CAROLI BO-
VILLI SAMAROBRINI

GEOMETRICVM OPVS

DVOBVS LIBRIS COM-
PREHENSVM.

LVTETIAE,
Apud Michaëlem Vascosanum, uia
Iacobæa ad insigne Fontis.

M. D. LVII.

CVM PRIVILEGIO REGIS.

CAROLVS BOVILLVS AMICO CVIVIS LECTORI.

NON ignorare te reor, amicissime lector, Mathematicas disciplinas olim apud Athenienses præcipuos philosophię amatores mirum in modum floruisse, fuisséque in precio nō minimo: adeò ut absque earū præsidio, iuuenilibus ingeniis præclusas esse cēserent sublimiorum disciplinarū ianuas: ideóq; his, uelut præcocibus arris, priusquam ad altiora eueherentur, ea imbui, earúmque fœcundo imbre inspergi iuberent. Vt enim obiter earum laudes non taceam: hæ nō modò præ cæteris, fide demonstrationū clarent, polléntque suorum axiomatum certitudine, uerumetiam oculari figurarum uoluptate, iucundó ue aspectu illiciunt irretiúntque iuuenum animos: ut earum scabellis solido pede innixi, ad sublimiora scandere, & profundiora quæque latentia sub earum cute mysteria scrutari non eos pigeat. Miror igitur quo pacto ante hos paulò annos, celebre Parisiensis academię emporium, tantarum mercium inopia non solùm elanguerit: quinimò ut ubera lactis expertia, & ut ossa medullæ inania, uilli habuerit. Quod quidem nunc salubrius resipiscēs, eas procliuibus ulnis amplectitur: iísque inter præcipua literarij ludi iuuenilísque palæstræ aulæa, & stromata, celebrem locum dat. Teſtor id ego de meipſo, quod aliis enixè ſuadere contendo. Cùm enim in Pariſienſi gymnaſio ephebus, toto ferè biennio aquam cribro hauſiſſem: atque totus in iocis obdormiſcens, hippomenia, ut ita dicam, oua incubarem: per Mathematicarum figurarũ monogrammos euigilans: meámque ſerò inertiam erubeſcens, ubi earum ſpeculationibus me totum commiſi: ex irriguis earum agellis meſſem non inuberem deſecui, & meum in horreum conuexi. Non ſine igitur cauſſa, odoros Mathematicarum artium flores non modò nihili, aut uilli hactenus non habui, ſed ut ſecretiores totius philoſophiæ ſuffitus affatim redolentes patulis naribus ſedulus admoui: & quid eſcarum ieiunis propinēt animis, abintus olfeci. Quamobrem, lector, quiſquis eris, ne noſtræ iſti ſuadelæ aures occlude. Quin eas merces, quas miro apud te extollo præconio: tu quoque propenſioribus ulnis amplectere, excole: & ut præcoquas erudiendæ animæ dotes boni conſulens obſerua. Vale Nouioduni, Idibus Februarij 1552.

BOVILLVS LECTORI.

Auribus audi me pronis modò, lector amice,
Mens tua quinetiam protinus euigilet.
Hunc librum Carlus tibi amica lance Bouillus
Contulit: exiguus si tibi nummus, eme.
Hic noua multa docet, bulgæ ne parce tumenti:
Fructus erit minimo plurimus ex obolo.
Disces quæ docti nusquam meminere priores
Plurima, quæ ut breuior sim, modò conticeo.
Qualiter in quadrum cyclus queat arte resolui,
Cúmque aliis: hæc, quæ polliceatur, habet.
Regula, circinus hæc fida instrumenta probabunt.
Danda fides certis est tibi gnomonibus.
Linea recta etiam quo iure soluta recuruam
Aequalem inueniat, uel uice uersa aperit.
Exiguo incassum tibi carmine plura referre
Niterer: ex ipso cuncta resume libro.

VALE.

IN PRAECONIVM GEOmetricæ disciplinæ.

PYthagoras philosophorum celeberrimus, nulli ignotus, ob unius tantũ Geometricæ propositionis inuentionem tanta perfusus est lætitia, ut Diis immortalibus exhibuerit Hecatombem.

Archimedes Syracusanus adeò in Geometria excelluit, ut machinis Geometrica arte cõfectis, Marco Marcello Syracusas obsidẽti multis diebus obstiterit. Quem tandem inopinato casu capta urbe à milite cęsum, honorifico mausoleo sepeliri iussit.

Idem Archimedes in inuentione quadraturæ circuli multũ laboris impendit, nec tamen inuenire ualuit. Quæ tamen nunc inuenta nostræ ætatis homines minimè fefellit.

Euclides Geometer insignis, duodecim Geometriæ libros confecit: in quibus linearum, superficierum, corporum, & eorum omniũ, quæ ad Geometriam spectãt, proprietates exhibuit.

Cãpanus, Geometrico pollens ingenio, Euclidis axiomata demõstrationibus illustrauit.

Nicolaus Cusanus, sub Nicolao quinto Cardinalis, uir in omni sciẽtiæ genere nulli inferior, tanto studio Geometriam excoluit, ut plurima ante eum Geometris ignota adinuenerit: inter quæ & ignotam priscis circuli quadraturam à se inuentam exhibuit.

FORMVLA LIBRI, GENERATIM CONTINENS EA OMNIA,

quæ ad totius Geometricæ artis ſint quoquo pacto neceſſaria.

Punctum.
Linea.
Superficies.
Corpus.
Punctum.
Extremum.
Medium.
Copulans.
Secans.
Linea.
Recta.
Curua.
Recta.
Aequidiſtans.
Angularis.
Interſecans.
Angulus.
Planus.
Solidus.
Planus.
Rectilineus.
Curuilineus.
Promiſcuus.
Rectilineus.
Rectus.
Acutus.
Obtuſus.
Curua.
Circumferentia.
Media.
Maior.
Minor.
Diameter.
Sagitta.
Superficies.
Circularis.
Angularis.
Circulus.
Media portio.
Maior.
Minor.
Angularis.
Triangulus.
Quadrangulus.
Pentagonus.
Hexagonus.
Heptagonus,
& cæteri.

