ein jeder, der sonst keinen erhalten kann, im Stande sei, sich einen zu verfertigen. Er braucht nur den Körper des Instruments von Holz verfertigen zu lassen, ihn mit Papier zu bekleben, die Linien aus dem Mittelpunkte des Gewindes zu ziehen, und solche den folgenden Vorschriften gemäß einzutheilen.

§. 4.

Nichts ist leichter, als die Eintheilung der arithmetischen oder gleichtheiligen Linie; sie wird auf jedem Schenkel in 400 gleiche Theile getheilet. Dieses geschiehet am bequemsten, wenn man sie erst in 4 theilet, dann jeden Theil in 5, dann jeden wieder in 2, dann wieder in 5, und wieder in 2. Ob man gleich geometrische Methoden zu solchen Eintheilungen hat, so wird es vielleicht am kürzesten seyn, die Eintheilung mit dem gemeinen Zirkel versuchsweise auszuführen. Die 400 Theile werden von 10 zu 10 numeriret, und die übrigen durch Punkte angedeutet, jeder fünfte aber durch ein Strichlein, oder ein anderes Abzeichen.

§. 5.

Die Tangenten-Linie wird also eingetheilet. Man nimmt ohngefähr die Hälfte AB (folg. Fig.) der Linie, die für die Tangenten bestimmt ist. Mit dieser, als Halbmesser, beschreibet man auf einem mit Papier überzogenen Reisbrette einen Viertelkreis BC, und theilet ihn in 90 Grade. Diese sind aber hier in der Figur nur von 5 zu 5 angezeiget. In B errichtet man BD senkrecht gegen AB. Durch die Theilungspunkte des Vier-



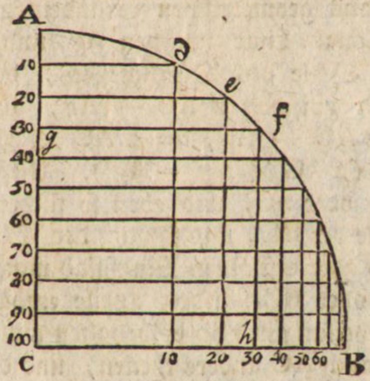
telkreises BC und durch A ziehet man gerade Linien bis an BD, so bekömmt man die Tangenten B5, B10, B15, B30, u. s. w. Man gehet nur bis etwa zur Tangente des 60ten Grades oder etwas darüber, weil die doppelte Länge der AB und also die ganze Länge der zu den Tangenten bestimmten Linie nicht weiter reichet. Nun werden die Tangenten B5, B10, B15 u. s. w. vom Reisbrette auf das Instrument, immer vom Mittelpunkt des Gewindes an, aufgetragen, und zwar auf alle beide Tangenten-Linien.

Man kann auch Tangenten für den Halbmesser AB berechnen, und sie mittelst eines sehr genauen Maaßstabes unmittelbar auf das Instrument auftragen.

§. 6.

Die **elliptische** Linie wird also genannt, weil sie bei der perspektivischen Vorstellung der Kreise gebraucht wird, welche bekannter Maßen in den meisten Fällen wie Ellipsen oder länglichtrunde Figuren erscheinen. Auf einem Reißbrette beschreibe einen

Vier-



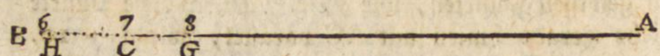
Viertelkreis AB mittelst eines Halbmessers AC oder BC, welcher der einen Linie, die für die Ellipsen bestimmet ist, gleich sei. Theile AC in 100 gleiche Theile und nummerire sie von A nach C hin. Hier sind die Theilungspunkte, aus Mangel des Raumes, nur von 10 zu 10 angedeutet. Durch die Theilungspunkte ziehe gerade Linien mit BC parallel, zum Beispiel 10 - - *d*, 20 - - *e*, so schneiden diese den Umkreis in gewissen Punkten, wie *d*, *e*. Durch diese Punkte ziehe gerade Linien mit AC parallel, wie *d* - - 10, *e* - - 20. Diese schneiden die BC in gewissen Punkten 10, 20, u. s. w. Nimm auf BC die Weiten C - - 10, C - - 20, C - - 30, u. s. w. und trage sie auf beide Linien des Proporzional-Zirkels, die für die Ellipsen bestimmet sind. Jede Weite muß vom Mittelpunkte des Gewindes an gerechnet werden, und am andern Ende derselben wird die Zahl aufgeschrieben, womit sich dieselbe, als Theil der CB, endiget. Nämlich, jede der beiden Ellipsenlinien wird eben so eingetheilet, wie hier die BC.

Man kann auch die Theilung der BC, und folglich der Ellipsenlinie, mittelst der Rechnung verrichten.

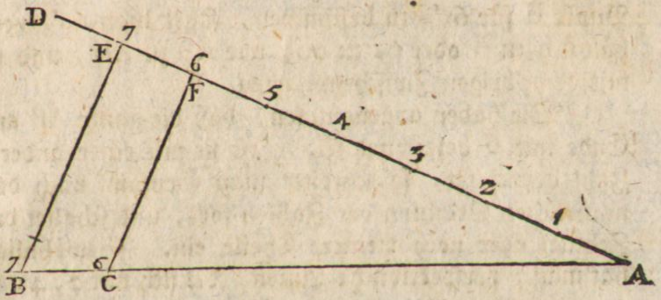
Es ist z. E. aus geometrischen Gründen fg die mittlere Proporzional-Linie zwischen Ag und zwischen dem übrigen Theile des Durchmessers, das ist zwischen Ag und zwischen $2\,AC - Ag$, also ist $fg^2 = Ag \times (2\,AC - Ag) = 2\,AC \times Ag - Ag^2$, also $fg = \sqrt{(2\,AC \times Ag - Ag^2)}$. Auf diese Art findet man fg oder hC, und eben so suchet man alle übrigen Theile der BC, und folglich der Ellipsenlinie; man muß sich aber erst einen Maaßstab machen, nach welchem AC oder BC hundert Theile enthält, wenn man die Eintheilung in 100 beibehalten will. Sonst könnte man auch AC anders theilen, und den Maaßstab darnach einrichten.

§. 7.

Die perspektivischen Linien, die eigentlich dazu bestimmet sind, jedem Punkte des Gemäldes seine Vertiefung oder seine Entfernung von der malerischen Horizontal-Linie anzugeben, werden folgender Weise eingetheilet. Es sei AB die noch ungetheilte Linie,



A sei das Ende im Mittelpunkte des Gewindes und B das andere Ende. Schreibe bei B eine beliebige Zahl, z. E. 6. Nun nimm die in der natürlichen Ordnung folgende Zahl, hier 7, und sage: wie 7 zu 6, so verhält sich AB zu einer vierten Größe. Diese trage auf AB von A nach C hin, und sie sei z. E. AC. Schreibe 7 bei C. Die Größe der AC kann verschiedentlich gefunden werden. Man kann AB nach einem genauen Maaßstabe in sehr kleinen Theilen messen, und dann mittelst der Regel Detri die Länge der AC suchen. Oder man ziehe auf einem Reisbrette die AB gleich der ein-



einzutheilenden Linie, und aus A eine andere AD. Man trage auf diese von A aus sieben gleiche Theile, von beliebiger Größe, und merke bei F und E den sechsten und siebenten Theilungspunkt. Ziehe EB, mit dieser ziehe durch F eine Parallele FC; so bestimmet sie den Punkt C und die Länge der AC.

Oder, wenn man einen schon fertigen Proporzional-Zirkel mit der arithmetischen Linie hat, so wähle man zwei von den größten Zahlen der arithmetischen Linie, die sich wie 7 und 6 verhalten, z. E. 350 und 300. Nun sperre man beide arithmetischen Linien von einander, bis daß die mit einem gemeinen Zirkel gefaßte AB von 350 zu 350 reiche. Dann fasse man mit dem gemeinen Zirkel die Entfernung von 300 bis 300, so giebt sie die verlangte AC.

So wie man die Länge AC oder A--7 (S. 150) bestimmet hat, so bestimmet man auch AG oder A--8. Nämlich es muß sein 8 zu 6 wie AB zu AG. So fährt man weiter fort, bis daß man aus Mangel des Raumes aufhören muß.

Weil zwischen den ganzen Zahlen 6, 7, 8, u. s. w. auf der AB noch viel Raum übrig bleibet, so bringet man zwischen denselben noch die Zehntel an, oder die Vierzigstel, je nachdem es der Platz erlaubet. Das Verfahren ist immer das nämliche. Z. E. Um den

Punkt H für $6\frac{1}{10}$ zu bestimmen, saget man $6\frac{1}{10}$ verhält sich zu 6 oder 61 zu 60, wie AB zu AH, und so mit den übrigen Zwischenpunkten.

Wir haben angenommen, daß die ganze AB am Ende mit 6 bezeichnet sei. Ist sie mit einer andern Zahl bezeichnet, so schreitet man ebenfalls nach der natürlichen Ordnung der Zahlen fort, und schaltet die Zehntel oder noch kleinere Theile ein. Gewöhnlich hat man 5 perspektivische Linien, die sich mit 2, 4, 6, 8, 10 endigen.

Man siehet aus der Eintheilung dieser Linien, daß sich bei jeder derselben die Zahlen umgekehrt verhalten, wie ihre Entfernungen vom Punkte A.

Diese Eintheilung scheinet anfänglich etwas sonderbares zu haben. Allein sie beruhet auf der Proporzion, durch welche die Vertiefung eines Punktes auf der Tafel erhalten wird. Man schlage den 2ten Paragraph des zweiten Hauptstückes wieder auf (S. 46.) und betrachte die dabei befindliche Figur. Es ist dort bewiesen worden, daß EF : ON : : FP : PN. Daraus folget (EF + ON) : EF : : (FP + PN) : FP oder (EF + ON) : EF : : FN : FP, das heißt: **die Summe der Entfernungen des Auges von der Tafel und der Tafel vom Original-Punkte verhält sich zur ersten dieser Entfernungen, wie sich der Abstand des Hauptpunktes vom Einfallspunkte verhält zum Abstande des Hauptpunktes vom abgebildeten Punkte.** Gesetzt nun, es sei in den letzten Figuren (S. 150 u. 151.) AB der Abstand vom Hauptpunkte zum Einfallspunkte, der Abstand des Auges von der Tafel sei 6 Zoll, und die Entfernung der Tafel vom Gegenstande sei 1 Zoll, so ist die Summe 7 Zoll, und es verhalten sich 7 Zoll zu 6 Zoll, wie AB zu AC. Also ist in diesem Falle AC der Abstand vom Hauptpunkt bis zum abgebildeten Punkte. Wenn

der

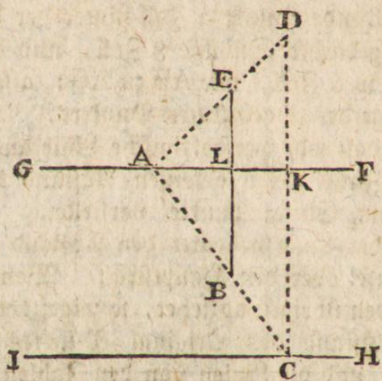
der abzubildende Punkt 2 Zoll hinter der Tafel stehet, so ist die gedachte Summe 8 Zoll, und es verhalten sich 8 Zoll zu 6 Zoll, wie AB zu AG; also bestimmet AG die Lage des abgebildeten Punktes. Hieraus siehet man, daß jede perspektivische Linie auf dem Proporzional-Zirkel einen gewissen Abstand des Hauptpunktes vom Einfallspunkte vorstellet. Die Zahl am Ende der Linie bedeutet den Abstand des Auges von der Tafel oder den Hauptstral. Wenn man diese Zahl von den übrigen abziehet, so zeiget der Rest einen gewissen Abstand des Original-Punktes hinter der Tafel an; und die Linien von den Zahlen an bis zum Mittelpunkte des Gewindes gerechnet, bedeuten die zustimmenden Abstände der abgebildeten Punkte vom Hauptpunkte.

Wie die perspektivischen Linien für jeden gegebenen Abstand des Auges von der Tafel, der Tafel vom Gegenstande, und des Einfallspunktes vom Hauptpunkte genutzet werden können, wird man zu seiner Zeit erfahren. Hier war nur die Rede von der Entstehung der verschiedenen Linien des Proporzional-Zirkels. Ich will jetzt deren Gebrauch erklären, und sie nach folgender Ordnung vornehmen; nämlich: **gleichtheilige Linie, Tangenten-Linie, perspektivische Linie und elliptische Linie.**

§. 8.

Die gleichtheilige Linie kann in allen Fällen gebrauchet werden, wo es darauf ankömmt, eine gegebene Größe nach einem gewissen Verhältnisse zu verkleinern. Solches wird man am besten aus folgenden Exempeln ersehen.

I. Es sei FG die Horizontal-Linie und HI die eingebildete Grundlinie des Gemäldes. B sei ein



Punkt über welchen eine gewisse Höhenlinie perspektivisch errichtet werden soll. Die Höhe sei in Zahlen gegeben, zum Beispiel 30 Fuß. Die Höhe KC des Auges muß gegeben sein, oder man mißt sie nach dem verjüngten Maaßstabe, der bei der eingebildeten Erdfläche statt findet. Es sei zum Beispiel KC = 18 Fuß.

Man messe nun auch die Entfernung BL des gegebenen Punktes B, von der Horizontal-Linie. Es sei z. B. BL = 12 Fuß.

Man fasse mit dem gemeinen Zirkel nach dem erwähnten Maaßstabe die gegebene Höhe, hier 30 Fuß.

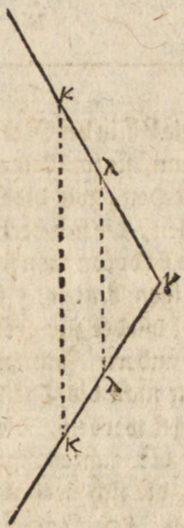
Man wähle zwei Zahlen, die sich verhalten, wie die Augenhöhe zum Abstande des gegebenen Punktes von der Horizontal-Linie, hier wie 18 zu 12, zum Beispiel 360 und 240. Man sperre das Paar gleichtheiliger Linien, so weit von einander, daß der gemeine Zirkel, welcher die Höhe (30 Fuß) abgemessen hat, beiderseits bis zur größten der gewählten Zahlen, (hier von 360 bis 360) reiche. Alsdann messe man mit dem gemeinen Zirkel den Abstand von der kleinsten der gewählten Zahlen bis wieder zur kleinsten (von 240 bis 240).

Die-

Dieser Abstand giebt die verlangte perspektivische Höhe BE.

Zum Beweise wähle einen Punkt A in der Horizontal-Linie, ziehe AB und verlängere sie, bis daß sie die eingebildete Erdlinie in C erreichet. Mache CD so hoch als der Gegenstand, nach dem verjüngten Maaßstabe sein soll. Es sei demnach CD die gegebene Höhe. Ziehe DA, ziehe BE vertikal wie CD, so ist bekannter Maaßen BE die gesuchte perspektivische Höhe (S. 36).

Nun aber ist CD : BE : : AC : AB; und es ist ferner AC : AB : : CK : BL; daher CD : BE : : CK : BL, oder CK : BL : : CD : BE.



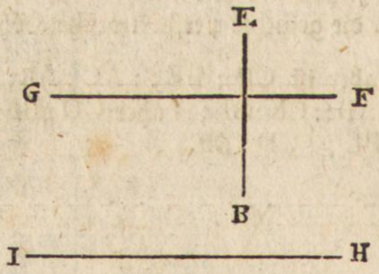
Nun sei auf dem Paar gleichtheiliger Linien $\gamma\varkappa = CK$, $\gamma\lambda = BL$, und $\varkappa\varkappa = DC$, so ist

$$\gamma\varkappa : \gamma\lambda : : \varkappa\varkappa : \lambda\lambda$$

oder

oder CK : BL : : CD : λλ
es war aber CK : BL : : CD : BE
also ist λλ = BE.

II. Wenn eine perspektivische Höhenlinie in gleiche Theile oder nach einem gewissen Verhältnisse getheilet werden soll, so läßt sich ebenfalls die gleichtheilige Linie des Proporzional-Zirkels gebrauchen.



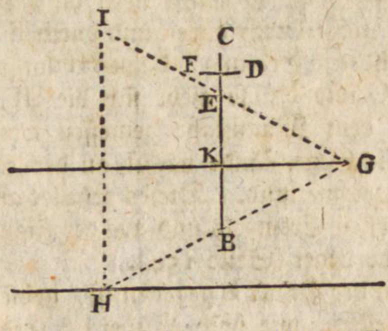
Da die Höhenlinie BE in der Natur mit der Ebene der Tafel parallel ist, so muß sie im Bilde nach eben dem Verhältnisse getheilet werden, wie die Original-Linie selbst. Man wähle also Zahlen, die sich verhalten, wie die ganze BE und die Theile die sie bekommen soll. Man öfne das Paar der gleichtheiligen Linien, so daß die ganze BE von der größten Zahl wieder zur größten reiche. Man messe von jeder der andern Zahlen, bis wieder zur selbigen, so bekömmt man die Theile. Gesetzt es soll BE in 3 Theile zerleget werden, die sich verhalten wie 2, 3, 5, so ist die ganze Linie = 10. Nun wähle man Zahlen, die sich verhalten wie 10, 2, 3, 5, zum Beispiel 400, 80, 120, 200. Man öffne das Instrument so daß BE von 400 zu 400 reiche, so braucht man nur mit dem Handzirkel von 80 bis 80, von 120 bis 120 und von 200 bis 200 zu messen, um die verlangten Theile zu bekommen. Wenn die zwei ersten

ersten abgemessen sind, so ergiebt sich auch der dritte schon von selbst.

Gesetzt noch es sollte BE in 9 gleiche Theile zerleget werden, so wähle man eine Zahl, die durch 9 theilbar ist, zum Exempel 360, wovon der 9te Theil 40 ist. Man öffne das Instrument, so daß BE von 360 bis 360 reiche. Nun messe man von 40 bis 40, so hat man den 9ten Theil.