Triangulus.
Isopleurus.
Isosceles.
Scalenus.
Oxygonius.
Orthogonius.
Amblygonius.
Quadrangulus.
Quadratus.
Oblongus.
Rhombus.
Rhomboides.
Irregularis.
Pentagonus.
Regularis.
Irregularis.
Vniformis.
Egrediens.
Hexagonus.
Regularis.
Irregularis.
Vniformis.
Egrediens.
Et sic de Heptagono, et aliis.
Angulus.
Solidus.
Solida figura.

Angulus solidus.
Rectus.
Acutus.
Obtusus.
Corpus.
Sphæricum.
Angulare.
Irregulare.
Sphæricum.
Sphæra.
Columna rotunda.
Pyramis rotunda.
Angulare.
Triangulare.
Tetragonicum.
Pentagonicum.
Triangulare.
Tetracedron.
Octocedron.
Icocedron.
Tetragonicum.
Cubus.
Pentagonicum.
Dodecedron.

Cætera omnia sunt irregularia, & incerta.

Se-

SEQVVNTVR DEFINITIONES SIMPLICIVM

TERMINORVM, QVAE TOTIVS Geometrię dignitates, & demonſtrationum lumina ac principia uocantur.

Punctum.

PVNCTVM eſt, cuius pars nulla eſt, ſeu, cuius nullum eſt extenſionis ac diuiſionis interuallum.

Interualla.

Diuiſionum ſeu dimẽſionũ interualla ſunt tria, longitudo, latitudo, & profundum.

Linea.

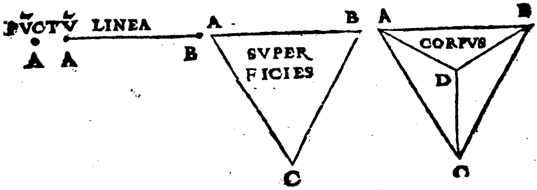
Linea eſt ſimplex à puncto in punctum protenſio, longitudinis quidem particeps, latitudinis uerò & profunditatis penitus expers.

Superficies.

Superficies eſt, cui in longum & in latum protenſæ profunditas nulla eſt ac deeſt.

Corpus.

Corpus eſt, quodcunque trino diſtẽditur magnitudinis ſeu dimenſionis interuallo: longitudine inquam, latitudine, & profundo.



Proſecutio ſingillatim ad ſingula, quæ præmiſſa promittit tabula.

De puncto.

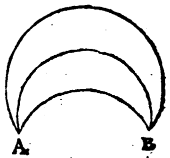
PVnctum, quanquã diuiſionis ſit & partium expers, differentias tamen non paucas habet. Id enim in linea, aut eſt eius initium, aut finis, aut mediũ: aut eſt duarum uel plurium linearum interſectio: aut conus ſeu caput anguli: aut centrum circuli: aut cuiuſlibet regularis figuræ medium ſeu centrum. Has puncti differentias peritus lector facilè per ſeipſum agnoſcet.

De linea.

LInea cumprimis eſt bimẽbris: aut enim recta eſt, aut curua.

Recta linea, eſt à puncto ad punctum breuiſsima protenſio. Punctum quidem unum lineam creat prorſus nullam: duo uerò ad minus puncta, ad rectam quamuis lineam ſunt neceſſaria.

Linea curua eſt, quæ eidem puncto, circini ope circunducitur. Hæc ſi ab eodem puncto redit in idem, integra uocatur circumferentia. Si uerò finem initio non iungit, portio eſt circumferenferentiæ, aut maior, aut minor. Tria ad minus puncta in curuæ lineæ certitudinem sunt necessaria. Nam si duo tantùm puncta dederis, continget innumeras per ea curuas protẽdi: ut præsens figura super puncta duo A & B ostẽdit. Per quæ diuersę quidẽ curuę, uariis sub centris protẽsæ uidẽtur. Si autem tria designaueris pũcta, quotcunque per ea transilient curuæ, erunt linea prorsus una.



De linea recta per se.

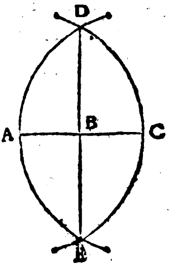
Recta linea, aut per seipsam inspicitur: aut alteri lineæ, uel rectæ, uel curuę cõparatur.

Cùm recta linea per se sumitur, & inspectatur: id fit, ut aut integra, aut in partes quotlibet diuidenda.

Cùm recta linea in quotlibet partes diuidi postulatur, id aut numero pari, aut numero impari.

Rectam cumprimis lineã in partes duas æquales diuidere.

Sit recta linea A B C. Fac super centrũ A, eius quantitate arcus duos usque ad mutuam eorum interfectionem in punctis D & E. Et interea produc rectã lineam D E, quæ datam lineam in puncto B per media diducet.

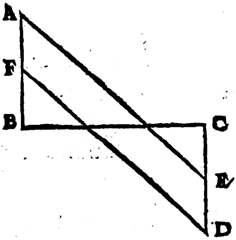


Rectam lineam in quotlibet partes numero pari diuidere.

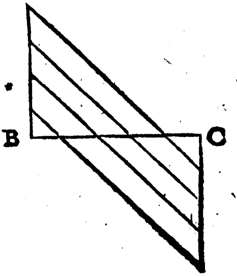
Id ex præcedentis doctrina factu est quàm facillimum.

Rectā lineā in quotlibet partes æquales quouis numero diuidere.

Fac super extrema datæ rectæ lineæ puncta, diuersis lateribus duos rectos angulos, qui postea fieri docebuntur: quales hîc sunt A B C, & D C B, & fac latera eorum A B, & C D æqualia. Quæ singula diuide in partes duas æquales: si tamen data linea B C petitur tantùm in tria diduci: & produc lineas A E, & F D, quæ datam lineam B C in partes tres æquales dispartiētur.



Si datam lineā in quinque uis portiones diuidere, diuide lineas A B, & C D uno minus, id est in partes quatuor. Et productis altrinsecis lineis cōsequêris intentū: ut præsens figura ostendit:

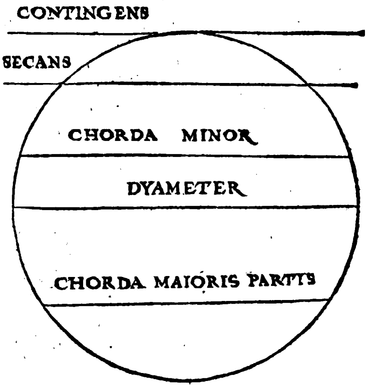


dit: in qua linea B C, in quinque partes ęquales diuisa conspicitur. Et in cunctis aliis eadem lege procede.

De linea recta ad aliam.

Recta linea quotiens alij confertur lineæ, plures interim rationes habet. Aut enim confertur lineæ alij rectę, aut curuæ. Si rectam inspicit, aut ambæ sunt inuicem parallelæ siue æquidistantes, aut angulũ facientes, aut mutuò se interſecantes, ut in præsentibus figuris uidere est.

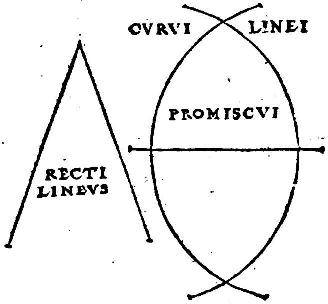
Si uerò recta linea curuã intuebitur: aut eam cõtingit, aut secat, aut est illius diameter, aut maioris minorisue portionis circumferentiæ chorda: ut in præsẽti figura cõspicari ad oculum licet. In qua recta



linea ad curuam, ficut uariis fungens officiis, ita diuerfis eft nominibus ac rationibus imbuenda. Quo pacto autem protēdenda fit recta linea alij rectæ æquidiftans, aut curuam contingens, quia id abfque angulo recto fieri nequit, poftea dicetur.

De angulis.

ANgulus omnis ex concurrentia duarum quarũuis linearum, fiue eiufdem fpeciei, fiue diuerfarum fpecierum, procreatur. Quamobrem triplex emergit angulorũ fpecies. Aut enim anguli funt rectilinei, qui ex duarũ rectarum concurfu fiunt: aut curuilinei, quos curuarum concurrentia gignit: aut promifcui, qui ex curuarũ & rectarũ cõcurrentiis, aut fectionibus procreātur. Geometræ uerò de rectilineis tantũ angulis loquentes, cæteros parui habẽt, eófque omittunt.

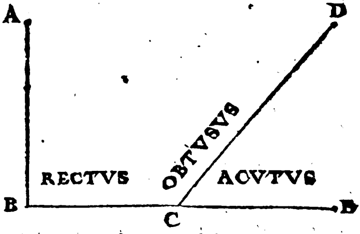


De rectilineo angulo.

REctilinei anguli tripartitò diducũtur. Aut enim hi funt recti, aut obtufi, aut acuti. Rectus angulus eft, quifquis à recta linea fuper rectam lineam perpendiculariter infiften-

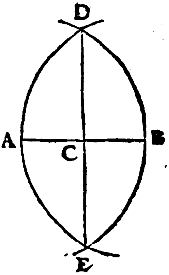
te,

te,id est neque in dextrum, neque in sinistrũ sese usquiam inflectente,procreatur. Vt in hac figura uidere est: in qua angulus A B C rectus est: B C D obtusus, id est recto maior: D C E acutus,id est recto minor. Nã recta omnis linea alij rectæ lineæ obliquè insistẽs, extremos procreat angulos,id est recto aut maiorem,aut minorem.



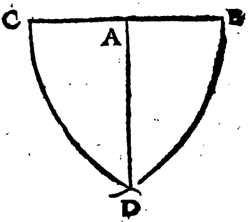
Super datam rectam lineam angulum procreare rectum.

Sit data recta linea A B. Diuido eam per medium in puncto C: & posito super C circini pede, secundum quantitatem linearum C A & C B, duco duos arcus se intersecãtes,aut sibi mutuò occurrentes in punctis D & E: deinde produco lineã D E: quæ super datam lineam A B, rectos utrinque angulos conflabit.



Super extremũ datæ rectæ lineæ punctũ, rectũ conflare angulũ.

Præcedens de medio rectæ lineæ puncto locuta est, rectum super illud docens conflare angulum: præsens de extremo illius puncto loquitur, quod paulò difficilius uidetur. Sit, ut prius, data recta linea A B. Super punctum A aut B rectus petitur procreari angulus. Protende quantum uis rectã lineam A B in alteram partem, uel certè in partẽ utrãque: & fac lineam A C æqualem datæ lineę A B: quo facto, fac sicut in præcedẽte, ex quauis parte duos arcus sibi mutuò occurrentes, ut in puncto D: & protẽde lineam A D, quæ super datam lineam perpendiculariter insistens, petitum procreabit rectum angulum.



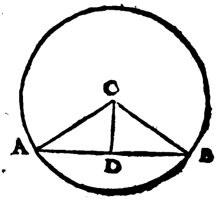
A dato extra lineam puncto eidem perpendicularem protendere.