III. Auf eine ganz ähnliche Art kann jede Linie, die im Original mit der Tafel parallel ist, sie sei übrigens horizontal oder geneigt wie man will, entweder in gleiche Theile, oder nach einem gegebenen Verhältnisse getheilet werden.

IV. Wenn ein Gegenstand in der Luft schwebet, und wenn seine Dimensionen gegeben sind, so sollen diese gehöriger Weise perspektivisch vorgestellet werden.



Es schwebe in E über dem Punkte B ein Gegenstand, dessen Höhe und Breite in Zahlen gegeben sind. Es muß aber auch BE in Zahlen bekannt sein. Oeffne den Proporzional-Zirkel, so daß der Abstand beider Zahlen der gleichtheiligen Linien, welche BE ausdrücken, der BE gleich sei, welches man erhält, wenn man vorher die BE mit einem Handzirkel gefasset hat. Nun messe man die Entfernung beider Zah-

Zahlen, welche die Höhe des Gegenstandes ausdrücken, so hat man dessen perspektivische Höhe EC. Desgleichen messe man den Abstand zwischen beiden Zahlen, welche die Breite ausdrücken, so bekömmt man die Breite DF. Hat man noch andere Neben-Dimensionen zu beobachten, so erhält man sie auf die nämliche Art. Es sei z. E. ein länglicher Luftball, 15 Fuß hoch, und 12 Fuß breit, 50 Fuß über der Erde, zu zeichnen. Gesetzt man habe schon die Höhenlinie BE, welche 50 Fuß vorstellet, durch welche Methode es sein mag, bestimmet, so sperre man die gleichtheiligen Linien auseinander, bis daß BE mit dem Handzirkel gefaßt, von 50 bis 50 reiche. Nun messe man von 15 bis 15, so hat man die Höhe CE, und ebenfalls von 12 bis 12, so erhält man die Breite DF.

Gesetzt aber die Linie BE sei schon auf dem Gemälde, und man wisse nicht wie groß sie eigentlich im Originale sein soll, so wähle man im Horizont einen Punkt G, ziehe durch diesen und durch B die GH bis zur eingebildeten Erdlinie, dann HI lothrecht, dann GI durch G und E, so giebt sich die HI, und diese muß nach dem Maaßstabe gemessen werden, nach welchem die Gegenstände nächst an der eingebildeten Erdlinie gezeichnet sind. Dieses erhellet aus dem Beweise des ersten Exempels und aus der Figur, die dabei zum Grunde lieget (Seite 154).

Wenn der Punkt E gegeben ist, nebst einer Zahl die da anzeiget, wie hoch er über der Erdlinie stehet, so ziehe die Höhe des Auges ab; dann bleibet KE in Zahlen. Nun öffne die gleichtheilige Linie bis daß KE beiderseits an die Zahlen reichet, wodurch sie ausgedrücket wird. Miß nun den Abstand zwischen den Zahlen, welche die Höhe und die Breite andeuten.

In allen Fällen gründet sich das Verfahren auf die allgemeine Regel, daß Figuren, die mit der

Tafel

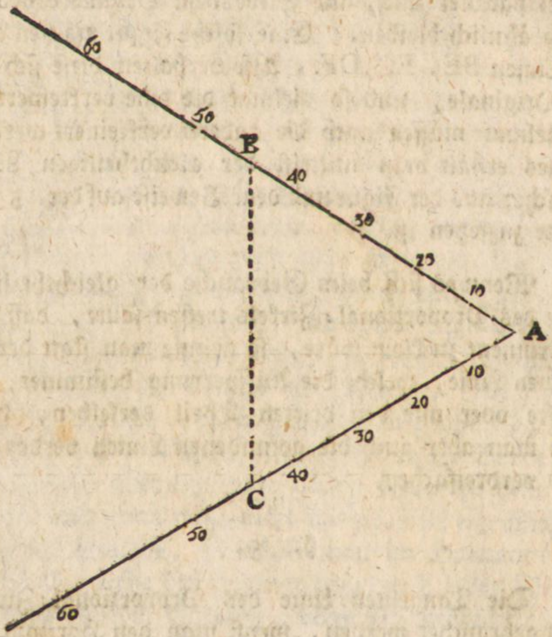
Tafel parallel sind, im Bilde dem Originale geometrisch ähnlich bleiben. Eine solche Figur machen aber die Linien BE, EC, DF. Also verhalten diese sich wie im Originale, und so vielmal die eine verkleinert ist, so vielmal müssen auch die andern verkleinert werden. Dieses erhält man mittelst der gleichtheiligen Linie, wie schon aus der Figur und dem Beweise auf der 155ten Seite zu sehen ist.

Wenn es sich beim Gebrauche der gleichtheiligen Linie des Proporzional-Zirkels treffen sollte, daß das Instrument zu klein wäre, so nehme man statt der gegebenen Linie, welche die Aufsperrung bestimmet, die Hälfte oder nur den dritten Theil derselben, dann muß man aber auch die gefundenen Linien verdoppeln oder verdreifachen.

§. 9.

Die Tangenten-Linie des Proporzional-Zirkels kann gebrauchet werden, wenn man den Horizont des Gemäldes, ein für allemal, in Grade eintheilen will.

Man fasse die Länge des Hauptstrals, das ist, die Entfernung des Auges von der Tafel, mit dem Handzirkel und öffne die Tangentenlinie, bis daß der gedachte Hauptstral BC (folg. Fig.) von 45 bis 45 reichet. Mißt man dann von 10 bis 10, so hat man für den Halbmesser BC die Tangente von 10 Graden, und so mit den übrigen. Denn es ist die Tangente von 45 Graden dem Halbmesser gleich, und bei gleichen Graden verhalten sich die Tangenten, wie die Halbmesser; also wie sich der Halbmesser AB verhält zum Halbmesser BC, so verhält sich z. E. A--10, als Tangente von 10 Graden für AB, zu 10 -- 10 als Tangente von 10 Graden für BC. Die Tangenten für BC von 10, 20, 30

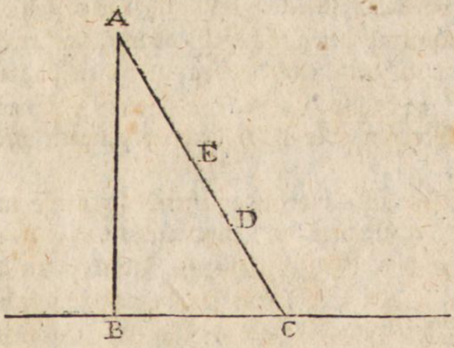


Graden u. s. w. trägt man auf den Horizont der Tafel vom Hauptpunkte aus nach beiden Seiten hin. (Siehe Seite 105.)

Will man den Horizont nicht ein für allemal eintheilen, so kann man bei jedem vorkommenden Falle die Tangentenlinie gebrauchen. Will ich z. E. eine horizontale Linie zeichnen, die um 40 Grade rechts von der malerischen Vertikal-Fläche abweicht, so suche ich auf die angezeigte Art die Tangente von 40 Graden für den angenommenen Hauptstral, trage sie auf den Horizont der Tafel rechter Hand, und ihr Endpunkt zeiget an, wohin das Bild der Linie gerichtet sein muß.

§. 10.

Obgleich die elliptische Linie mit der gleichtheiligen und mit der Tangenten-Linie auf einer Seite des Instruments zu stehen pfleget, so wollen wir doch deren Gebrauch noch aufschieben, und vorher den Nutzen der perspektivischen Linien erklären, weil die elliptische Linie ohne die perspektivischen nicht sonderlich nützlich sein kann.



Es sei A der Hauptpunkt des Gemäldes, CB ein Theil der eingebildeten Erdlinie. Es soll ein Punkt vorgestellet werden, welcher 6 Model rechter Hand der Vertikal-Linie lieget, und auf der eingebildeten Erdfläche 115 Model hinter der Tafel entfernet ist. Der Hauptstral wird angenommen 6 Zoll. Hierbei kömmt vieles auf die Größe des Models an. Diese Größe pfleget man wohl gleich anfänglich willkührlich anzunehmen, oder sie wird mittelst der Größe des Gemäldes, der abzubildenden Gegenstände und des Hauptstrals bestimmet. Sobald man nur die wirkliche Höhe des Auges und die verjüngte AB hat, so kann man leicht das Model und den verjüngten Maaßstab daraus herleiten. Gesetzt die wirkliche Höhe des Auges sei 40 Fuß, so stellet demnach AB im Vordergrunde 480 Zoll vor, und der 480te Theil der AB ist ein verjüngter Zoll, der hier als Model oder Einheit des verjüngten Maaßstaabes angenommen werden mag.

Wenn der Model einmal bekannt ist, so muß bei der jetzigen Gelegenheit der Hauptstral nicht nach dem natürlichen Maaßstabe, sondern mittelst des gefundenen oder angenommenen Models ausgemessen werden. Z. E. Wenn AB 5 Zoll lang ist, und 40 Fuß oder 480 Zoll vorstellet, so stellen demnach jede 5 Zoll 480 vor. Der Hauptstral beträgt $\frac{1}{2}$ Fuß oder 6 natürliche Zoll. Sage 5 natürliche Zoll geben 480 verjüngte, was geben 6? es kommen 576. Dieses ist also der Hauptstral in Modeln oder nach dem verjüngten Maaßstabe gemessen.

Dieses alles vorausgesetzet, so messe man von B nach C 6 Modeln ab, und ziehe CA, so muß die Abbildung des vorgeschriebenen Punktes in der CA liegen. Denn CA stellet eine gerade Linie vor, die mit der Vertikal-Fläche des Malers parallel ist, und folglich allenthalben sechs Model von derselben abstehet.

Da der gegebene Punkt in der Erdfläche lieget, so ist C sein Einfalls-Punkt und es ist oben (Seite 152.) folgendes gelehret worden: Die Summe der Entfernung des Auges von der Tafel und der Tafel vom Original-Punkte, verhält sich zur ersten dieser Entfernungen, wie sich der Abstand vom Haupt-Punkte zum Einfalls-Punkte verhält zum Abstande vom Haupt-Punkte zum abgebildeten Punkte. Also ist im gegenwärtigen Falle $(576+115) : 576 :: AC : AD$ wenn wir annehmen, daß D der verlangte Punkt ist. Man siehet, daß der Hauptstral hat müssen in eben solchem Maaße ausgedrücket werden, wie der Abstand des

des Original-Punktes hinter der Tafel, weil beide Größen in einer Summe zusammen kommen. Wenn man die Summe machet, so ist

691 : 576 :: AC : AD

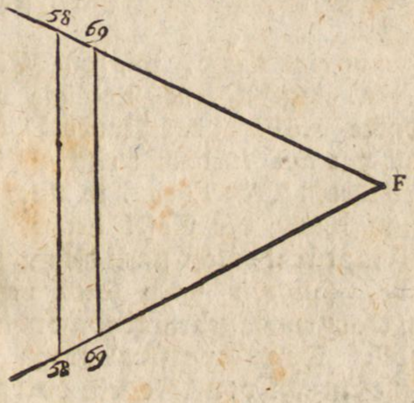
oder in kleineren Zahlen

69 : 58 :: AC : AD.

Jetzt kann man AD mittelst der gleichtheiligen Linie finden: man nimmt zwei Zahlen, die sich verhalten, wie 69 zu 58, z. E. das Fünffache 345 und 290. Man öffnet die gleichtheilige Linie, bis daß AC von 345 bis 345 reichet, und messet den Abstand von 290 bis 290, so giebt dieser die AD.

Allein manche ziehen den Gebrauch der perspektivischen Linie vor, und dieser ist folgender:

Man suche die Zahl, die dem Hauptstrale entspricht, auf welchem Paare man will der perspektivischen Linien, z. E. auf dem äussersten. Hier ist diese Zahl 58 als die Abkürzung von 576. Man öffne das Instrument, bis daß AC von 58 bis 58 reiche, und messe von 69 bis 69, so bekömmt man AD.



Denn die Eintheilung der perspektivischen Linien bringet es so mit sich, daß die Zahlen sich umgekehrt verhalten, wie ihre Entfernungen vom Scheitel A des Winkels; also ist

F -- 58 zu F -- 69 wie 69 zu 58,

und da die Dreiecke F -- 58 -- 58 und E -- 69 -- 69 ähnlich sind, so ist auch

58 -- 58 zu 69 -- 69 wie 69 zu 58

wenn also 58 -- 58 der AC gleich ist, so ist 69 -- 69 der AD gleich. Statt 69 und 58 hätte man auch andere Zahlen nehmen können, z. E. 23 und 19, und statt des äussersten Paares der perspektivischen Linien hätte man jedes andere Paar gebrauchen können; die mehrern Paare sind nur der Bequemlichkeit wegen da.

Wenn die Aufgabe mehrmal in einem Gemälde vorkommt, so hat man den Vortheil, daß der Hauptstral immer durch einerlei Zahl vorgestellet werden kann, so daß das Instrument dieselbige Oefnung behält, und dieses ist eigentlich der Vortheil der perspektivischen Linien; sonst könnte auch, wie bemerket worden, an statt derselben, die arithmetische Linie gebrauchet werden.

Aus dem gegebenen Exempel fließet folgende allgemeine Regel.

Wenn in eine Linie, wie CA (Seite 161.) die von der eingebildeten Erdlinie bis zum Hauptpunkte reichet, ein Punkt D bestimmt werden soll, der auf dem geometrischen Plane oder der eingebildeten Erd-Ebene, in einer gewissen Entfernung hinter der Tafel lieget, so messe man den Hauptstral, nicht nach dem natürlichen Maaßstabe, sondern nach dem verjüngten, welcher in Vorgrunde gebrauchet worden ist oder werden soll. Der Hauptstral wird demnach eine gewisse Anzahl von Modeln oder verjüng-

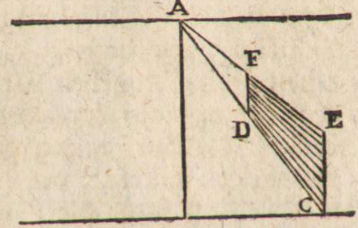
ten Einheiten des Maaßes enthalten. Man fasse AC mit dem gemeinen Zirkel und öffne den Proporzional-Zirkel, bis daß AC auf beiden Zweigen der einen perspektivischen Linie die gedachte Zahl des Hauptstrals erreichet. Man addire zu dieser Zahl die Entfernung des Original-Punkts hinter der Tafel in der eingebildeten Erd-Ebene. Man suche die Summe auf beiden Zweigen der perspektivischen Linie, und fasse sie mit dem gemeinen Zirkel auf beiden Zweigen, so hat man AD oder den Abstand des abzubildenden Punktes vom Hauptpunkte.

Vermittelst dieser Methode kann eine gerade Linie DE, welche, wenn man sie verlängert, den Hauptpunkt A trifft, nach einem beliebigen Verhältnisse oder auch in gleiche Theile getheilet werden. Wenn man weiß, wie viel Vertiefung die Enden D und E in der Natur haben, und also die Länge der DE bekannt ist, so läßt sich leicht bestimmen, wie viel Vertiefung die Theilungspunkte haben müssen, und diese Vertiefung wird ihnen mittelst der eben vorgeschriebenen Regel gegeben.

Was von der CA und deren Theilen gesaget worden, gilt ebenfalls von der Vertikalen BA und deren Theilen.

Auch bei Linien, welche nicht in der Erdfläche, sondern über derselben liegen, läßt sich diese Methode anwenden, wenn sie nur gegen die Ebene der Tafel senkrecht sind, und der Einfallspunkt bekannt ist.

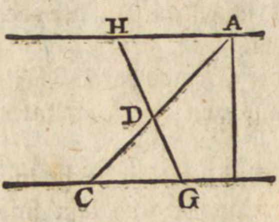
Es sei CDFE ein Bretterzaun, gegen die Ebene der Tafel senkrecht, so vereinigen sich die Verlängerungen der CD und der EF im Hauptpunkte A. E ist der Einfallspunkt der nächsten obersten Ecke des Zaunes, und es läßt sich mit der EA eben dasjenige vornehmen, wie mit CA. Denn die Proporzion, wor-



auf der Gebrauch der perspektivischen Linien des Proporzional-Zirkels gegründet ist, beziehet sich auf jeden Einfallspunkt, er mag in der Erdlinie liegen oder nicht.

Bisher wurde angenommen, daß die Linie, die man eintheilen will, nach dem Hauptpunkte A hinzielet; sie kann aber auch nach jedem Punkt des Horizonts hinzielen.

Wenn alsdann die natürliche Vertiefung eines Punktes gegeben ist, so wird sie perspektivisch eben so gut und auf dieselbige Art gefunden, wie vorher.



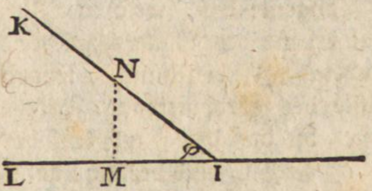
Es sei z. E. die Linie GH auf dem Gemälde gegeben, und es solle auf derselben ein Punkt bestimmet werden, welcher in einem gegebenen Abstande hinter der Ebene der Tafel im geometrischen Plane lieget. Es sei D der verlangte Punkt. Ziehe durch ihn und durch den Hauptpunkt A die gerade Linie ADC, so ist HG : GD : : AC : CD. Es ist aber AC zu CD wie die Summe der Entfernungen des Auges und des Original-Punktes von der

Tafel

Tafel, zur ersten dieser Entfernungen; folglich verhalten sich HG und GD eben so, und der Punkt D wird auf der GH eben so bestimmt, wie auf der AC. Nämlich es wird der Proporzional-Zirkel geöffnet, bis daß HG beiderseits die Zahl erreichet, die den Hauptstral vorstellet, und dann wird der Abstand der gleichen Zahlen genommen, welche die erwähnte Summe ausdrücken. Dieser Abstand giebt GD.

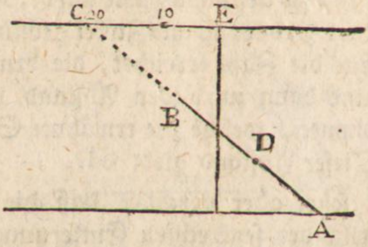
Dieses setzet aber voraus, daß die Vertiefung allemal mittelst der senkrechten Entfernung vom Vorgrunde, oder (im geometrischen Plane) von der Tafel gegeben ist. Es kann aber auch die Vertiefung auf einer gegen die Tafel schiefen Linie abgemessen seyn.