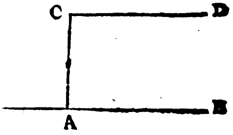
Sit data linea A B, & designatũ ubicunq; extra eam punctum C: à quo ad lineam A B petitur linea perpendicularis protendi. Extendo datam lineam A B quantumlibet uoluero in utranque partem: & super punctum C, uelut centrum, duco circulum qualemcunque, qui secet datam lineam A B, in punctis A & B: & produco lineas C A & C B: deinde diuido datam lineam A B per æqualia in puncto D: & extendo lineam C D, quæ erit

erit ſuper datam lineam perpendicularis: & propoſitũ complebit. Hæc enim eſt primi libri Euclidis propoſitio duodecima, cuius figuram hîc appoſuimus.

Datæ rectæ lineæ, à pũcto extra eam deſignato, æquidiſtantẽ producere.

Hæc eſt trigeſima prima primi Euclidis, cuius doctrinam & figurã, breuitatis cauſſa, ex eo eius libro require. Alium tamen eius modum apponemus. Sit data linea A B, & punctus extra eandem deſignatus C. Ab eo pũcto duc, per doctrinã præcedentis, lineam C D perpendicularẽ ſuper A B, quæ ſit C A: & rurſum ſuper lineam C A duc aliam perpendicularem, quæ ſit C D, quæ erit ex neceſſitate ad datam lineam A B æquidiſtans.



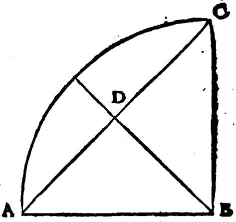


Duæ quęlibet rectę lineæ ſuper eandem perpendiculares, ſunt inuicem æquidiſtantes.

Ex doctrina præcedentis, huius explanationem require.

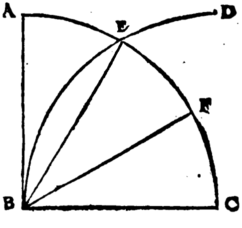
Rectum angulum per æqualia diuidere.

Sit rectus angulus A B C. Fac eius latera A B, & B C æqualia: & subtende illis basim A C, quam diuide per æqualia in puncto D. Et produc lineā B D, quæ datum rectum angulum per media partietur.



Rectum angulum in tres angulos æquales dispartiri.

Sit rectus, ut prius, angulus A B C. Facio, ut prius, latera eius æqualia per arcum A C: & produco iterum arcum B D, secūdum quātitatem lineæ C B super cētro C, qui sit æqualis priori arcui A C, secans eundē in puncto E: & produco lineam B E. Dico angulum A B E, esse tertiam partem dati recti anguli A B C. Quapropter



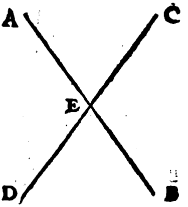
propter diuide arcum E C per medium, in puncto F: & produc lineã B F: & erit datus rectus angulus in tres angulos æquales dispartitus.

Vnde fit, ut rectus angulus sit sesquialter ad angulum Isopleuri.

Nam in superiore figura angulus E B C, erit angulus trianguli Isopleuri, qui erit ut duo. Angulus uerò rectus A B C, tripartitò diuisus, erit ut tria. Ergo ad angulum E B C, qui est trianguli Isopleuri, erit ut tria ad duo, quod est propositum.

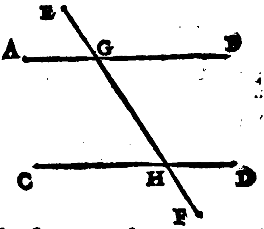
Si recta linea rectam aliam secet, anguli contra se positi erunt æquales.

Id manifestum est in sectione duarũ linearum A B, & C D: in quibus anguli contra se positi, scilicet A E C, & D E B, sunt ęquales: itẽ anguli A E D, & C E B, siue ea sectio fiat ad angulos rectos, aut in angulis extremis.

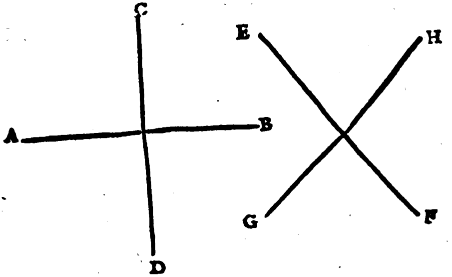


Si recta linea duas parallelas, æquidistantés ue secet, anguli inter eas coalterni erunt æquales.

Vt si linea E F, secet lineas æquidistantes A B, & C D, in punctis G & H, anguli coalterni, scilicet A G H, & G H D, erunt æquales: item anguli B G H, & G H C. Anguli enim coalterni dicuntur, qui intra duas æquidistantes ex diuersis lateribus lineę ambas secantis fiunt, quales hi sunt, quibus de nunc sumus locuti.



Omne spatium, quodcunque circũstat idem punctum in plano, quatuor rectis angulis est æquum.



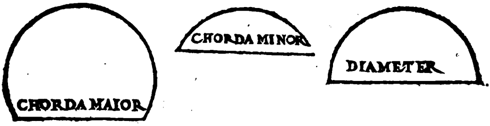
Id manifestè comprobatur in sectione duarũ rectarum linearum, siue ad angulos rectos, siue in obliquis angulis: nec maiore id indiget explanatione.

De linea curua.

Linea curua species habet bigeminas. Aut enim integra est, sine principio connectens, quã uocamus circũferentiã: aut maior circũferẽtię portio, aut minor, aut utrarũq; media.

Punctum, circa quod hæ circunducuntur, omni parte ab his æquidistans, centrũ uocatur.

Linea uerò recta, quæ integram per medium circũferentiam secat, quæ'ue mediæ circumferentiæ cornua extremá ue puncta cõnectit, diameter uocatur. Quæ autem inæqualibus totius circumferentiæ portionibus subtenduntur, earũ chordæ uocantur.