Es sei IK eine Linie auf der Erdfläche, welche gegen die Erdlinie IL schief ist, und es soll auf



derselben ein Punkt N bestimmet werden, welcher z. E. 40 Model von I entfernt ist, so daß IN = 40 Modeln. Die eigentliche Vertiefung ist hier nicht IN sondern MN. Es könnte demnach, wenn IN und der Winkel φ gegeben ist, die Vertiefung NM trigonometrisch berechnet werden. Es ist aber kürzer, sich mit der geometrischen Konstrukzion zu begnügen. Nämlich, man ziehet auf einem besonderen Papiere die eingebildete Erdlinie IL, und leget an dieselbe den Winkel KIL, welcher dem vorgeschriebenen mittelst des Winkelmessers gleich gemacht wird. Man mißt auf der IK bis N, soviel Model ab, als vorgeschrieben sind, und ziehet NM lothrecht gegen IL, so ist NM die wahre

Vertiefung, welche nach Modeln gemessen werden muß.



Es sei demnach auf der Tafel die Linie AB gezogen, von welcher ein Theil AD von 40 Modeln abgeschnitten werden soll. Verlängere AB bis daß sie in C den malerischen Horizont erreichet. Ist dieser schon nach Graden eingetheilet, so zeiget sichs sogleich mittelst der Tangente EC, welchen Winkel AD mit der Vertikal Ebene des Malers machet, z. E. hier von 20 Graden. Ist dieses nicht, so nehme man die Tangentenlinie des Proporzional-Zirkels zur Hülfe. Man öffne sie, bis daß der Hauptstral des Gemäldes von 45 bis 45 reichet, und versuche dann bis zu welchen gleichen Zahlen EC reicht; so wird man ebenfalls die verlangten Grade finden.

Nun ziehe man $\alpha\eta$ als eingebildete Erdlinie, und $\alpha\zeta$ gegen dieselbe senkrecht, man mache den Winkel $\eta\alpha\delta$ gleich 70 Graden, dem Komplement von 20, weil alsdann $\alpha\delta$ mit $\alpha\zeta$, die gegen $\alpha\eta$ senkrecht ist, 20 Grade

Grade machet. Man messe von α nach δ 40 Model, ziehe $\delta\varepsilon$ gegen $\alpha\eta$ senkrecht, und messe $\delta\varepsilon$. Nun verfahre man wie gewöhnlich. Man messe den Hauptstral auch in Modeln. Man öffne die perspektivischen Linien, bis daß AC die Zahlen des Hauptstrals erreichet. Man suche die Zahl, welche die Summe desselben und der Vertiefung $\delta\varepsilon$ ausdrücket. So giebt ihr Abstand den verlangten Theil AD. Auf diese Art kann die Linie AD oder DB nach welchem Verhältnisse man will, oder auch in gleiche Theile eingetheilet werden, wenn man nur vorher die gehörige Vertiefung jedes Theilungspunktes bestimmet. Dieses kann keine Schwierigkeit machen, da der Winkel $\eta\alpha\delta$ für dieselbige Linie AC unverändert bleibet.

Man hat auch noch ein anderes Verfahren, wobei man keinen Transportör brauchet, wenn man nur die Tangentenlinie auf dem Proporzional-Zirkel hat, oder wenn nur der Horizont, durch welche Methode es sei, gradweise eingetheilet ist. Es sei h der Hauptstral, v die Vertiefung des Originalpunktes, t der Theil AD, welcher von der AC verlanget wird, es sei ferner $\alpha\delta = t$, und $\angle\, \zeta\alpha\delta = \psi$, so ist $\delta\varepsilon = t.\ \mathrm{Cos.}\,\psi$.

Nun giebt die allgemeine Proporzion (Seite 167)

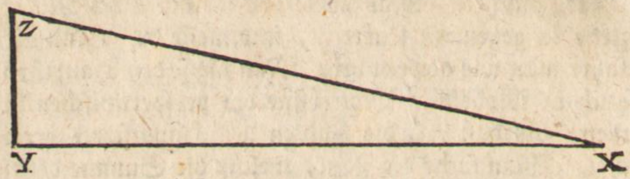
$$(h + v) : h :: \mathrm{AC} : (t \,.\, \mathrm{Cos.}\,\psi)$$

oder auch

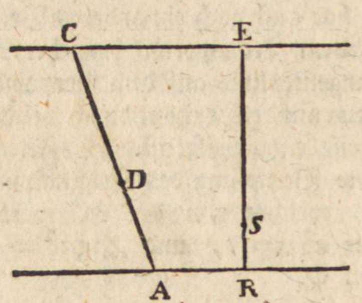
$$(h + v) : \frac{h}{\mathrm{Cos.}\,\psi} :: \mathrm{AC} : t$$

oder $(h + v) : h\,\mathrm{sec}\,\psi :: \mathrm{AC} : t$

In diese Proporzion ist $h\ \mathrm{sec}\,\psi$ statt h hineingekommen. Man ziehe demnach eine Linie XY gleich h oder dem Hauptstrale; man mache YZ gleich EC, das ist gleich der Tangente des Winkels, welchen die Original-Linie mit der malerischen Vertikal-Ebene



machet. Man ziehe XZ, so ist $XZ = h \sec \psi$. Ist der Hauptstral sehr groß, so kann man die Hälfte oder $\frac{1}{4}$ desselben, und dann auch die Hälfte oder ein Viertel von EC nehmen. In diesem Falle muß XY zweifach oder vierfach genommen werden. In allen Fällen wird die gefundene $h \sec \psi$ statt des Hauptstrals gebrauchet. Ein Exempel wird die Sache noch mehr



erläutern. Es soll AD perspektivisch gleich 15 Fuß auf der AC abgeschnitten werden. Die verjüngte Höhe ER des Auges sei 5 Fuß, so stellet $RS = \frac{1}{5}$ RE einen Fuß vor. Der Hauptstral sei 6 Zoll, und es sei RS in 6 Zoll 30 mal enthalten. Nimm nun TU gleich der Hälfte von 6 Zoll und UV gleich der Hälfte

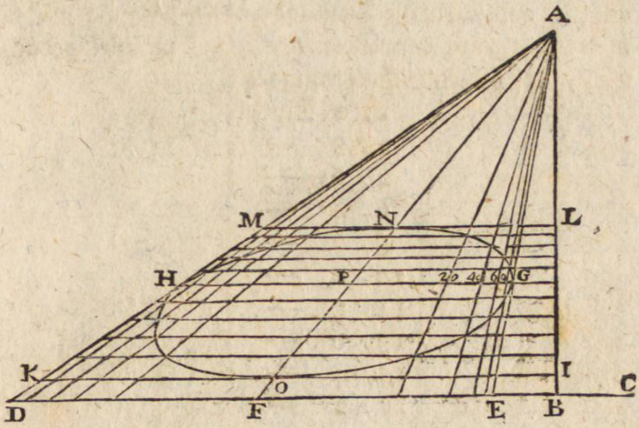
von

von EC. Ziehe TU und miß dieselbe. Gesezt RS sei darinn enthalten 16 mal, so ist die Hypotenuse, welche den Hauptstral vertritt = 32.

Nun öffne die perspektivischen Linien bis daß AC von 32 bis 32 reichet, und miß den Abstand von 47 zu 47 (= 32 + 15), so giebt er die AD. Statt der Hälfte kann man auch die ganzen Linien oder die Drittheile, u. s. f. gebrauchen, je nachdem es der Raum erlaubet.

§. 11.

Nun schreiten wir zur elliptischen Linie, deren Gebrauch durch ein paar Exempel genugsam erhellen wird.



Es sei A der Hauptpunkt, AB die Vertikal-Linie der Tafel, CD die eingebildete Erdlinie. Gesezt es soll ein Kreis perspektivisch vorgestellet werden, der 18 Model im Durchmesser hat, dessen Mittelpunkt 11 Model links von der Vertikalfläche abstehet, und sich 10 Model hinter der Tafel in der eingebildeten Erd-

Erdfläche befindet. Hieraus läßt sich leicht schließen, daß sich der Kreis von 1 Model bis 19 Model Vertiefung erstrecket, und sich links von 2 Model bis 20 Model ausdehnet.

Mache BE = 2 Model, BD = 20 Model, ziehe AE, AD, so lieget derjenige Durchmesser, der mit der Tafel parallel ist, zwischen AE und AD. Halbire ED in F, oder mache BF = 11 Model, ziehe AF, so lieget der Mittelpunkt des Kreises in der AF.

Da die Vertiefung von 1 Model bis 19 Model gehet, und in allen 18 Model beträgt, so theile ich 18 Model in 100 gleiche Theile, oder wenigstens in 10, wie hier geschehen ist. Jeder 10te Theil von 18 Model beträgt $1\frac{8}{10}$ Model. Wenn man also von 1 Model als dem nächsten Endpunkte des Diameters anfängt, so fallen die Theilungspunkte desjenigen Diameters, der mit der Vertikal-Ebene parallel gedacht wird, auf folgende Entfernungen;

1, 0 Model Diff 1, 8
2, 8 —
4, 6 —
6, 4 —
8, 2 —
10, 0 —
11, 8 —
13, 6 —
15, 4 —
17, 2 —
19, 0 —

Mittelst der perspektivischen Linien des Proporzional-Zirkels bestimme man auf der AF, oder wenn man will, auf der AB, Punkte in einer Vertiefung von 1 Model, von $2\frac{8}{10}$ Model, von $4\frac{6}{10}$ Model u. s. w. und ziehe durch dieselben gerade Linien mit CD parallel. Von diesen Linien ist IK die erste, GH die mittlere, und LM die leztere. Durch diese drei wer-

werden die beiden Enden N und O desjenigen Diameters bestimmet, der gegen die Ebene der Tafel senkrecht ist, wie auch der Mittelpunkt P.

Fasse nun den Halbmesser GP oder PH mit dem gemeinen Zirkel, und öffne die elliptische Linie, bis daß GP von 100 bis 100 reichet. Da nun der Halbmesser statt 100 Theile, die auf dem Instrumente angenommen werden, hier nur 5 hat, so stimmen diese 5 Theile mit den Zahlen 20, 40, 60, 80, 100. Man messe demnach mit dem gemeinen Zirkel von 20 bis 20 von 40 bis 40, u. s. w. und trage diese Entfernungen aus P auf PG hin.

Durch die also bestimmten Punkte, und durch den Hauptpunkt A ziehe gerade Linien; so schneiden sie die vorher mit BD parallel gezogenen Linien, in derselbigen Ordnung, wie bei §. 6. (Seite 149.) die mit BC parallelen Linien und die mit AC parallelen einander schneiden, und bestimmen dadurch die Punkte, durch welche der Kreis perspektivisch gehet, und durch welche also die elliptische Vorstellung des Kreises aus freier Hand gezogen werden muß. Der Halbmesser PH wird eben so getheilet wie GP, und wenn die Linien die aus A durch die Theilungspunkte gehen, disseits derselben verlängert werden, so bekömmt man nicht nur die Vorstellung GNH der entfernteren Hälfte des Kreises, sondern auch diejenigen GOH der näheren Hälfte.

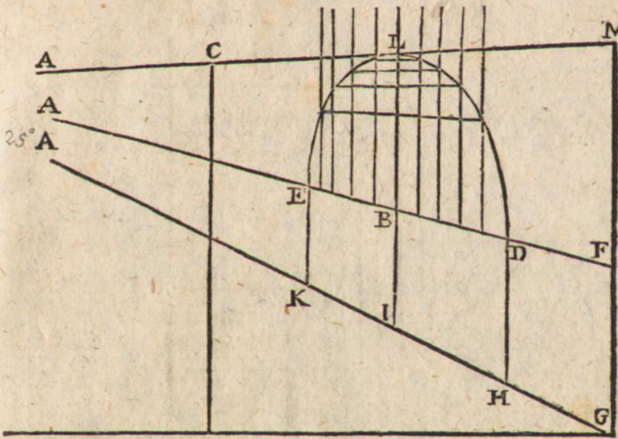
Der Beweis ist nicht schwer zu führen. Gesetzet der Viertelkreis ABC (Seite 149.) liege horizontal hinter der Tafel, so daß BC mit der Ebene derselben AC aber mit der Vertikal-Ebene des Malers parallel sei, so wird BC als eine mit der Tafel parallele Linie in der Abbildung nach demselbigen Verhältnisse getheilet, wie in der Natur (Seite 157.). Sind die Theilungspunkte der BC bestimmt, so gehen durch die-

dieselben die Abbildungen der Linien 10 -- *d*, 20 -- *e*, *hf*, u. s. w. welche alle nach dem Hauptpunkte hinzielen müssen, weil sie in der Natur gegen die Ebene der Tafel senkrecht sind. Die Linien wie *fg*, welche mit der Tafel parallel sind, werden horizontal abgebildet. Wo nun die Abbildungen der *hf* und der *gf* einander begegnen, da ist die Abbildung des Punktes F. Daß die richtigen Vertiefungen der mit *fg* parallelen Linien mittelst der perspektivischen Einfassung erhalten wird, ist schon sonst bekannt. Daß bei jeder Oeffnung der elliptischen Linie die Abstände von 100 bis 100, von 80 bis 80, von 60 bis 60, von 40 bis 40, von 20 bis 20 sich eben so verhalten, wie die Abstände dieser Zahlen vom Mittelpunkte des Gewindes, wird wie bei der gleichtheiligen Linie, ist auch schon bewiesen. Daß die drei übrigen Viertel des Zirkels durch den nämlichen Weg abgebildet werden, wie das eine ABC wird wohl ohne Schwierigkeit angenommen werden. Folglich bleibet uns hier nichts weiter zu beweisen übrig.

Wenn der originale Kreis nicht horizontal lieget, sondern vertikal stehet, so kann die elliptische Linie auf eben die Art wie vorher gebrauchet werden.

Gesetzt es soll ein vertikaler halber Kreis vorgestellet werden, der wie vorher 18 Model im Durchmesser hat, sein Mittelpunkt soll rechter Hand 11 Model von der malerischen Vertikalfläche und 7 Model hoch über der Erdfläche sein. Derselbige Mittelpunkt soll 12 Model Vertiefung haben. Die Fläche des Halbkreises soll mit der Ebene der Tafel links einen Winkel von 65 und also mit der Vertikalfläche einen Winkel von 25 Graden machen.

Man bestimmet den Punkt I so, daß er 12 Model Vertiefung habe und 11 Model rechter Hand von der Vertikalfläche abstehe (§. 10.). Man ziehe IA nach dem 25ten Grade des Horizonts linker Hand

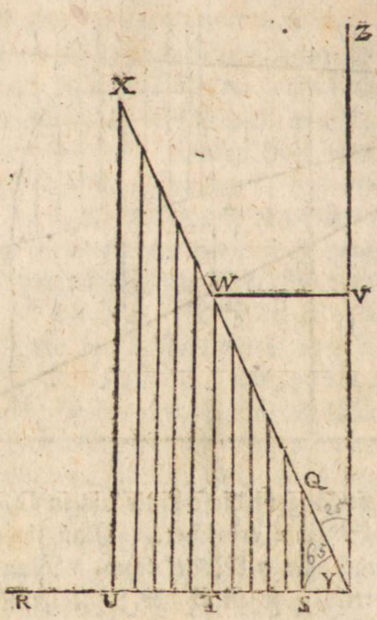


hin. Man verlängere diese Linie bis in G, wo sie die eingebildete Erdlinie erreichet. Man ziehe FG vertikal, und mache sie 7 Model lang. Man ziehe FA, ferner IB vertikal, so ist B der Mittelpunkt des verlangten Kreises.

Jetzt zeichne auf einer besonderen Ebene den rechten Winkel ZYR (folg. Fig.) und den Winkel XYR von 65 Graden. Nimm YV = der Vertiefung nämlich 12 Model. Ziehe VW mit YR parallel, so bestimmet der Punkt W auf der YX die Lage des Mittelpunkts, wobei die Figur horizontal angenommen wird. Mache WX = 9 Model, und auch WQ = 9 Modeln. Theile QX in 10 gleiche Theile; und aus den Theilungs-Punkten laß senkrecht Linien gegen die YR fallen, wie QS, WT, XU, so sind diese die Vertiefungen der Theilungspunkte, sie können nach dem angenommenen verjüngten Maaßstabe gemessen werden.

Dann werden mittelst der gefundenen Vertiefungen, alle Theilungspunkte perspektivisch auf die AF aufgetragen, so daß der Punkt Q in D, und X in E

abge-



abgebildet wird. Durch die Theilungspunkte zwischen D und E werden lothrechte Linien gezogen.

Verlängere GF, mache FM = 9 Model oder dem Halbmesser des Kreises, ziehe MA, verlängere IB bis daß sie der MA in L begegnet, so ist BL die perspektivische Vorstellung des lothrechten Halbmessers des Kreises. Fasse BL mit dem gemeinen Zirkel, und öffne die elliptische Linie bis daß BL von 100 bis 100 reichet. Miß die Abstände von 80 bis 80, von 60 bis 60, u. s. w. und trage sie auf die BL. Durch die gefundenen Punkte ziehe gerade Linien nach A hin, so schneiden sie die vorher gezogenen lothrechten Linien, wie bei dem horizontalen Kreise. Die Durchschnitte geben die Punkte, durch welche die Ellipse aus freier Hand gezogen werden muß.

Der

Der Beweis wird wie bei dem horizontalen Kreise geführet. Man stelle sich einen Viertelkreis wie BCA (Seite 149.) vor, der lothrecht stehet, so daß AC auf der Erdfläche ruhet, und B sich oben befindet, so ist klar, daß die Grundlinie AC in der Vorstellung so eingetheilet werden muß wie es die Vertiefungen erfordern. Hingegen wird die lothrechte BC eben so eingetheilet, wie in der Natur, oder wenigstens nach derselbigen Proporzion. Die lothrechten Linien, wie *fg*, bleiben in der Vorstellung lothrecht, die waagerechten aber, wie *fh*, müssen, weil sie alle parallel und horizontal sind, nach einem Punkte des Horizonts hinzielen.