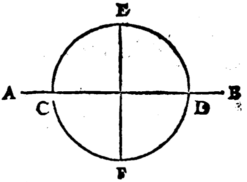
Sola circuli diameter per illius centrum transit: chordæ autem inæqualium portionũ minimé.

Est enim circuli diameter per medium partiẽs circulum: & maxima linea, quæ in circuli ambitu protendi queat.

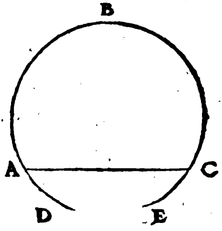
Si circuli diameter utrinque extra

çircumferentiam protẽdatur, faciet angulos & forinſecus & intrinſecus duos & duos inter ſe æquales, qui recti & promiſcui erunt.

Vt hîc apparet in diametro C D, protenſa utrinque forinſecus uſq; ad puncta A & B. Erunt enim duo anguli A C F, & A C E, & inter ſe æquales, & ęquales etiam duobus aliis E D B, & F D B. Similiter & quatuor intrinſeci anguli E C D, & D C F: item E D C, & C D F æquales. Et hi quidem anguli in ſpecie promiſcuorum angulorum uocantur recti: cæteri uerò obliqui & inæquales.



Chordæ inæqualium çirculi portionum, ex diuerſa parte angulos conflant inæquales.

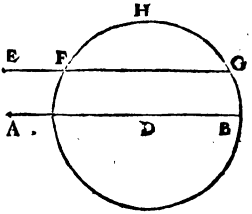


Vt in præſenti figura, angulus ꝓmiſcuus B A C

maior

maior est angulo C A D. Similiter & angulus B C A, maior angulo E C A.

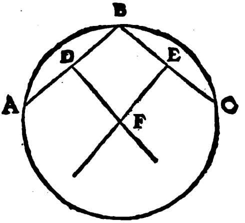
Si recta linea qualemcunque curuam secans, angulos ex diuersa parte æquales conflet, hæc longius protensa, per illius centrũ transibit: si uerò inęquales angulos cõflauerit, nequaquam per eius centrum transibit.



Linea A B, incidẽs super circumferentiam B F H G, quia eam secat ad æquales angulos, tam forinsecus, quàm intrinsecus, ideo lõgius protensa, per illius centrum D transibit. Linea uerò E F, incidẽs eidem curuæ ad angulos inęquales, tam intrinsecus, quàm forinsecus, ideo quantumcunque protensa, nequaquã per illius centrum transibit.

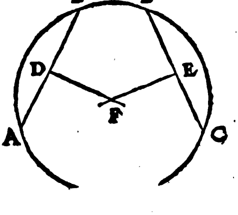
Datis in quauis planicie trib⁹ quibuslibet punctis, modò non in eadẽ recta linea sitis, sed angulum facientibus, per ea curuã lineã circũducere.

Si dentur in planicie tria quæuis puncta ad eandem rectam lineam pertinentia, fieri nequit, ut per ea transeat quæuis linea curua. Sed necesse est, ut ea angulũ conflent. Sint ergo designata in planicie tria à casu pũcta A B C angulariter sita. Duco per ea rectas lineas A B, & B C: quas quidem ambas per medium partior in punctis D, & E: & super puncta D, & E, educo super utranque perpendiculares duas se secãtes in puncto F: dico quidem punctum F, fore centrum circũferentiæ quæsitæ per data tria puncta transituræ. Hanc ergo perfice, & consequêris intentum.



Datæ cuiuscunque curuæ cẽtrum casu amissum reperire.

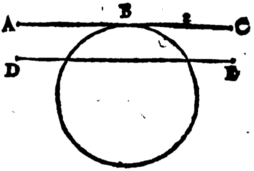
Sit data curua uel perfecta, uel imperfecta A B C: duc in ea lineas A B, & B C, & fac super media earũ puncta, sicut in præcedẽte perpẽdiculares geminas, quæ ubi se secuerint, ibi erit cẽtrum curuæ petitũ. Vtere ad hoc figura præcedentis.



Si

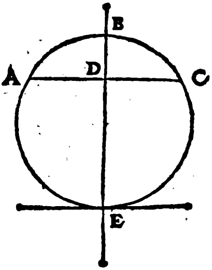
Si recta linea curuam contingat, duntaxat in puncto eam contingit: si uerò eam secet, in duobus punctis eam secabit.

Vt linea A B C, curuã in puncto B contingens, nõ in aliqua portione diuisibili, sed in solius puncti cõtactu: ut in puncto B eam continget. Linea uerò D E quantulũcunq; protẽsa, eam geminis in punctis secabit, ut & oculus ostendit.



A dato quolibet extra curuam lineam puncto, ad eandem curuam protendere rectam eam contingentem.

Sit data curua quęlibet, uel integra, uel quantulacunque eius portio A B C. Protendo in ea rectam lineã A C, quam diuido per medium in pũcto D. Super quod extendo



ad eam perpendicularem D E quātumlibet in utranque partem, quæ secet datam curuam in pūcto E. Et super punctum E, eleuo rursum perpēdicularem aliam ad lineam D E in utranque partem, quæ ex necessitate erit contingens datam curuam A B C.

Datæ cuiuslibet curuæ lineæ diametrum protendere.

Protende sicut in præcedente, in data curua lineam rectam, quam diuide per medium. Et à puncto mediæ diuisionis extende super eam perpendicularem in utranque partem, usque ad circumferentiam. Hæc ènim erit quæsita diameter transiens per illius centrum, qualis est in figura præcedentis linea B D E.

Omnis recta linea, quę super extremitates diametri cuiuslibet curuæ perpendiculariter incidit, eandē curuam contingit.