Sechstes Hauptstück.

Von der perspektivischen Zeichnung des Schattens.

§. 1.

Schatten ist eine dunkele Stelle, welche dadurch entstehet, daß das Licht einen undurchsichtigen Körper trift, durch welchen es nicht dringen kann. Wenn ein undurchsichtiger Körper von einem leuchtenden beschienen wird, so entstehet eigentlich ein dreifacher Schatten: 1) der Schatten am undurchsichtigen Körper selbst, welcher macht, daß seine vom Lichte abgewendete Seite dunkeler oder schwärzer aussiehet als die dem Lichte zugekehrte Seite: 2) der Schatten in der Luft, das ist, eine Strecke in der Luft, wohin das Licht nicht dringen kann, so daß jeder nicht leuchtende Körper, den man in diese Strecke hineinbringt, dunkeler und schwärzer erscheinet, obgleich die Verdunkelung der Luft selbst an diesem Orte nicht leicht zu bemerken ist: 3) der entworfene Schatten, oder die ver-

verdunkelte Stelle der Erde oder irgend eines anderen undurchsichtigen Körpers, worauf der Luft-Schatten fällt, oder wo er sich endiget. — Zum Beispiel, wenn ein Thurm von der Sonne beschienen wird, so bemerkt man erstens eine dunkele Seite an demselben, zweitens einen Raum in der Luft, wo man die Sonne nicht siehet und von ihr nicht beschienen wird; drittens eine Stelle auf der Erde oder auch an den nächsten Gebäuden, welche durch den Thurm verdunkelt ist. Dieses sind die dreierlei Arten des Schattens. Von der letzten Art des Schattens ist eigentlich hier die Rede, in so fern derselbe perspektivisch aufgetragen werden soll. Da der Luftschatten an sich nicht sichtbar ist, so kommt er in der Malerei gar nicht vor, und was den Schatten an den Körpern selbst betrift, so wird es der Einsicht des Malers überlassen zu beurtheilen, welche Theile eines Gegenstandes, bei angenommener Lage desselben und Richtung der Lichtstralen, beschienen werden können oder nicht. Jedoch giebt es auch hierüber einige in die Optik einschlagende Regeln, die man unter andern im dritten Hauptstücke meiner Optik nachschlagen kann.

Wenn ein undurchsichtiger Gegenstand von einem sehr kleinen Lichte erleuchtet wird, so entstehet ein wahrer rein begränzter und so zu sagen abgeschnittner Schatten. Ist aber der leuchtende Körper groß oder sind deren mehrere, so ist der Schatten mit Halbschatten umgeben, das heißt, mit einem Raume der weder ganz hell noch ganz dunkel ist. Ist der undurchsichtige Gegenstand im freien Felde vom Tageslichte erleuchtet, oder ist er überhaupt ganz oder größtentheils mit Helligkeit umgeben, so entstehet entweder gar kein Schatten, oder nur ein sehr unvollkommener. Von den beiden ersten Fällen soll hauptsächlich im gegenwärtigen Hauptstück die Rede sein.

§. 2.

Aufgabe.

Es ist gegeben ein leuchtender Punkt und ein undurchsichtiger, beide hinter der Tafel oder auch in der Ebne der Tafel befindlich, und auf der Tafel abgebildet. Es soll der Schatten des undurchsichtigen Punkts auf der Erdfläche perspektivisch vorgestellet werden.

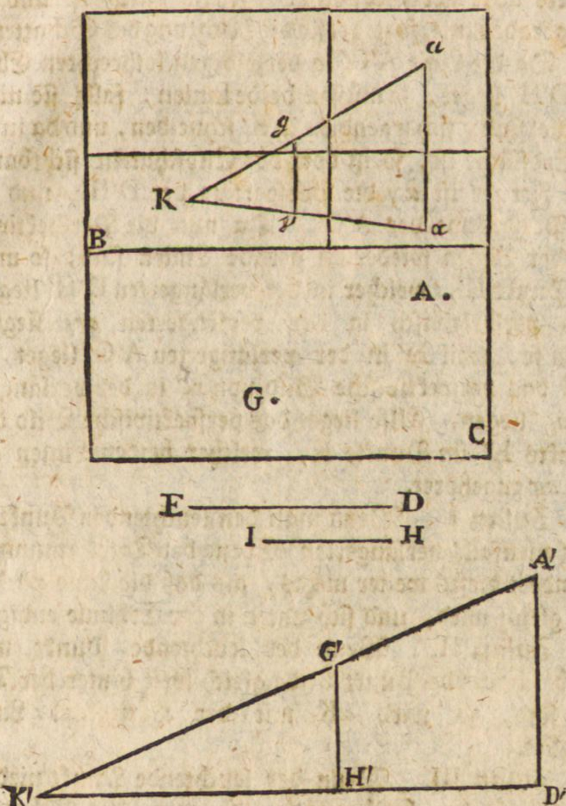
Man ziehe in Gedanken lothrechte Linien von beiden Punkten bis auf die Erdfläche. Man bilde diese Linien auf der Tafel ab. Man verbinde die obersten und untersten Enden beider abgebildeten Linien, durch neue gerade Linien. Diese verlängere man bis daß sie einander begegnen; so fällt der Schatten in den Durchschnittspunkt. Dieses Verfahren wird am deutlichsten erhellen, wenn man sich einen Grundriß vorstellet, worauf beide Punkte projektiret sind.

Es sei A die Projekzion eines leuchtenden Punkts auf der Erdebne BC, welcher Punkt eigentlich in der Höhe DE stehet. Es sei G die Projekzion des undurchsichtigen Punkts, der in der Höhe HI stehet. Der Grundriß ist wie gewöhnlich in verkehrter Lage gezeichnet (Seite 52.).

Suche nach den gewöhnlichen Regeln erstlich die Vorstellung α des Punkts A auf der Erdfläche, hernach mache αa der DE perspektivisch gleich (S. 62.), so ist a die Vorstellung des in der Luft befindlichen leuchtenden Punkts.

Eben so suche erstlich die Vorstellung γ des Punktes G auf der Erdfläche. Mache die Höhenlinie γg der IH perspektivisch gleich, so ist γ die Vorstellung des in der Luft befindlichen Punkts g.

Durch



Durch α und γ ziehe αK, durch a und g ziehe aK, so ist der Begegnungspunkt K zugleich der Punkt wohin der Schatten des Punkts g perspektivisch fallen muß.

Denn es seien A′ und G′ die beiden Punkte. Stelle dir durch dieselben eine lothrechte Ebne vor, so schneidet sie die Erdebne irgendwo in einer wagerechten Linie D′K′. Ziehe in der lothrechten Ebene die lothrechten Linien A′D′, G′H′, so sind diese die Höhen beider

Punkte über der Erdfläche. Ziehe durch A′ und G′ eine gerade Linie, so zeiget sie die Richtung des Schattens.

Da die Linie A′G′ in derselbigen lothrechten Ebne mit D′H′ lieget, so müssen beide Linien, falls sie nicht parallel sind, sich irgendwo in K′ schneiden, und da in K′ die Erdfläche ist, so ist dort der Endschatten sichtbar.

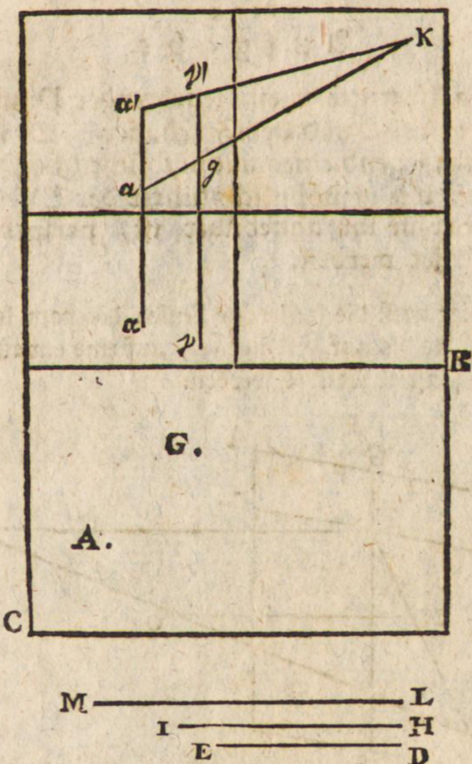
Ferner ist $\alpha\gamma$ die Perspektive der D′H′, und ag die Perspektive der A′G′. Da nun die Perspektiven gerader Linien wiederum gerade Linien sind, so muß der Punkt K′, welcher in der verlängerten D′H′ lieget, auch perspektivisch in der verlängerten $\alpha\gamma$ liegen. Eben so, weil K′ in der verlängerten A′G′ lieget, so muß das perspektivische Bild von K′ in der verlängerten ag liegen. Also lieget das perspektivische Bild des Punkts K′ im Punkte K, welcher beiden Linien $\alpha\gamma$ und ag zugehöret.

Zusatz I. Wenn man den leuchtenden Punkt in der (allenfalls verlängerten) Ebene der Tafel annimmt, so ändert dieses weiter nichts, als daß die Linie αa der DE gleich wird, und sich unten in der Erdlinie endiget.

Zusatz II. Wenn der leuchtende Punkt und der beschattende Punkt beide gleich weit hinter der Tafel sind, so wird αK mit der Horizontal-Linie parallel.

Zusatz III. Wenn der leuchtende Punkt niedriger ist als der beschattende, so kann der Schatten auf die waagerechte Decke eines Zimmers fallen.

Es stehe im Grundrisse BC der leuchtende Punkt über A in der Höhe DE, der dunkele über G in der Höhe HI. Die Höhe des Zimmers sei LM. Suche die perspektivischen Abbildungen α, γ der Punkte A, G, und die Abbildungen αa, γg der Höhen DE, HI. Mache $\alpha\alpha'$ und $\gamma\gamma'$ perspektivisch gleich der Höhe LM. Ziehe gerade Linien durch ag und $\alpha'\gamma'$; ihr Begegnungs-Punkt K ist der Punkt wo der Schatten hinfällt.



fällt. Denn $a\alpha'$K ist eine lothrechte Ebene, welche die Decke in α'K durchschneidet, und aK ist die Schattenlinie. Also ist K Schattenpunkt.

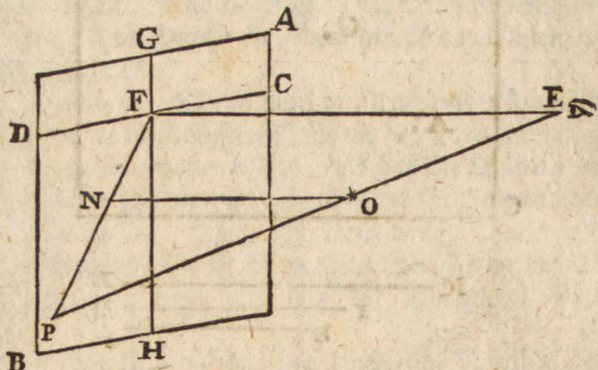
Zusatz IV. Wenn beide Linien die sich in K schneiden sollten parallel werden, so ist dieses ein Zeichen, daß die Schatten-Linie mit der Horizontal-Fläche parallel gehet, und der Schatten folglich weder auf der Erdfläche noch auf einer derselben parallelen Ebene aufgefangen werden kann.

§. 3.

Aufgabe.

Es ist gegeben ein leuchtender Punkt zwischen der Tafel und dem Zuschauer. Es soll der Schatten irgend eines undurchsichtigen Punkts, der sich, wie gewöhnlich, hinter der Tafel befindet, aber in ihr abgebildet ist, perspektivisch vorgestellet werden.

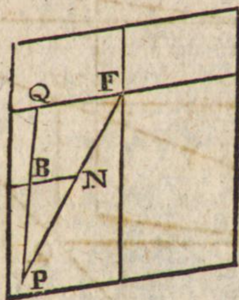
Hier muß die lothrechte Linie, die vom leuchtenden Punkte bis zur Erde gehet, auf eine etwas andere Art als sonst abgebildet werden.



Es sei AB die Tafel, CD ihre Horizontal-Linie, F ihr Hauptpunkt, E der Punkt wo das Auge stehet: O ein leuchtender Punkt. Ziehe ON gegen die Tafel senkrecht, ziehe gerade Linien FN, EO, und verlängere sie bis sie einander in P schneiden; (und dieses muß geschehen, weil die ganze Figur EFNO in einer Ebne lieget.) so ist P der Punkt der Tafel, der vom Punkte O für das Auge E verdecket wird, und eine Art von perspektivischer Vorstellung des Punktes O.

Hier-

Hierbei ist FP : NP :: EF : ON. Um den Punkt P geometrisch zu bestimmen, ziehe durch den

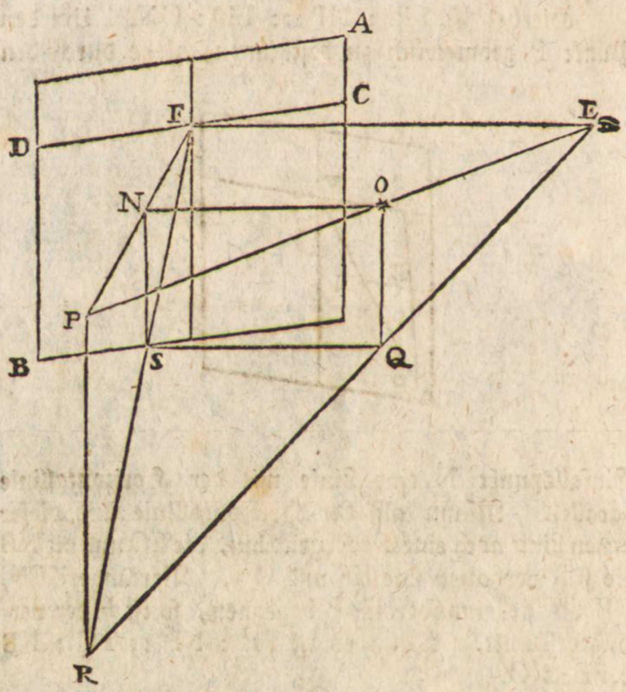


Einfallspunkt N eine Linie mit der Horizontallinie parallel. Nimm auf der Horizontallinie und dieser neuen Linie nach einerlei Gegend hin, die FQ und die NB die sich verhalten wie EF und ON. Verlängere FN, QB bis sie einander in P begegnen, so ist P der verlangte Punkt. Denn es ist FP : NP :: FQ : NB :: FE : NO.

Dieselbige Konstruktion findet statt, wenn der Punkt O auf der Erdfläche lieget; nur daß in diesem Falle der Punkt P unter dem Rande der Tafel ist, indem der Punkt N in der eingebildeten Erdlinie zu liegen kommt.

Es sei nun immer O (folg. Fig.) der leuchtende Punkt, E das Auge, und alles überhaupt wie in der vorlezten Figur. Fälle die OQ lothrecht bis zur eingebildeten Erdfläche. Ziehe QS senkrecht gegen die Tafel. Ziehe SN, so ist OQSNO ein Parallelogramm, in welchem QS = ON, und SN = OQ.

Durch F und den Einfallspunkt S, desgleichen durch E und den Punkt Q ziehe gerade Linien, die sich irgendwo in R schneiden, so ist R die Abbildung des Punktes Q, aus denselbigen Gründen, aus wel-



chen vorher P die Abbildung des Punktes O war und im selbigen Verstande, u. es ist PR die Abbild. der Linie OQ.

Diese PR ist mit NS parallel und folglich lothrecht. Denn es ist vermöge der Konstruktion

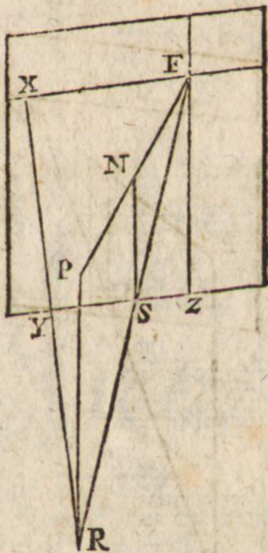
FR : SR :: EF : QS : (oder ON)

und FP : NP :: EF : ON

also FR : SR :: FP : NP

welches anzeiget, daß PR mit NS parallel ist.

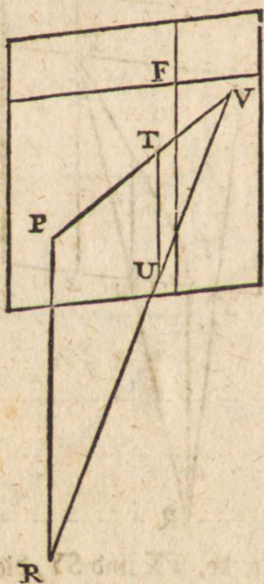
Um also die Abbildung PR der OQ auf eine bequeme Art zu finden, mache man ZS gleich der Entfernung des leuchtenden Punktes von der Vertikal-Fläche. Man nehme anf der Horizontallinie und auf dem



dem untersten Rande, FX und SY, die sich so verhalten müssen wie die Entfernung des Auges zur Entfernung des leuchtenden Punktes, beide Entfernungen von der Tafel an gerechnet. Man ziehe FS und XY und verlängere diese Linien bis daß sie einander in R schneiden. Man errichte SN lothrecht und mache diese Linie gleich der Höhe des leuchtenden Punkts über der Erdfläche. Durch F und N ziehe man eine gerade Linie FP, und durch R die lothrechte RP, so schneiden beide Linien einander in P, und es ist P die Vorstellung des leuchtenden Punkts, PR aber die Vorstellung der Vertikal-Linie die vom leuchtenden Punkte bis zur Erdfläche gehet.

Es sei nun ein undurchsichtiger Punkt, und es werde von demselben eine lothrechte Linie bis zur Erdfläche gezogen. Die Vorstellung dieser Linie auf der Tafel sei TU (folg. Fig.), wo T das Bild des gedachten Punktes ist.

Ziehe



Ziehe PT, RU, so giebt PT die perspektivische Richtung der Schattenlinie, RU aber stellet die Durchschnitts-Linie der lothrechten Ebene PTUR, worinn PT lieget, mit der Erd-Ebene vor. Wenn man PT und RU verlängert, so schneiden sie einander (ausser dem Falle, wo sie gleichlaufend sind) irgendwo in V, und es ist V der perspektivische Schatten des Punktes T. Das Verfahren und der Beweis ist überhaupt wie bei der vorhergehenden Aufgabe (§. 2.).

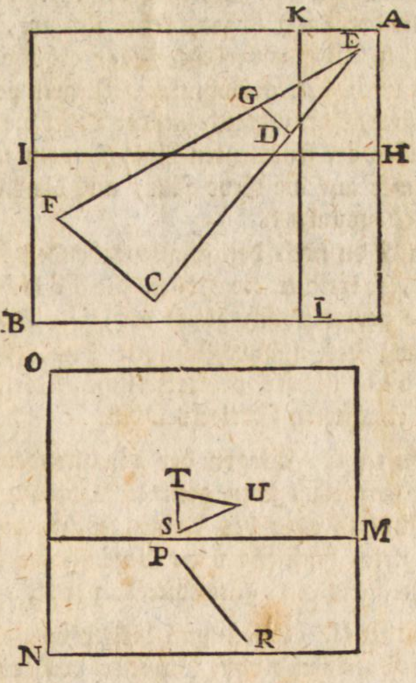
§. 4.

Aufgabe.

Es ist gegeben ein leuchtender Punkt hinter dem Zuschauer. Es soll der Schatten eines beliebi-

liebigen undurchsichtigen Punktes, der sich wie gewöhnlich hinter der Tafel befindet und in ihr abgebildet ist, perspektivisch vorstellet werden.

In diesem Falle hat man nicht, wie bei den beiden vorhergehenden, den Vortheil, daß das Bild des leuchtenden Punktes auf der Tafel gezeichnet werden kann, und daß alle Schattenlinien durch diesen abgebildeten Punkt gehen. Sondern man muß für jeden Punkt erstlich die Lage des Schattenpunktes auf der Erd-Ebene suchen, und ihn dann nach den gewöhnlichen Methoden auf der Tafel abbilden.



Es sei AB ein horizontaler Grundriß. Es stehe auf demselben eine lothrechte Tafel über HI, und es

stehe

stehe über KL die Vertikal-Ebene. Ueber C sei ein leuchtender Punkt, über D aber ein undurchsichtiger. Ziehe durch C und D eine gerade Linie. Mache CF und DG senkrecht auf CD, beide respektivisch gleich den Höhen des leuchtenden und des undurchsichtigen Punktes über der Erdfläche. Ziehe FG. Verlängere diese Linie und die vorige, bis daß sie einander in E begegnen, so ist E der Punkt, wohin der Schatten des Punktes G fällt. Dieses wird man leicht einsehen, wenn man in Gedanken die Figur EGFCDE lothrecht auf der Ebene AB errichtet.

Nimm jetzt den Theil AI des Grundrisses, welcher hinter der Tafel lieget, kehre ihn um, so daß die Linie DE in PR eine verkehrte Lage erhalte. Zeichne diese PR nach den gewöhnlichen Regeln perspektivisch in SU, so hast du zugleich auf der Tafel die Abbildung S des Fußes der senkrechten Linie die vom undurchsichtigen Punkt auf die Erde fällt, und die Abbildung U des Schattenpunktes.

Willst du noch den schattengebenden Punkt selbst abbilden, so errichte die Höhenlinie ST lothrecht, und mache sie perspektivisch gleich der DG. Dann ist T die Vorstellung des undurchsichtigen Punktes, und das Dreieck STU ist die perspektivische Vorstellung des lothrecht errichteten Dreiecks DGE.

Anmerkung I. Wegen der obwaltenden Weitläuftigkeit vermeidet man gern diese Lage des leuchtenden Punktes oder des kleinen leuchtenden Körpers, ob sie gleich sonst für nahe Gegenstände in der Malerei meistens eine gute Wirkung thut.

Anmerkung II. Alles was bisher von einem leuchtenden Punkt und vom Schatten den er verursachet gesaget worden, trifft ziemlich genau ein, wenn der leuchtende Körper nur klein ist.

z. E. in den meisten Fällen kann eine Kerze oder eine Fackel als ein leuchtender Punkt betrachtet werden. Dieser Punkt wird alsdann in der Mitte der Flamme angenommen.

Unter dem undurchsichtigen Punkte kann man entweder einen kleinen Körper, oder eine Ecke eines größern verstehen, wie wir sogleich sehen werden.

§. 5.

Aufgabe.

Es soll der perspektivische Schatten irgend eines Körpers gefunden werden, vorausgesetzet, daß er durch eine kleine Flamme beleuchtet werde, deren Lage bekannt ist.

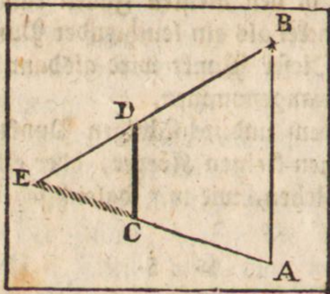
Bemerke die vornehmsten Punkte in der Gränze, welche den beleuchteten Theil des Körpers vom unbeleuchteten Theile scheidet, welche Gränze aus der Lage der Flamme und des Körpers beurtheilet werden muß. Suche die Schatten dieser Punkte (§. 2. 3. 4.) und verbinde sie durch gerade Linien, oder auch durch krumme, wenn die Flächen des Körpers in krummen Linien eingeschlossen sind. Diese Linien geben die Gestalt des verlangten Schattens.

Man merke hierbei, daß die Punkte die auf der Erdfläche liegen ihren Schatten in sich selbst oder unendlich nahe haben.

Exempel I.

Es sei CD die perspektivische Vorstellung eines dünnen geraden und lothrechten Stabes, oder, wenn man will, einer lothrechten geraden Linie. Es sei B die perspektivische Stelle des Lichtes, und BA die perspektivisch gezeichnete senkrechte Linie, die vom Lichte bis zur eingebildeten Erdfläche gehet.

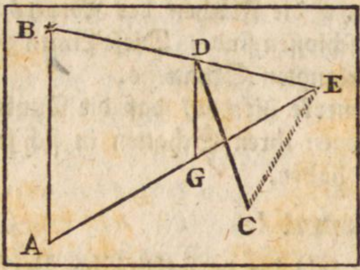
So



So ist DC zugleich die perspektivische Vorstellung der lothrechten Linie die vom undurchsichtigen Punkte D bis zur Erdfläche gehet. Bestimme also, nach der Regel (§. 2.) den Schatten E des Punktes D.

Bemerke, daß der Schatten des Punktes C in C selbst ist. Also ist der ganze Schatten des Stabes DC zwischen C und E begriffen.

Exempel II.

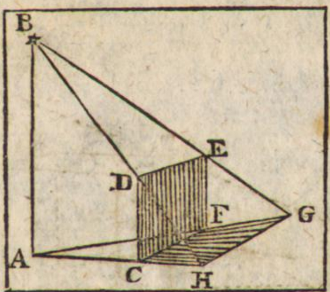


Es sei der Stab CD schief gegen den Horizont, so daß, wenn man vom oberen Ende D eine lothrechte Linie auf die Erdfläche fallen läßt, die perspektivische Vorstellung derselben DG sei. Suche nach der Regel

den

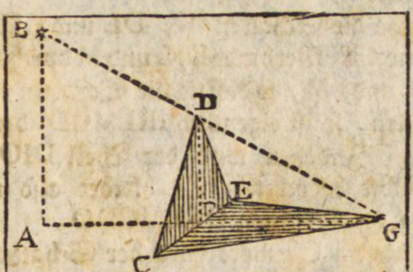
den Schatten E des Punktes D; und da der Schatten des Punktes C in C selbst ist, so ist CE der vollständige Schatten.

Exempel III.



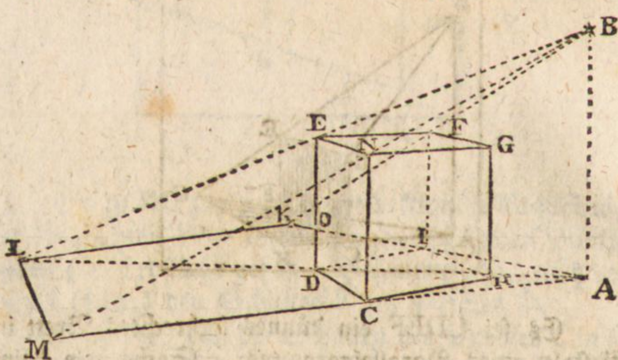
Es sei CDEF ein dünnes lothrechtes Brett in Gestalt eines Parallelogramms. Suche wie beim ersten Exempel den Schatten FG der Linie FE, und den Schatten CH der Linie CD, ziehe GH, so ist FCHGF der Schatten.

Exempel. IV.



Es sei CDE ein lothrechtes Dreieck, welches auf der Basis CE stehet. Ziehe DF lothrecht, und suche wie gewöhnlich den Schatten G des Punktes D mittelst der Linien BDG und AFG. Da nun C und E ihre Schatten in sich selbst haben, so ist GECG der verlangte Schatten.

Exempel V.



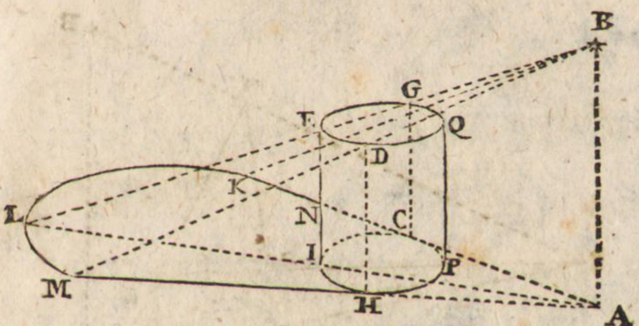
Es sei HE die Vorstellung eines auf der Erdfläche stehenden Würfels, wovon zwei lothrechte Seiten beleuchtet werden, die beiden andern aber nicht. Hier zum Exempel sind die Flächen CDENC und DEFID unbeleuchtet.

Suche die Schatten IK, DL und CM der Linien IF, DE und CN. Verbinde K, L und M durch die geraden Linien KL und LM, so daß sie die Schatten von EN und EF vorstellen, so ist eigentlich IKLMCDI der verlangte Schatten. Indessen wird der Theil DIO durch den Körper selbst bedecket. Es bleibet also nur in der Zeichnung der Schatten OKLMCDO.

In diesem Exempel wird der Schatten der Linie HG weggelassen, weil jenseits der GH in Betrachtung des leuchtenden Punkts kein freier Raum ist, wohin der Schatten fallen könnte, und der Schatten der GH sich also mit demjenigen des ganzen Körpers vermischt.

Exem-

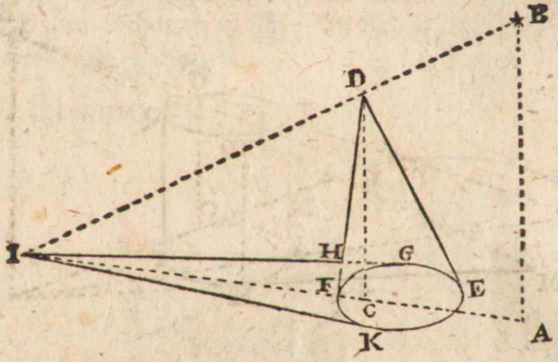
Exempel VI.



Es sei PE ein perspektivisch vorgestellter gerader Zylinder, so ist die Grundfläche eine Ellipse. Aus A ziehe zwei Linien AC und AH, welche die Ellipse beiderseits berühren, welches durch die bloße Anlegung des Lineals geschehen kann. Ziehe lothrecht HD, CG bis zur perspektivischen obersten Fläche des Zylinders. Suche die Schatten CK und HM der Linien CG und HD. Nimm noch auf der Schattenseite einige andere solche Linien, die lothrecht am Zylinder heraufgehen, z. E. IE, und suche den Schatten IL. Ziehe durch K, L, M, nnd die übrigen Enden der Schattenlinien, wenn mehrere bestimmet worden sind, eine krumme Linie aus freier Hand, so hast du den Schatten CKLMHIC, wovon jedoch der Theil CIN verstecket ist.

Alle andere in der Oberfläche des Zylinders gezogene Linien, z. B. PQ, können zum Schatten nichts beitragen, weil ihr Schatten auf die Basis fallen, und folglich durch den Körper gehen müßte.

Exempel VII.



Es sei EDF ein Kegel, B der leuchtende Punkt, BA die lothrechte Linie, die von ihm bis zur Erdfläche gehet. Es sei DC die lothrechte Linie, welche die Höhe des Kegels mißt. Suche den Schatten CI dieser Linie, welches den Schatten I der Spitze D giebt. Aus I ziehe gerade Linien IG, IK, welche die Basis des Kegels beiderseits berühren, welches durch die bloße Anlegung des Lineals geschehen kann, so ist GFKIG der verlangte Schatten, wovon aber der Theil FHG verstecket ist.

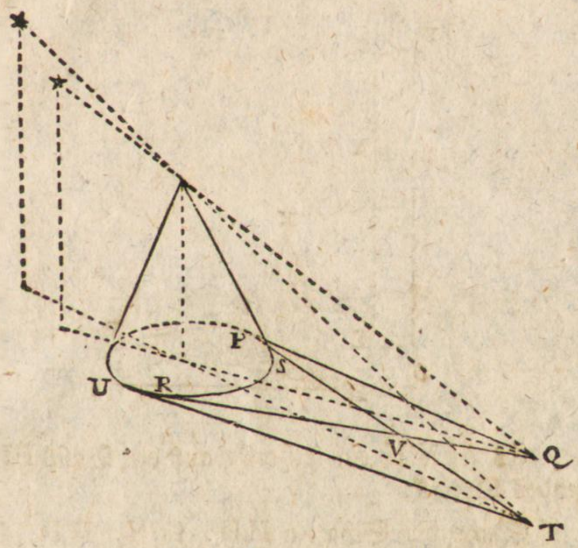
Fiele der Punkt I in die Basis, so fände gar kein Schatten statt, welches der Fall ist, wenn das Licht sehr hoch stehet, und also den ganzen Kegel von oben beleuchtet.

§. 6.

Aufgabe.

Es soll der Schatten eines perspektivisch gezeichneten Gegenstandes bestimmet werden, welcher durch mehrere Lichter beleuchtet wird.

Be-



Bestimme den von jedem leuchtenden Punkte herrührenden Schatten für sich, und male die Stellen schwärzer, wo mehrere Schatten zusammen treffen. Die Figur stellet einen Kegel vor, der von zwei Lichtern beleuchtet wird. Beide Schatten PQR und STU treffen zusammen in SVR nahe am Fuße des Kegels und verursachen dort eine größere Finsterniß.

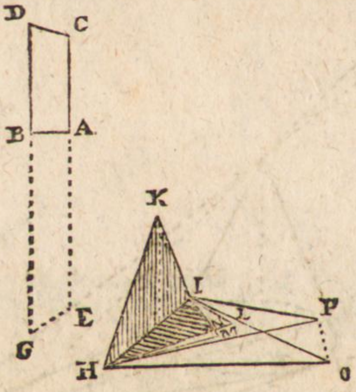
§. 7.

Aufgabe.

Es soll der Schatten eines Gegenstandes gezeichnet werden, der von einem Fenster erleuchtet wird.

Es sei ABCD die perspektivische Abbildung des Fensters, durch welches das Licht kömmt, AE oder BG sei die perspektivische Höhe des unteren Randes des Fensters über der Erdfläche.

 Es



Es sei IKH ein lothrecht auf der Basis HI stehendes Dreieck.

Suche die Schatten ILH, IMH, IPH, IOH für die vier Ecken D, C, B, A des Fensters, welche Ecken hier als leuchtende Punkte betrachtet werden.

So ist die Stelle INH, wo alle diese Schatten auf einander fallen, der eigentliche und dunkelste Schatten.

Ziehe PO, so ist IPOHNI ein Halbschatten, der nahe bei dem wahren Schatten ziemlich dunkel, gegen die Gränze PO aber so wenig dunkel ist, daß man ihn dort gar nicht bemerket.

Denn, man nehme so viel Punkte als man will, entweder am Rande oder gegen die Mitte des Fensters, und betrachte sie als leuchtende Punkte, so wird aus der Konstrukzion leicht einzusehen sein, daß jeder derselben einen Schatten des Dreiecks HKL giebt, dessen Spitze irgendwo innerhalb des Raumes IPOHI fällt, daß folglich alle diese Schatten in INH einander decken, und dort die Dunkelheit verursachen; und daß

nahe

nahe bei IHN mehrern Schatten auf einander liegen, als bei der Gränze PO.

Zusatz I. Wenn man LM ziehet, so wird man merken, daß der Halbschatten ILMH noch ziemlich dunkel ist; aber weder dieser noch der volle Schatten ist scharf begränzet; sondern der stärkere Schatten verwandelt sich allmählig in einen schwächeren.

Zusatz II. Wenn zwei oder mehrere Fenster vorhanden sind, so suche man den vollen Schatten und wenn man will, auch den Halbschatten für jedes Fenster insbesondere, als wenn es allein wäre; wo die vollen Schatten einander decken, da ist wiederum voller Schatten; das übrige ist Halbschatten.

Zusatz III. Wenn ein Zimmer viele Fenster hat, so verwischen die Schatten einander, und es bleibet nur wenig voller Schatten. Hierzu kömmt noch, daß die Wände das einfallende Licht zurück werfen, wodurch ebenfalls die Schatten sehr geschwächet werden.