Hæc est conuersio antè præcedentis, in cuius explanatione utere figura antè præcedentis.

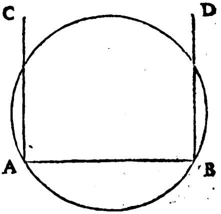
In omni circumferentia eius diameter est linea eius maxima.

Hæc

Hæc manifeſtior eſt, quàm ulla explanatione aut figura indigeat.

Impoſſibile eſt rectam lineam ſuper cuiuſlibet curuæ chordam perpendiculariter incidentem, eandem curuam contingere.

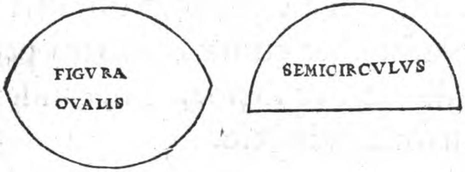
Chordam cuiuſlibet curuæ uocauimus rectã omnem lineam maiori aut minori cuiuſcunq; curuæ portioni ſubtenſam: qualis eſt in præſenti figura linea A B, ſuper cuius extrema pũcta A & B, ductę perpendiculares A C & B D, neceſſariò circumferentiam ſecãt, nec cõtingere eandẽ queũt. Hæc autem per præcedentium doctrinam, manifeſta ſatis ſunt.



De ſuperficie.

Diximus de lineis tam rectis, quàm curuis, déque angulis etiã tam rectilineis, quàm curuilineis & promiſcuis. Sicut enim lineæ ſunt initia angulorũ, ita anguli ſunt initia figurarum. Angulus ſuperficiem non claudit: quia angulus ex tantùm duabus lineis fit. At figurata ſuperficies, modò angularis ſit, tribus ad minus lineis comprehendi & circũcingi eget.

Quæ autem ſuperficies aut curuilinea eſt, aut miſcua, hæc uel unica tantùm curua linea con-



tinetur, ut circulus: uel duabus curuis, ut figura oualis: uel una quidem recta, & alia curua, ut ſemicirculus uel maior, aut minor circuli portio, quas chorda diſtinguit.

De circulo.

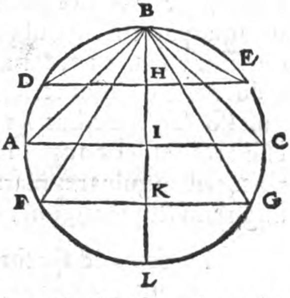
QVid circulus, notum ſatis eſt: nec recenti definitione à nobis explanari eget. Sũt autem in circulo omni quinque annotãda. Centrũ illius, diameter, chorda, circumferentia, & uniuerſa totius circuli area. Quæ quidem quid ſint, etiam arbitror ignorare neminem. Centrũ enim circuli, eſt punctum illius medium, undecunque à circumferentia illius æquidiſtans. Diameter, eſt linea in circulo maxima æquis eundem portionibus diſpartiens. Chorda, eſt recta linea, inæqualium circuli portionum baſis. Circumferentia, eſt extrema circuli linea, eundem circũambiens. Circulus, eſt totius rotundæ ſuperficiei area.

De circuli portionibus.

In

IN tres circulus omnis portiones diducitur: in mediam à diametro, in maiorem, & in minorem, ab omni recta linea, diametro minore, quam dicimus arcus illius chordam.

Omnis angulus, in media circuli portione, ſuper diametrum, ad circumferentiam uſque exurgens, eſt rectus: qui autem in maiore circuli portione fit, eſt acutus: qui in minore, obtuſus.



Id in præſenti figura, ad oculum liquet. Angul⁹ enim A B C, in circulo ſuper eius diametrum A B, uſque ad circũferentiam illius exurgens, eſt rectus. Angulus D B E, ſuper chordã D E, in minore circuli portione factus, cùm ſit recto maior, eſt obtuſus. Angulus autem F B G, ſuper chordam F G, in maiore circuli portione conſiſtens, eſt acutus: quippe recto A B C minor.

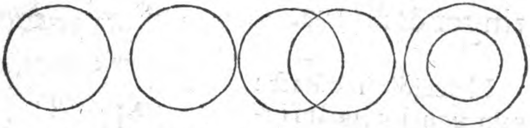
Diuiſa circuli diametro, in quatuor partes æquales, & à punctis singularum diuisionum, protensis super diametrum perpẽdicularibus tribus: anguli tres, qui super eas, usq; ad circumferentiam exurgent, erunt minimus quidẽ Trigoni Isopleuri: medius, Quadrati: maximus, regularis Hexagoni.

Resume figuram præcedentis: diuide diametrum B L in quatuor partes æquales punctis H I K. Educ super eiusmodi puncta perpendiculares in utrãque partem tres, usque ad circumferẽtiam, quæ sint D H E, A I C, & F K G: dico quoniam angulus F B G, omnium trium minimus, erit trianguli Isopleuri: medius A B C, quẽ monstrauimus esse rectum, erit angulus Quadrati. Supremus D B E, erit angulus regularis Hexagoni, duplus ad angulum Isopleuricum F B G.

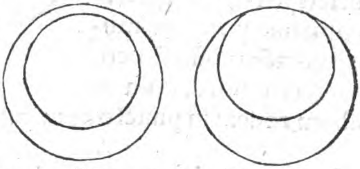
De situ ac dispositione circulorum.

QVotiescunque circulus circulo confertur, amborum adinuicem situs, ac dispositio, multifaria euadit. Aut enim duo circuli sunt prorsus extra se inuicẽ siti, nullo se puncto contingentes: aut sese in pũcto contingunt: aut alter alterum secat: aut alius

EXTRA SE · CONTINGĒTES · SECANTES · INTRA SE



alium intra ſe comprehendit: ídque aut eccentricè, aut concentricé. Et ſi eccentricè, aut alius alium contingit, aut non contingit: ídque maximopere de ęqualibus circulis intelligi debet. Nã ſitus & comparatio inæqualium circulorum, pręſertim in eorum contactu, aut mutua interſectione, ob irregularitatem reiicitur.