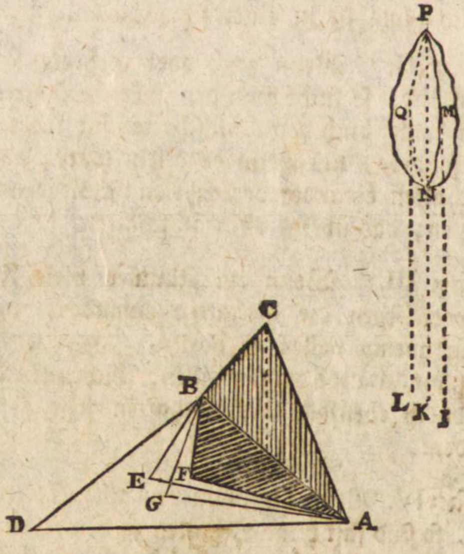
Zusatz IV. Wenn ein Zimmer an allen Seiten Fenstern hat, so sind fast keine Schatten zu bemerken; und wenn ein Gegenstand unter freiem Himmel stehet, ohne daß die Sonne oder der Mond scheine, und ohne daß ein Theil des Himmels heller sei als die übrigen, so ist weiter kein Schatten vorhanden, als etwa ein wenig um Basis des Gegenstandes herum.

Zusatz V. In der Malerei vermeidet man gern die Fälle, wo kein Schatten statt findet, weil der Schatten viel dazu beiträget, daß die Bilder sich so zu sagen von der Tafel absondern, und gehörig hervorzuragen oder zurück zu stehen scheinen.

§. 8.

Aufgabe.

Es soll der Schatten eines Gegenstandes abgebildet werden, welcher durch eine große Flamme erleuchtet wird.



Es sei PN eine Flamme, welche das auf der Basis AB lothrecht stehende Dreieck ACB beleuchtet.

Bestimme aus den obwaltenden Umständen, wo nicht ganz genau, doch ohngefähr, die Gränze NMPQN zwischen dem Theile der Flamme der zur Beleuchtung des Dreiecks ABC beiträgt, und dem anderen Theile der davon abgewandt ist. Nimm in dieser Gränze einige Punkte wie, N, M, P und Q hauptsächlich an den Stellen, wo die Höhe und die Breite der Flamme am größten ist. Suche für diese Punkte die Schatten BDA, BEA, BFA, BGA. In dem Platze BFA wo alle diese Schatten einander decken ist der volle Schatten. Das übrige im Raume BDAFB ist Halbschatten; dieser ist nahe bei dem vollen Schatten recht merklich, gegen die Spitze D aber ist er so schwach, daß man ihn gar nicht bemerket.

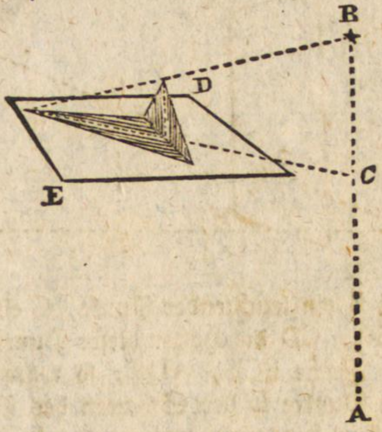
Die Linien NK, MI, QL in der Figur, sind die perspektivischen Höhen-Linien der gewählten Punkte, und sind bekanntermaaßen zur Zeichnnng der einzelnen Schatten unentbehrlich (§. 2. 3. 4.).

Was den Beweis betrift, so ist er wie im vorigen Paragraph.

§. 9.

Aufgabe.

Es soll der perspektivische Schatten gefunden werden, den ein Gegenstand auf eine Fläche wirft, die zwar mit der Horizontal-Fläche parallel, aber über der Erdfläche erhaben ist, zum Beispiel auf einen Tisch.



Es sei AB die perspektivische Höhe des leuchtenden Punktes über der Erdfläche, DE die perspektivische

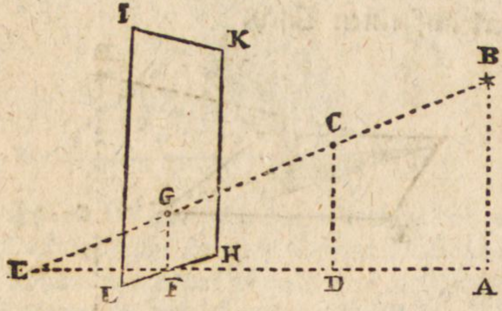
Zeichnung des Tisches. Mache AC perspektivisch gleich der Höhe des Tisches, so lieget C in der Ebne DE oder deren Verlängerung. Jetzt wird diese Ebne wie die Erdebne betrachtet, der Punkt C gilt statt des Punktes A, und es wird die Zeichnung des Schattens nach den gewöhnlichen Regeln vollendet.

Anm. Beide folgende Aufgaben sind zwar nicht eigentlich perspektivisch, können aber auf die Perspektive angewandt werden, wenn man statt der wirklichen Punkte, Linien, Winkel und Flächen, ihre schon vorhandenen perspektivischen Vorstellungen verstehet.

§. 10.

Aufgabe.

Es soll der Schatten gezeichnet werden, den ein Gegenstand auf eine Wand oder eine andere lothrechte Ebne wirft.

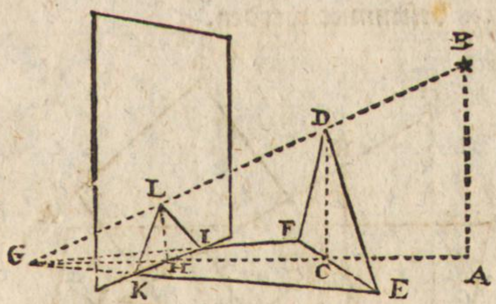


Es sei B ein leuchtender Punkt, C ein undurchsichtiger, BA, CD die Höhen dieser Punkte über der Erdfläche. Ziehe BCE, ADE, so wäre bekannter Maaßen im Punkte E der Schatten des Punktes C, wenn sonst kein Hinderniß vorhanden wäre.

Allein es sei HLIKH eine lothrechte Wand, und F der Punkt wo die AE der Grundlinie HL dieser Wand begegnet. Ziehe FG lothrecht bis zur Begegnung

nung der BE, so ist FG die Linie, in welcher beide lothrechte Ebnen BEA und HI einander durchschneiden, und G ist der Punkt wo der Schatten des Punktes C aufgefangen wird.

Ist der Gegenstand ein lothrechter Stab DC, so ist sein Schatten theils auf der Erdfläche in DF, theils auf der lothrechten Fläche in FG. (vorige Fig.)



Es sei B ein leuchtender Punkt, AB seine perspektivische Höhe, EDF ein lothrechtes Dreieck, CD dessen Höhenlinie.

Suche erst nach dem gewöhnlichen Regeln den horizontalen Schatten FGE, und behalte den Theil FIKE desselben der disseits der Wand lieget.

Bestimme wie im Anfange dieses Paragraphs die Höhe HL, in welcher der Schatten des Punktes D auf die Wand fält.

Vom Punkte L ziehe gerade Linien nach den Punkten I und K wo die Gränzlinien des horizontalen Schattens von der Ebne der Wand geschnitten werden, so ist ILK der lothrechte Theil des Schattens.

In anderen Fällen wird auf eine ähnliche Art verfahren. Die allgemeine Regel ist, daß man, wie im ersten Exempel gelehret worden, die Schatten der vornehmsten Punkte des Gegenstandes in der loth-

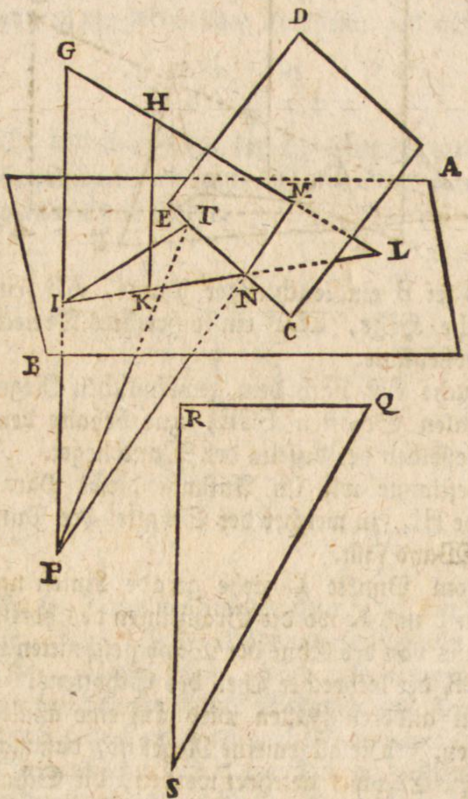
rech-

rechten Ebene bestimmet, und dann die gefundenen Schattenpunkte durch gerade oder nöthigenfalls durch krumme Linien verbindet.

§. 11.

Aufgabe.

Es soll der auf einer gegen den Horizont geneigten Ebne empfangne Schatten eines Punktes bestimmet werden.



Es sei AB die Erdfläche, oder überhaupt eine mit der Horizontalebne parallele Fläche. Es sei CD eine andere Ebne, welche gegen die AB geneigt ist. Es sei CE die Durchschnittslinie beider Ebnen. Es sei G ein leuchtender und H ein undurchsichtiger Punkt. Es seien GI und HK die lothrechten Linien, welche von gedachten Punkten auf die horizontale Fläche fallen.

Ziehe GH und IK und verlängere sie, bis daß sie in L einander begegnen, so wäre in L der Schatten, wenn die Ebne DC nicht vorhanden wäre; da sie aber vorhanden ist, so ist der Schatten in einem Punkte M, wo die Ebne CD von der Linie GL durchschnitten wird, und dieser Punkt M muß bestimmet werden. Er wird es sein, so bald man die Durchschnitts-Linie NM des Dreiecks GIL und der Ebne CD haben wird.

Aus I ziehe IT senkrecht auf CE, und ziehe irgendwo eine Linie QR, die so groß sei als die IT (nicht perspektivisch, sondern im Gegenstande) ist, welches entweder aus der Zeichnung oder aus anderen Angaben bekannt sein muß. Ziehe RS auf QR senkrecht. Mache einen Winkel RQS, welcher der Neigung der schiefen Ebne gegen den Horizont gleich sei, so wird die Länge der RS bestimmet. Verlängere GI, mache IP perspektivisch so groß als RS, und ziehe TP, so ist das Dreieck ITP die perspektivische Vorstellung des Dreiecks RQS. Wenn die Ebne CD unter AB verlängert würde, so würde (perspektivisch) die TP ganz in ihr liegen, weil ∠ITP der Neigungs-Winkel ist. Also lieget der Punkt P in der (verlängerten) Ebne CD.

Wenn ich nun durch P und N die Linie PNM ziehe, so lieget diese in der Ebne CD, weil die Punkte P und N darinn liegen. Diese Linie PNM oder deren Theil NM lieget auch in der Ebne GIL, weil der Punkt N in ihr und P in ihrer Verlängerung lieget.

Also ist NM die gemeinschaftliche Durchschnitts-Linie der Ebenen GIL und CD, und diese durch P und N gezogene Linie muß allemal den Punkt M treffen wo die Ebne CD von der GL geschnitten wird, weil dieser Punkt zum Durchschnitte beider Ebnen mit gehöret, und also mit P und N in einer geraden Linie lieget. Wenn man also die PN verlängert, so trift sie irgendwo die GL in M, und es ist M der verlangte Schattenpunkt.

Zusatz I. Ich habe zu verstehen gegeben, daß der untere Rand der schiefen Ebene die Erdfläche selbst erreiche. Man braucht aber nur eine mit der Erdfläche parallele Ebene AB anzunehmen, welche die gegebene Ebene durchschneidet.

Zusatz II. In der Figur ist die Ebene vom leuchtenden Punkte abwärts geneiget. Wenn sei demselben zugeneiget ist, so schneidet sie die GI oberhalb I, das heißt der Punkt P kömmt zwischen I u. G auch wohl über G.

Zusatz III. Wenn HK eine gerade und lothrechte Linie und AB die Erdfläche ist, so ist INM der Schatten dieser Linie.

Zusatz IV. Wenn man eine beliebige Figur oder einen beliebigen Körper anstatt eines bloßen Punkts hat, so suchet man die Schatten für die vornehmsten Punkte in der Gränze zwischen Licht und Schatten, und verbindet sie durch gerade oder krumme Linien, wie man es ebenfalls thut, wenn der Schatten auf eine horizontale Ebene fällt.

Anmerkung. Wir haben bis jetzt immer ein ziemlich nahes Licht wie z. E. eine Kerze vorausgesetzet. Wenn aber der leuchtende Körper, wie die Sonne oder der Mond, sehr weit entfernt ist, so werden die Schattenlinien für parallel angenommen, und dieser Fall erfordert besondere Regeln. Was hier von dem Sonnen-

schatten

schatten gesaget werden soll, muß auch von dem Mondschatten verstanden werden.

§. 12.
Aufgabe.

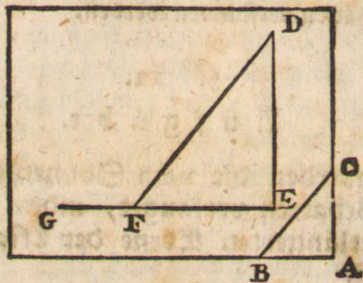
Es werden die vom Sonnenlichte verursachten Schatten verlanget, indem die Sonne in der verlängerten Ebene der Malertafel befindlich ist.

Hier sind zwei Fälle zu unterscheiden. Denn es ist entweder die Sonne im Horizont oder über demselben.

I) Im ersten Falle, welcher beim Auf- und Untergange der Sonne eintritt, sind die Schatten alle mit der Horizontallinie oder mit der Erdlinie parallel, und sie erstrecken sich ins Unendliche, weil die Sonnenstralen mit der Erdfläche parallel gehen, sind aber dabei nur schwach, theils wegen des fast nichtigen Einfalls-Winkels auf die Erdfläche, theils auch weil das Sonnenlicht, welches sehr niedrig durch die Atmosphäre gehet, sehr geschwächet wird; daher dann die Schatten gegen das Licht weniger abstechen.

Trift der Schatten eine lothrechte Wand, so erhebet er sich auf derselben bis zur Höhe des Gegenstandes.

II) Im zweiten Falle, wo nämlich die Sonne über dem Horizont erhaben ist, mache auf der eingebildeten Erdlinie irgendwo einen Winkel ABC, welcher der Sonnenhöhe gleich sei. Um nun den Schatten eines Punktes D zu finden, zeichne perspektivisch die Höhe DE des Punktes D über der Erdfläche. Ziehe EG horizontal, und DF mit BC parallel, so zielet FD nach der Sonne hin, und es ist F der Schatten des Punktes D.



Denn da die Sonne in der verlängerten Ebne der Tafel und unendlich weit ist, so ist das Dreieck DEF in der Natur mit der Tafel parallel, also bleibet es in der Perspektive sich selbst ähnlich. Folglich ist die perspektivische Sonnenhöhe EFD der natürlichen ABC gleich.

Man darf auch nur, nachdem DE und EG gezogen worden, den Winkel EDF dem Komplemente der Sonnenhöhe gleich machen, weil in der That der Winkel EDF dem Komplemente des $\angle$ EFD gleich ist.

Wenn die Sonnenhöhe nicht gegeben ist, so kann man ein gewisses Verhältniß zwischen DE und EF als beständig annehmen, z. E. 2 : 1, 3 : 2, oder 4 : 3, u. s. w.

Wenn die Sonnenhöhe 45^g beträgt, so ist $EF = DE$, weil alsdann $\angle EFD = \angle EDF = 45^g$.

So wie der Schatten für einen Punkt gefunden wird, so kann er für alle übrigen Punkte eines Gegenstandes gefunden werden.

§. 13.

Aufgabe.

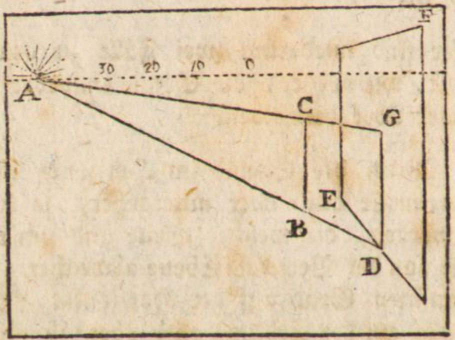
Es werden die vom Sonnenlichte verursacheten Schatten verlanget, indem die Sonne hinter

hinter der verlängerten Ebene der Tafel befindlich ist.

Hier sind wiederum zwei Fälle zu betrachten; denn es ist, wie vorher, die Sonne entweder im Horizonte oder über demselben.

I) Wenn die Sonne im Horizonte ist, das heißt: wenn sie auf- oder untergehet, so muß bestimmet werden, auf welcher Seite und um wie viel Grade sie von der Vertikal-Ebene abweichet. Suche den bestimmten Grad auf der Horizontal-Linie, so müssen alle auf der Erdlinie oder überhaupt auf einer horizontalen Ebene aufgefangenen Schatten von lothrechten Gegenständen nach dem gefundenen Gradpunkte hinzielen. Denn es sind parallele Linien, die um eben so viel Grade als die Sonne von der Vertikal-Ebene abweichen (Seite 206.). Uebrigens gehen diese Schatten eigentlich ins Unendliche auf der Erd-Ebene fort, werden aber zuletzt wegen ihrer Schwäche unmerklich.

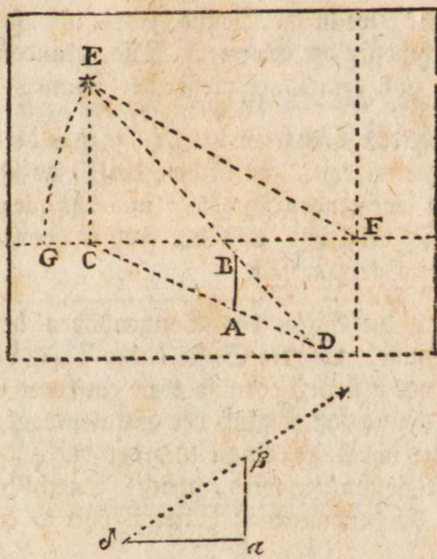
Die auf- oder untergehende Sonne selbst kann man durch einen über der Horizontal-Linie gezeichneten Halbzirkel andeuten, der auf der Horizontal-Linie etwa $\frac{3}{4}$ eines Grades einnehme. Es ist zwar wahr, daß der Durchmesser der Sonne eigentlich nur ungefähr $\frac{1}{2}$ Grad am Himmel einnimmt; allein es ist auch bekannt, daß die Sonne am Horizonte größer scheinet, als an jedem anderen Orte des Himmels. In der beigefügten Figur (S. 210.) ist A die auf- oder untergehende Sonne im 40ten Grade der Horizontal-Linie linker Hand, BC ist ein lothrechter Gegenstand, BCGDB sein Schatten, welcher ins Unendliche fortgehen würde, wenn er nicht auf der Wand EF aufgefangen würde, wo er sich in DG endiget, da denn G, C und die



Sonne A, eben so wie D, B und A in einer geraden Linie liegen. Die Linien GA und DA sind perspektivisch parallel, und BC, DG sind perspektivisch gleich.

II) Wenn die Sonne über dem Horizont stehet, so muß man sich eine lothrechte Fläche vorstellen, welche durch das Auge und die Sonne gehet. Man muß wissen um wie viel und auf welcher Seite diese Fläche von der vornehmsten Vertikal-Ebene, die senkrecht durch die Tafel gehet, abweichet, und um wie viel Grade die Sonne in der gedachten Ebene über dem Horizont stehet.

Es sei AB (folg. Fig.) ein lothrechter Gegenstand, der von der Sonne erleuchtet wird, welche 40 Grad zur linken der Vertikal-Linie und 30 Grade hoch stehet. Zähle 40 Grade auf der Horizontal-Linie zur linken von F bis C. Durch C und den Fuß A des Gegenstandes ziehe CAD von unbestimmter Länge. Ziehe auf einer besonderen Fläche $\alpha\delta$ horizontal, und $\alpha\beta$ vertikal. Mache $\alpha\beta$ gleich der wahren Größe des in AB vorgestelleten Gegenstandes. Mache einen Winkel $\alpha\beta\delta$ gleich dem Komplement der Sonnenhöhe, hier



Hier also $\angle\beta = 60°$ so wird der Schatten $\alpha\delta$ bestimmet.

Mache nun AD der $\alpha\delta$ perspektivisch gleich, so ist AD der verlangte perspektivische Schatten. Ziehe DBE, so ergiebt sich in der lothrechten Linie BE der Punkt E wo die Sonne vorgestellet werden muß, wenn sie auf der Tafel vorhanden seyn soll. Nachdem der Ort E der Sonne bestimmet worden ist, so brauchet man nicht mehr jede Schattenlänge besonders zu bestimmen; sondern man ziehe, wenn z. E. der Schatten der AB noch nicht gezeichnet wäre, eine gerade Linie durch C und A, wie auch durch E und B, und verlängere sie bis sie einander in D begegnen.

Will man auch die Größe des Sonnenbildes haben, so beschreibe man aus F als Mittelpunkt durch E einen Zirkelbogen EG, und messe bei GC auf der eingetheilten Horizontal-Linie, $\frac{1}{2}$ Grad ab, oder etwas mehr, wenn die Sonne niedrig ist, so hat man den Durchmesser der Sonne. Die gefundene Breite gebe man in E dem Durchmesser der Sonne.

Was den Schatten betrift, so hat der Beweis keine Schwierigkeit. Es ist hier derselbige Fall, wie mit einem leuchtenden Punkte, nur daß hier die Entfernung so groß ist, daß der Fuß C der senkrechten EC in den Horizont fällt.

Was die Größe des Sonnenbildes betrift, so bemerke man, daß die Stelle E der Tafel vom Auge (welches vor F stehet) eben so weit entfernet ist als die Stelle G, und daß folglich der Stralenkegel, der von der Sonne ins Auge kömmt und der durch die Ebene der Tafel geschnitten wird, gleiche Durchschnitte bekömmt, die Sonne mag hinter E oder G erscheinen.

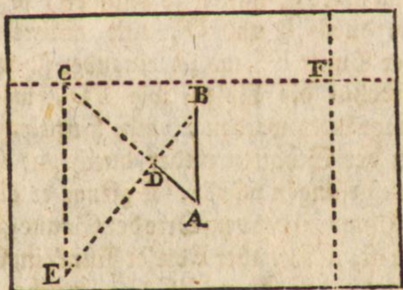
Anmerkung. Bei einem leuchtenden Punkte, der sich in einer endlichen Entfernung befindet, wurde auch der Fall betrachtet, wo der leuchtende Punkt sich zwischen der Tafel und dem Zuschauer befindet. Bei der Sonne findet dieser Fall nicht statt; denn in Vergleich mit der sehr großen Entfernung der Sonne, ist der Abstand zwischen dem Zuschauer und der Tafel für nichts zu achten; so daß die Sonne, wenn ihr Mittelpunkt auch wirklich der Tafel näher wäre, als das Auge des Zuschauers auf derselbigen Seite ist, dennoch so betrachtet werden könnte, als befände sie sich in der verlängerten Ebene der Tafel. Wir schreiten also zu dem Falle wo die Sonne von der verlängerten Ebene der Tafel weiter entfernet ist, als der sich auf derselbigen Seite befindende Zuschauer.

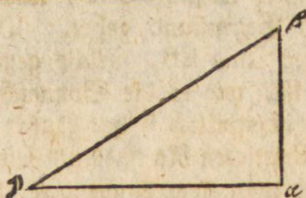
§. 14.

§. 14.

Aufgabe.

Es werden die Schatten verlanget, in der Voraussetzung, daß die Sonne sich hinter dem Zuschauer befindet.





Es sei AB ein lothrechter Gegenstand, die Sonne befinde sich hinter der rechten Seite des Zuschauers und weiche um 40 Grade ab von der Vertikal-Fläche; sie sei 30 Grade über dem Horizont erhaben.

Da die Sonne rechter Hand 40 Grad seitwärts stehet, so gehen die Schatten linker Hand, eben so viel Grade seitswärts, welches leicht zu begreifen ist, wenn man sich eine lothrechte Fläche vorstellet die durch die Sonne und den Gegenstand gehet.

Nimm demnach auf der Horizontal-Linie FC = 40ᵍ links, und ziehe AC, als die Richtung des Schattens.

Ziehe wie vorher $\alpha\gamma$ horizontal, $\alpha\beta$ vertikal, mache $\alpha\beta$ gleich der wirklichen Höhe des Gegenstandes und $\angle\beta$ gleich dem Komplemente der Sonnenhöhe, so giebt dies die Länge $\alpha\gamma$ des Schattens. Mache AD der $\alpha\gamma$ perspektivisch gleich, so ist das Verlangte geschehen.

Sind mehrere Schatten zu zeichnen, so ziehe eine gerade Linie durch B und D, eine andere lothrecht durch C; der Punkt E, wo sie einander schneiden, ist derjenige, wohin die Linien wie BD, wodurch die Schatten begränzet werden, alle hinzielen müssen. Denn wenn der Schatten weder durch die Erdfläche noch sonst aufgefangen würde, so gienge er bis zu dem Punkte des Himmels der dem Orte der Sonne gerade entgegengesetzet ist. Es ist aber E dieser Punkt im Gemälde. Denn er lieget in der Ebene BCAE, welche durch die Sonne und den Gegenstand gehet. Der Punkt E lieget auch in der Linie EB, welche gegen den Horizont so geneigt ist, wie es die Sonnenhöhe mit sich bringet. Also ist wirklich E der Punkt, wohin der Rand BD des schattigten Raumes hinzielet.

Nun möchte man zwar einwenden, der Punkt E könne nicht für alle Gegenstände derselbige seyn, weil nämlich gerade Linien, die durch den Mittelpunkt der Sonne und durch verschiedene Gegenstände gehen, unmöglich nach demselbigen der Sonne entgegengesetzten Punkte des Himmels hinzielen können. Allein da die Sonnenstralen für parallel angenommen werden, so bleiben auch die Schatten, wenn man alle Hindernisse wegnimmt, parallel, folglich zielen sie alle scheinbar nach einem und demselbigen Punkte des Himmels in der untern Halbkugel.

Erster

Erster Anhang.

Von der theatralischen Perspektive.

Wenn ein Maler fürs Theater arbeitet, so ist es nicht hinlänglich, daß er die gewöhnlichen perspektivischen Regeln kenne, sondern er muß sich noch mit denen bekannt machen, die zu diesem Fache eigenthümlich gehören. Dieser Theil der Perspektive verdiente wohl von jemanden, welcher Theorie und Praxis zugleich besäße, in einer eigenen Abhandlung vorgetragen zu werden. Unterdessen will ich versuchen, wenigstens die richtigen hierher gehörenden Grundsätze zu entwickeln, indem ich es andern überlasse, die in der Ausübung vorfallenden Vortheile und Kunstgriffe zu entdecken.

Eine Theater-Dekorazion bestehet bekannter Weise aus mehreren hinter einander gestellten bemalten Schiebewänden oder Kulissen, wovon die hinteren etwas hervorstehen, damit sie von den vorderen nicht ganz verstecket werden. Hinten ist ein gewöhnliches perspektivisches Gemälde auf einer einzigen vertikalen Ebene. Jeder Seiten-Kulisse zur rechten pfleget eine

eine zur linken gegen über zu stehen. Von oben werden bemalte Stücken Leinewand heruntergelassen, welche sich seitwärts an die Kulissen anschließen, und bald Wolken, bald die Decke eines Zimmers, u. s. w. vorstellen. Das hintere perspektivische Stück sammt den Seiten-Kulissen und den oberen Stücken, müssen zusammen ein einziges Ganzes ausmachen, welches, aus einem gewissen Gesichtspunkte betrachtet, die möglichst größte Täuschung gewähren soll. Hauptsächlich muß in den meisten Fällen die ganze Scene viel tiefer scheinen als sie wirklich ist, so daß man z. E. einen Theil eines großen Waldes zu sehen glaube, der sich soweit erstrecket als das Auge reichet, oder eine lange Straße, oder einen unermeßlichen Säulengang, u. s. w. Was die Breite der Scene betrifft, so findet keine Täuschung dabei statt; der Zuschauer siehet sie nicht breiter als sie ist; man müßte denn das größere Feld, welches man im Hintergrunde durch die Verkürzung der Figuren gewinnet, zugleich für einen Gewinn in der Breite rechnen.

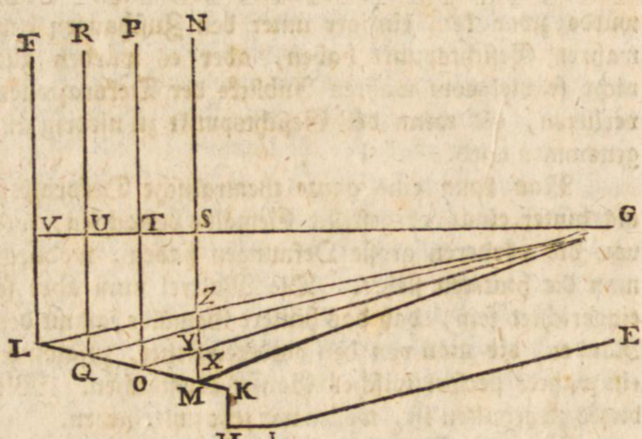
Der Schein einer größeren Vertiefung wird beim Theater zum Theil auch dadurch erhalten, daß die Bühne nicht horizontal ist, sondern von vorne nach hinten aufwärts gehet. Denn da die horizontale Erdfläche sich in der Ferne zu erheben scheinet, so kommt es uns vor, wenn wir eine Fläche sehen, die sich unvermerkt erhebet, als wenn sie sich weit in die Ferne erstreckte. Diese Erhebung ist zugleich für den Zuschauer bequem, welcher mittelst derselben was auf dem hintersten Theile der Bühne lieget oder stehet, desto besser entdecket. Die Plätze der Zuschauer erheben sich in umgekehrter Richtung, nämlich vom Theater abwärts, theils aus einer ganz ähnlichen Ursache, hauptsächlich aber damit die hinteren über die vorderen wegsehen können.

Jeder

Jeder Zuschauer hat seinen eigenen Gesichtspunkt. Indessen kann man nicht für alle Gesichtspunkte malen, sondern nur für einen; man muß diesen einzigen aber so wählen, daß kein Zuschauer zu sehr darunter leide. Zu diesem Zwecke pflegen einige die Mitte des Parterrs zum Gesichtspunkte des Theater-Malers vorzuschlagen; indessen ist dabei zu wenig Rücksicht genommen auf die vielen Zuschauer die auf den verschiedenen Gallerien, mit oder ohne Logen, befindlich sind. Ich hielte es also dafür, man nähme den Gesichtspunkt lieber höher als das Parterr, etwa in der Loge die unmittelbar über dem hintersten Ende des Parterrs befindlich, und bei uns für die Königliche Familie bestimmet ist. Oder man könnte auch den Gesichtspunkt in der Luft, etwa mitten im Raume des Schauspielsaals, das Theater abgerechnet, versetzen, oder lieber etwas mehr nach hinten, weil hinten Gallerien mit Zuschauern sind, vor der Oefnung des Theaters aber nicht. Nun würde zwar kein einziger unter den Zuschauern den wahren Gesichtspunkt haben, aber es würden alle nicht so viel vom wahren Anblicke der Dekorazionen verlieren, als wenn der Gesichtspunkt zu niedrig angenommen wird.

Man kann eine ganze theatralische Dekorazion als hinter einander gestellte Gemälde betrachten, wovon die vorderen große Oefnungen haben, wodurch man die hinteren siehet. Die Malerei muß aber so eingerichtet sein, daß das hintere Gemälde sammt den Rändern, die man von den vorderen siehet, zusammen ein wahres perspektivisches Ganzes ausmachen. Wie dieses zu erhalten ist, wollen wir jetzt untersuchen.

Was die Dekorazion vorstellen soll, ist uns hier gleichgültig. In der Figur nehme ich eine doppelte Reihe von Bäumen an, welche zwei Linien machen, die beide in der Natur horizontal und gegen die Oefnung des Theaters senkrecht sind, die Allee soll ins Unabsehbare hinauslaufen.



Nimm das Maaß der vorderen Oefnung des Theaters, diese betrage z. E. 40 Fuß in der Breite und eben so viel in der Höhe. Mache dir auf dem Papiere einen

einen verjüngten Maaßstab AB von 40 Theilen die für Fuße gelten sollen. Bestimme den Gesichtspunkt, nämlich um wie viel Fuß er vom Theater abstehen, und wie viel Fuß er über der Erdfläche, die ohngefähr durch den untersten Rand des Theaters gehend angenommen wird, erhaben sein soll. Daß er übrigens weder rechts noch links, sondern der Mitte der Horizontallinie gegen über angenommen wird, verstehet sich von selbst.

Mittelst der Theile der AB die als Model angenommen werden, und mittelst der angenommenen Lage des Gesichtspunkts, mache ein Gemälde CD, welches den verlangten Anblick der Scene vorstellet. Weil dieses Gemälde bestimmt ist vergrößert zu werden, so muß hier der Hauptstral oder die Entfernung des Auges nicht wie sonst nach dem wirklichen vollen Maaße, sondern nach dem verjüngten AB angenommen werden. Uebrigens kann man das Gemälde CD nach welcher Methode man will zeichnen, entweder mittelst eines geometrischen Grundrisses (H. III.) oder mittelst des perspektivischen Netzes (H. IV. §. 1. und 2.) oder mittelst der perspektivischen Einfassung (H. IV. §. 3. bis §. 16.) oder mittelst des Proporzionalzirkels (H. V.). Jede dieser Methoden hat ihre eigenen Vorzüge, aber die bloß geometrische scheinet mir immer noch in den meisten Fällen den Vorzug zu behaupten, weil sie so wenig Vorbereitung erfordert. Zwar muß vorher ein Grundriß gezeichnet werden; allein er braucht nur ganz grob skizzirt zu sein, und die vornehmsten Punkte zu enthalten, das übrige wird im Gemälde nach dem Augenmaaße hinzugesetzet. Der Gebrauch des Netzes ist auch nicht zu verwerfen, hauptsächlich bei einer Landschaft, welche zerstreute Gegenstände vorstellet, die an keine regelmäßige Lage gebunden sind. Die perspektivische Einfassung und der Proporzionalzirkel

haben

haben das Unbequeme, daß man die Entfernungen der Gegenstände in Zahlen haben muß: es giebt wenige Fälle, wo man sogleich im Stande ist, die wirklichen oder eingebildeten Distanzen in Fußen oder Ruthen anzugeben. Bei wirklichen oder aufzuführenden Gebäuden, wo alles abgemessen ist, lassen sich beide Methoden sehr gut gebrauchen.

Wenn das Gemälde fertig ist, so stellet es im kleinen die Scene so vor, wie sie vorn auf dem Vorhange des Theaters oder vielmehr auf der ersten Kulisse, wenn diese queer übers Theater fortgesetzet würde, gemalet werden müßte.

Es sei nun EF nach dem verjüngten Maaßstabe AB der Durchschnitt des Theaters und des Parterrs, G sei der Gesichtspunkt, EI das Parterr, IH das Orchester, KL die Bühne, MN die erste Kulisse, OP die zweite, QR die dritte, LF das Hinterstück oder der Hintergrund der Scene. Es werden mehr oder weniger Kulissen angebracht, je nachdem es die Umstände erfordern.

Anfänglich bilde man sich ein, das ganze Gemälde CD stehe in NM und nehme die Breite des Theaters ein. Ziehe OG, so schneidet sie MN in X, und für einen Zuschauer der sich in G befindet, wird der Punkt O vom Punkte X gedecket. Was von X bis M herunter auf MN gemalet ist, kann nicht auf der Kulisse OP vorgestellet werden, wenn man auch eine Oefnung im Gemälde MN machet. Aber was oberhalb X gemalet ist, kann auf der Knlisse OP oder einer der folgenden gemalet werden, wenn eine Oefnung in MN angebracht wird. Eben so ergiebt sichs, daß von den auf dem Gemälde MN vorkommenden Figuren nur diejenigen die über Y stehen auf der Kulisse QR vorgestellet werden können, und die über Z stehenden auf dem Hinterstücke LF.