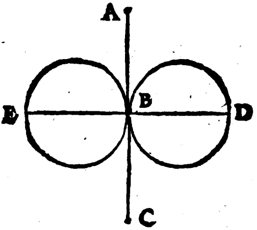


Duorum quorumcunque circulorum, ſiue æqualium, ſiue inæqualium, cõtactum in ſolo fieri puncto.

Hæc per ſeipſam manifeſta ilico eſt: cùm nequeant duæ curuæ ſeſe diuiſibili ſpatio contingere.

Si duo forinſeci circuli ſeſe contingant, linea recta, quæ in puncto eodem unum eorum contingit, cõtinget & alium.

Id accidit in cõtactu tam æqualiũ, quàm inæqualium circulorum. Linea enim recta A B C, in puncto B utrunq; hîc descriptũ contingit circulũ: nec potest in mutui cõtactus puncto cõtingere unum, quin & alium eodem in puncto contingat.



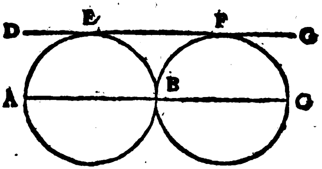
Si recta linea circulos duos eodẽ puncto contingat, & à puncto mutui contactus perpendicularis super eam utrinque protendatur, hæc per amborum centra transibit.

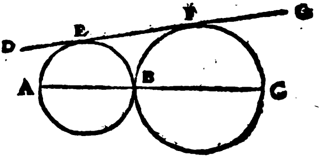
Talis est in figura præcedẽtis linea D B E: quæ, quia perpẽdicularis est ad lineam A B C, circulos duos in puncto eodem B cõtingentem, ideo per amborum centra necesse est eam protendi.

Recta linea duos circulos æquales diuersis in punctis cõtingens, ad amborum

amborum diametrum eſt æquidiſtans.

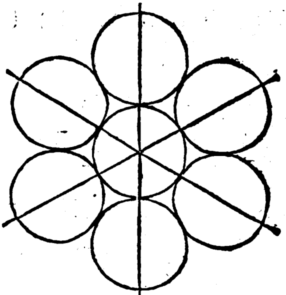
Qualis eſt in præſenti figura, linea DEFG. Quæ, quia duos circulos æquales in duobꝰ pũctis E & F cõtingit, ideo ad amborũ circulorum diametros, id eſt ad lineas AB & BC, quæ ſunt linea una, eſt æquidiſtans. Si autem hæc inæquales circulos diuerſis in punctis contingeret ut præſens figura oſtẽdit, æquidiſtans ad eorum diametros non erit.





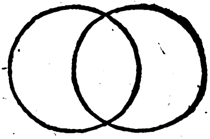
Contingit ſex circulos inuicem æquales, & nõ plures, circa medium eundem circulum eis æqualem cõſcribi ſe quidem mutuò, & medium circulum contingentes.

Id facilè uidebis, ſi, diuiſa circuli eiuſdem medij circumferentia in ſex partes æquales ſecundum ſemidiametri quantitatem, produxeris à centro ſex rectas lineas quantumlibet, in quibus circũſcripſeris circulos ſex inter ſe æquales, ſe quidem mutuò, & medium circulum contingentes: ut pręſens figura oſtendit.



Si duo qualeſcũq; circuli ſe ſecuerint, in duobus tantũ punctis id fiet.

Impoſsibile quippe eſt in tribus, aut pluribus punctis id fieri: ut ex mutuis eorum ſectionibus facilè perſpicere eſt.



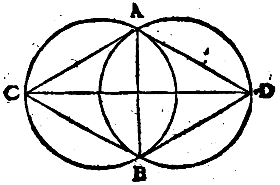
Omnes circuli duo & duo ſe interſecantes, ſunt eccentrici, diuerſorúmque centrorum.

Huius etiam ueritatem ex circularium interſectionum figuris diſce.

Duorum circulorum ſe interſecãtium rectam lineam per puncta ſectionũ protenſam, ad utriuſque diametrum

metrum fore perpendicularem.

Qualis est linea A B ſuper lineam C D, quæ ambas duorũ circulorũ ſe interſecantium diametros comprehẽdit.

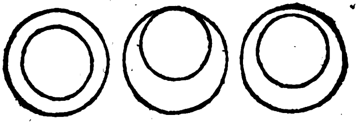


Si duorũ circulorum æqualium ſe interſecantium centra ſunt in mutuis eorum circumferentiis, recta linea inter puncta ſectionum producta erit latus Iſopleuri utrique circulo inſcribendi.

Hoc docent in figura præcedentis conſcripti duo Iſopleuri A B C, & A D B, quorum communis & mutua baſis erit linea A B, puncta mutuarum ſectionũ attingens: & ex duobus eiuſmodi Iſopleuris fiet Rhombus unus A C B D in utriſq; circulis conſiſtens.

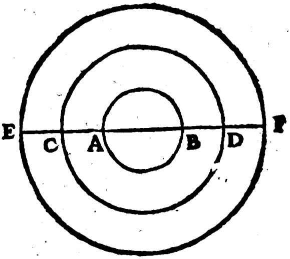
De circulis ſeſe complectentibus.

SI circulus intra circulum conſiſtit, is aut alij eccentricus eſt, aut concentricus: & ſi eccentricus, aut contingens eundẽ in puncto, aut non contingens. Hæ enim tres circulorum intra ſe conſiſtentium enciclіæ, ſitús ue, ex præſentibus figuris apertè, & ad oculum dilucefcunt.