Ziehe GV senkrecht gegen alle Kulissen. Es sei nun XS eine Figur auf dem Gemälde MN, so ist klar, daß sie auf der Kulisse OP die Größe OT erhält, und es ist XS zu OT wie GS zu GT. Wenn die Figur diese Größe nicht bekäme, indem sie vom Gemälde MN auf die Kulisse OP übertragen wird, so würde das Stück OT der Kulisse die Oefnung XS des Gemäldes nicht genau ausfüllen. Aus demselbigen Grunde verhalten sich die Figuren des Gemäldes MN zu ihren Ebenbildern auf der Kulisse QR, wie YS zu QU oder wie GS zu GU, und für das Hinterstück ist ebenfalls das Verhaltniß, wie ZS zu LV oder wie GS zu GV. Man siehet, daß die vom Gemälde auf die Kulissen und den Hintergrund versetzten Figuren sich vergrößern, und dieses muß auch so sein, weil sie alsdann durch die Entfernung wieder verkleinert werden.

Mache nun mx und $\mu\xi$ = MX, my und μv = MY, mz und $\mu\zeta$ = MZ. Ziehe $x\xi$, yv, $z\zeta$. Nimm nun nach Gutdünken $xb = \zeta a$, $yg = ve$, $zk = \zeta i$, nämlich immer etwas weiter von außen nach innen. Mache die Parallelogramme $bcda$, $ghfe$, $klmi$. Die Abstände der Linien no, dc, fh, ml, sind willkürlich.

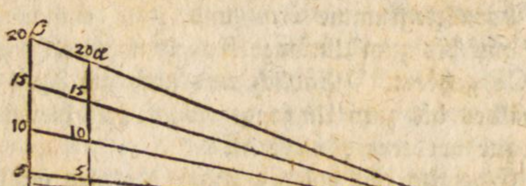
Nun muß auf dem Hinterstücke LM gemalet werden alles was im Raume $klmi$ enthalten ist, auf der Kulisse QR was im Raume zwischen den Umfange des Parallelogramme $iklm$ und $ghfe$ enthalten ist. Von dort bis zum Umfange $bcda$ kommt was zur Kulisse OP gehöret. Endlich was noch am Rande des Gemäldes bis zum Umfange $mon\mu$ übrig bleibet, gehöret zur vorderen Kulisse MN.

Eigentlich sollte jedes Paar Kulissen nicht nur von oben ein Himmelsstück haben, wie hier $nocd$, $dchf$, $fhlm$, sondern auch ein Erdstück wie μmba, $bgea$, $gkie$, damit der Zuschauer die Ecken b, g, k, i, c, a nicht

nicht sähe. Dieses würde aber den Schauspielern hinderlich seyn; deßwegen bleibt es weg, und man pfleget die genannten Ecken soviel als thunlich ist, durch kleine Zusätze an den vorderen Kulissen, als Gesträuche, Erde, u. dergl. zu bedecken. Übrigens verstehet es sich von selbst, daß die Kulissen nicht allemal in gerader Linie abgeschnitten sind, sondern, daß die Bäume, die Wolken u. s. w. in irregulärer Form ausgeschnitten werden. Die geraden Abschnitte in der Figur dienen nur die Sache einfacher und deutlicher vorzustellen. Auch wird jede Kulisse etwas weiter gemalet als eigentlich für den Gesichtspunkt G nöthig ist, und dieses zum Besten der Zuschauer die sich nicht in G befinden, und etwas zwischen die Kulissen hinein sehen können.

Wenn es nun zur Ausführung im Großen kommt, so mißt man die im Raume zwischen *monμm* und *bcdab* befindlichen Figuren nach dem Maßstabe AB, und malet sie nach dem natürlichen Maßstabe, z. E. was 5 Fuß nach dem Maßstabe AB hält, muß auch 5 Fuß im Großen haben, weil man sich für den Anfang bei dem Gemälde CD und der Figur EF nur eine nach dem Maßstabe AB verkleinertes Theater gedacht hat.

Was die Figuren betrifft, die im Raume zwischen *bcdab* und *ghfeg* liegen, so können sie nicht nach dem Maßstabe AB auf der Kulisse OP gezeichnet werden.



Nimm

Nimm $G'S' = GS$, $G'T' = GT$. Errichte $T'\beta$ und $S'\alpha$ lothrecht gegen $G'S$ oder $G'T'$. Trage auf $T'\beta$ einen Theil des Maaßstabes AB, und ziehe durch die Theilungspunkte gerade Linien nach G' hin, so entstehet in $S'\alpha$ ein neuer Maaßstab für die Kulisse OP. So viel Fuß eine Figur nach diesem Maaßstabe im Gemälde CD hat, nämlich im Raume, welcher ihr zukommt, so viel Fuß muß man ihr im großen geben, wenn man die Kulisse OP malet. Denn so viel mal als GT die GS übertrift, so viel mal muß die Figur auf der Kulisse OP größer werden als im Gemälde, oder so viel mal mehr muß sie Fuße enthalten. Dieses geschiehet aber, wenn ich die Figur des Gemäldes mit eben so viel mal kleineren Fußen messe, nämlich mit einem Maaßstabe, wo jeder Fuß im Fuße des Maaßstabes AB so vielmal enthalten ist als GS in GT; und dieses ist in der That das Verhältniß der Theile beider Maaßstäbe $S'\alpha$, $T'\beta$, welches leicht durch die Anfangsgründe der Geometrie zu beweisen ist. Hatman nun nach dem Maßstabe $S'\alpha$ die Größe, die eine Figur auf der Kulisse OP bekommen soll, so bleibet nichts übrig als sie ganz im Großen nach dem natürlichen und unverkürzten Maaßstabe zu zeichnen.

Das nämliche gilt nun von der Kulisse QR, für welche wiederum ein neuer Maaßstab gemacht werden muß, den man erhält, wenn man in der vorigen Figur statt $G'T'$ eine Länge gleich GU nimmt.

Eben so verfährt man mit dem Hinterstücke LF. Wenn man in der vorigen Figur GV statt $G'T'$ nimmt, so erhält man den Maaßstab dazu.

Aus den vorhergehenden Vorschriften erhellet, daß es für den Maler nöthig ist, den Abhang des Thea-

ters

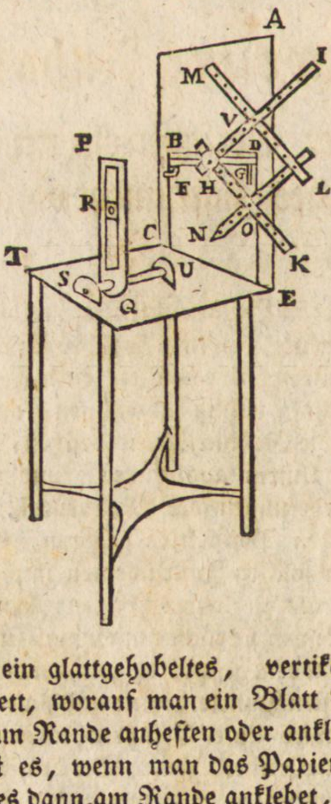
ters zu kennen. Dazu braucht man nur eine Richtwage, dergleichen die Maurer gebrauchen. Wenn man dieses Instrument auf eine nicht horizontal stehende Fläche anlegt, so machet die Schnur mit der eigentlichen Vertikal-Linie des Instruments, eben den Winkel, den die Bühne mit dem Horizonte machet. Die Abschüssigkeit des Parterrs kömmt hier nicht in Betrachtung, wenn man nicht etwa den Gesichtspunkt für die Mitte oder das hinterste Ende desselben annehmen will. Wenn man sich sogar etwas in dem Abfalle des Theaters irret, so ändert doch dieses nichts im Maaßstabe nach welchen jede Kulisse und das Hinterstück gezeichnet werden müssen.

Die Anzahl der Kulissen und ihr Abstand von einander muß vor allen Dingen genau bestimmet werden. Es ist nicht nöthig, das die Zwischenräume zwischen den Kulissen alle gleich seien. Indessen, wenn sonst kein Grund zur Ungleichheit ist, so kann man die Kulissen in gleichen Distanzen anbringen.

Zweiter Anhang,

worin der Verfasser ein neues perspektivisches Instrument vorschlägt.

Man findet in Büchern die Beschreibung verschiedener Instrumente, mittelst welcher jemand, der keine Theorie der Perspektive besitzet, einen Gegenstand oder eine Landschaft richtig abzeichnen kann; nur muß er die gehörige Geschicklichkeit besitzen, einen gröblich entworfenen Umriß auszufüllen, und überhaupt den übrigen Forderungen der Malerkunst, die nicht zur mathematischen Perspektive gehören, Genüge zu leisten. Von solchen Instrumenten muß man nie mehr verlangen, als sie leisten können: einen ungeübten Menschen können sie nicht mit einmal zum Maler machen, und selbst dem geschickten Zeichner dienen sie nur, um die vornehmsten Punkte, Linien und Umrisse anzugeben; das übrige wird seiner Erfahrenheit und seinem geübten Augenmaaße überlassen. Bei denjenigen perspektivischen Instrumenten, die zu meiner Kenntniß gekommen sind, habe ich allemal in der Anwendung verschiedene Schwierigkeiten und Umbequemlichkeiten bemerket, die vielleicht Schuld daran sind, daß wirkliche Landschaftsmaler, auch wenn sie nach der Natur zeichnen, selten Gebrauch davon machen. Die Betrachtungen die ich hierüber anstellete, haben mir Anlaß gegeben selbst die Anzahl dieser Instrumente durch ein neues zu vermehren. Ich will es hier kürzlich beschreiben, und den praktischen Malern das Urtheil überlassen, ob meine Erfindung ihnen nützlich seyn kann oder nicht.



AB ist ein glattgehobeltes, vertikal stehendes Zeichnungsbrett, worauf man ein Blatt Papier ausspannen und am Rande anheften oder ankleistern kann. Am besten ist es, wenn man das Papier erst feucht macht, und es dann am Rande anklebet, weil es sich beim trocknen recht glatt ausdehnet.

BC und DE sind zwei Pfeiler die das Brett AB tragen. Unter dem Rande DB des Bretts ist zwischen den beiden Pfeilern ein Queerholz angebracht, welches sich um seine Axe drehen kann, und zu diesen Behufe auf

auf zwei Zapfen läuft, die in die Pfeiler hineingehen. Bei F ist am Queerholze eine messingene oder stählerne Springfeder befestiget, die sich mit dem andern Ende gegen den Pfeiler BC stützet. Bei D ist am Queerholze ein Stäbchen angebracht, mittelst dessen man das Queerholz drehen kann, in sofern die Feder F es gestattet.

In der Mitte H des Queerholzes ist ein Zapfen angebracht, um welchen herum sich die Lineale HI und HK drehen; eine kleine Scheibe bei H machet, daß sie von Zapfen nicht abgleiten können. Zwei andere Lineale LM und LN sind bei L zusammen geschraubet, jedoch so, daß sie sich um den Punkt L herum drehen lassen. Die Lineale sind alle gleich und haben Löcher in gleichen Entfernungen, so daß z. E. jedes Lineal in acht gleiche Theile getheilet ist. Die Lineale HI und LM werden bei V mittelst der Löcher zusammen geschraubet, jedoch so, daß sie sich um den Punkt V drehen lassen. Eben so machet man es mit den Linealen HK und LN bei O. Die Punkte V und O müssen allemal so bestimmet werden, daß N, H und M in gerader Linie liegen, und daß der Raum LVHOL ein Parallelogramm oder ein Quadrat werde. Zu diesem Ende muß allemal seyn $VM = VH = LO = OK$ und $IV = VL = HO = ON$.

Die vier Lineale machen eigentlich einen Storchschnabel oder Redukzions-Zirkel. Wenn das Ende N eine gewisse Figur beschreibet, so beschreibet das Ende M eine ähnliche in umgekehrter Lage.

Der Gebrauch dieses Storchschnabels bestehet darinn, daß man mit der Spitze N, die von der Hand geleitet wird, dem Umriß eines Gegenstandes folget, den man durch den offenen Raum zwischen den Pfeilern BC und DE sehen kann. Am Ende M wird ein Bleistift eingestecket, welches auf der Tafel oder dem Papiere AB den Umriß des Gegenstandes abmalet. Zu meh-

mehrerer Bequemlichkeit kann man bei M eine Röhre durch das Holz stecken, in welcher eine kleinere gleitet die das Bleistift enthält. In der größeren Röhre wird eine schraubenförmige Stahlfeder angebracht, welche die eigentliche Bleistift-Röhre beständig sanft gegen das Papier andrücket.

Die Feder F ist so gespannet, daß sie ebenfalls den oberen Theil des Storchschnabels gegen die Tafel AB etwas andrücket. Der Stab G dienet um nöthigenfalls den oberen Theil des Storchschnabels von der Tafel AB so viel als nöthig ist abzuhalten, es sei wenn man das Papier aufklebet, oder wenn man von einem Gegenstande zum anderen übergehen will, so daß das Blei bei M keine Spur des Ueberganges hinterlasse.

PQ ist ein Rahmen in welchem ein Stück R auf und nieder geschoben werden kann. Dieses hat in der Mitte ein kleines Loch, welches den Gesichtspunkt abgiebt, aus welchem man die Gegenstände betrachten muß, wenn man ihren Umrissen mit der Spitze N folgen will. Das Stück R kann noch eine Springfeder oder sonst eine elastische Vorrichtung tragen, um das gewöhnliche Augenglas eines kurzsichtigen Zeichners fest zu halten, damit seine Hände frei bleiben.

Der Rahmen PQ drehet sich unten bei Q um einen zylindrischen horizontalen Stab US der bei U und S an lothrechten Vorsprüngen befestiget ist.

Mittelst dieser Einrichtung läßt sich der Gesichtspunkt nicht nur auf und nieder schieben, sondern man kann ihn auch durch die Neigung des Rahmens PQ mehr rechts oder links hinbringen, je nachdem man es für gut befindet.

Ferner gleitet der ganze Rahmen PQ längs dem runden Stabe US, und dadurch kann der Gesichtspunkt dem Raume BE genähert und von demselben entfernet werden. Bei Q muß der Rahmen mittelst

einer

einer Druckschraube die in der Figur nicht stehet, am Stabe fest gehalten werden, auch muß das Stück R durch eine Springfeder oder eine andere Vorrichtung in seiner jedesmaligen Lage unverrücket erhalten werden.

ET ist ein Tisch, welcher die Vorsprünge U und S und mittelst derselben den Stab US, den Rahmen PQ, und das Stück R trägt. Zugleich trägt er die Pfeiler BC, DE, sammt der Tafel AB, dem Storchschnabel und dem Queerholze woran er befestiget ist; mit einem Worte der Tisch trägt die ganze Maschine. Er selbst ruhet auf 4 langen Füßen, die um mehrerer Festigkeit willen unten mittelst eines Kreuzes verbunden sind.

Nun ist klar genug, daß der Maler, welcher sich dieser Maschine bedienet, den Gesichtspunkt anbringen kann wie und wo er will, hoch, niedrig, rechts, links, dem Gemälde näher oder von ihm entfernter. Ferner kann er die Größe oder Kleinheit der Figuren nicht nur durch die Lage des Gesichtspunktes erzwingen, sondern auch durch den Storchschnabel NI. Denn wenn er so gestellet wird, daß der Abstand HM dem Abstande HN gleich ist, so werden die Figuren eben so groß als sie die Spitze N beschreibet, ist HM kleiner als HN, so werden die Figuren verkleinert; ist HN größer, so werden sie vergrößert.

Die Ausmessungen dieser Maschine richten sich nach dem Gebrauche den man davon machen will, und nach der Größe der Gemälde die man zu verfertigen gedenket. Ich habe mir eine machen lassen, an welcher der leere Raum zwischen den Pfeilern BC und DE einen Fuß hoch und einen Fuß breit ist; die Tafel AB hat ebenfalls einen Fuß Höhe, und etwas mehr Breite, weil sie so groß ist als der gedachte leere Raum sammt den Pfeilern. Die Liniale des Storchschnabels

sind

sind jedes 15 Zoll lang, damit die Spitze N ganz bequem und ohne eine beschwerliche Ausdehnung des Instruments bis in die untersten Ecken des offenen Raumes reichen könne. Der Tisch hat 2 Fuß Breite (EC), und reichet demnach nicht bloß bis an die Pfeiler, sondern erstrecket sich noch rechts, wie in der Figur, und links um einige Zolle, bloß damit er fester stehe. In der Richtung CT beträgt er nur 18 Zoll, damit der Zeichner mit Bequemlichkeit bis zur Spitze N reichen und dieselbe regieren könne. Der Rahmen PQ ist 1 Fuß lang. Die Spalte in demselben hat 1 Zoll Breite. Der runde Stab UE ist 1 Zoll dick, und 1 Fuß lang, die Vorsprünge nicht mit gerechnet; er reichet vom vorderen Rande des Tisches bis einige Zoll vom hintern. Der Tisch ist 3 Fuß hoch. Wenn man vor ihm auf einen Stuhl sitzet, so hat man das Stück R ohngefähr in der Höhe des Auges.

Es ist mir noch ein anderer, vielleicht besserer, Gedanke beigefallen, nämlich die Lichtstralen mittelst eines Spiegels aufzufangen, welcher mit dem Horizont 45 Grad machet, darüber eine horizontale Glasscheibe zu stellen, und über der Glasscheibe ein messingenes Scheibchen mit einen Loche, zum durchsehen. Auf der horizontalen Scheibe würden dann mit Tusch die gesehenen Gegenstände nachgezeichnet. Jedoch, da ich noch keine Versuche hierüber gemacht habe, so kann ich eine solche Einrichtung weder umständlich beschreiben, noch anpreisen.

Berichtigung zu meinem Lehrbuche der Astronomie.

Im ersten Bande meiner Astronomie, wird zwar der Erfinder des Spiegel-Oktanten ganz richtig auf der 225ten Seite Hadley genannt. Hingegen stehet auf der 218ten Seite durch einen Druckfehler Hiedley statt Hadley, und in der Einleitung Seite XXV. habe ich durch Verwechselung der Namen dieses Instrument unter die Erfindungen des Halley mitgerechnet.

BR.