Omnium circulorum, ſiue intra ſe, ſiue extra ſe conſiſtentium, qualis diametrorum adinuicem proportio, talis eſt & circumferẽtiarum inter ſe.

Hoc facilè eſt uidere in circulorum enciclia, & complexione mutua: quando pari exceſſu, & eadẽ quantitate diametri fit aſsiduũ circulorum incrementum. Quia enim diameter C D dupla eſt



ad diametrum A B, etiam circumferentia circuli C D dupla eſt ad circumferentiam circuli A B: & circumferentia circuli E F tripla ad circumferentiã interioris circuli A B: & hoc in omnibus quãfacillimè experiere.

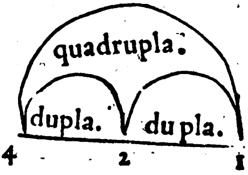
Omnium circulorum proportio areæ ad aream, eſt dupla ad pro-

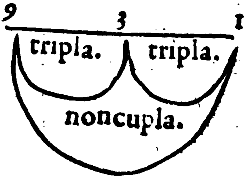
portio

portionem diametrorum & circumferentiarum.

Dico ex doctrina præcedentis, quoniam circulus C D est quadruplus ad circulum A B, & quoniam circulus E F nõcuplus est ad circulum A B. Nã quadrupla proportio, per doctrinam arithmeticæ disciplinæ, est dupla ad proportionem duplam : & noncupla proportio identidem est dupla ad triplam. Nam quadrupla proportio ex geminis duplis constat : & noncupla ex duabus triplis: ut ex his numeris deprehendi potest.

Duplicatæ tam numerorũ, quàm magnitudinũ proportiones assiduè per numeros quadratos progrediũtur.





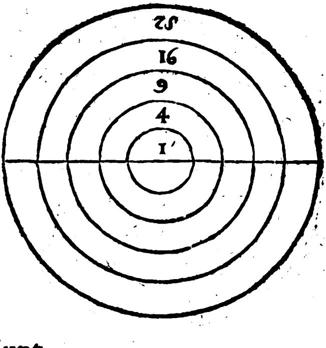
Quid sint numeri quadrati, arithmetica docet. Hi quidem id dignitatis habẽt, ut duplicatarum proportionum incremẽta assiduam eorum progressionem obseruent: ut ex hac eorum descriptione uidere licet, in qua continuæ proportiones ad unitatē multiplices per aſsiduos quadratos ad unitatem congeminātur, atque duplicantur.

4	2	1
9	3	1
16	4	1
25	5	1
36	6	1
49	7	1

duplicatę proportiones aſsiduæ.

Encicliæ circulorū omniū æquali aſsiduè diametrorum incremento, per continuos quadratorū numeros fiunt.

Nam ſecundus circulꝰ ad primū, erit ut 4 ad unum: tertius, ut 9 ad unum: quartus, ut 16 ad unū: quinti area ad primi aream, ut 25 ad unum, & ita deinceps, quotiens enciclię circulorum æquis diametrorum incrementis fiunt.



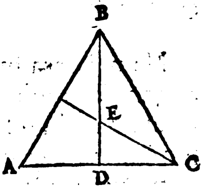
De ſuperficie angulari.

Angu-

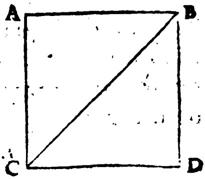
ANgularis superficies tribus ad minus costis, seu lineis ambitur. Sicut enim punctũ unum insufficiens est ad lineam, puncta autem duo ad minus eidem sunt necessaria: ita linea tãtùm una insufficiens est, ut angulũ conflet, qui duas ad minus lineas, exigit. Angulus uerò etiam tantùm unus superficiem non conficit angularem, quæ tribus ad minus costis, & totidem angulis claudi eget.

In omni superficie angulari sex quædam sunt consideratione digna: Costæ illius, Anguli, Centrum, Lineæ ab angulis ad cẽtrum, cum lineis à mediis lateribus ad centrum, ex quibus fiunt catheti earum: deinde totius planiciei area.

In regularibus figuris denominatione imparibus, uti in triangulis, Pentagonis & Heptagonis, Catheti uocãtur, lineæ à summis earum angulis per earũ cẽtra ad mediã basim protensę: uti in præsenti triangulo linea B D transiens per cẽtrum illius E usque ad punctum D mediam basim diuidens.



In regularibus autem figuris denominatione paribus, uti in quadratis, hexagonis & octogonis: quia in eis angulus angulo, & costæ costis obiiciũtur: ideo hæ catheti loco, diametros habent, à quibus per mediũ diuidũtur: ut in pręsenti qua-



drato linea B C medium secans quadratum.

In figuris denominatione imparibus, latus angulo, & angulus lateri obiicitur: in cæteris, lateri latus, & angulus angulo eregione respõdet.

Huius explanatio ex sola figurarũ inspectione est exquirenda: oculus enim id apertè docet.

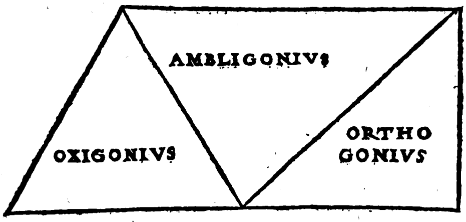
Omnes multangularium figurarum species ab sola suorum angulorum specifica proprietate distinguuntur.

Nam latera in singulis sunt quamsimillima, quanquam numero & multitudine uaria. Anguli autem in singulis sunt proprij, specifici, ac distinctissimi. Ex cõsimilibus quippe lineis costisue triangulus & quadratus conflantur: quorum tamen anguli sunt longè uarij, ac diuersissimi. Isopleurus enim angulos gerit acutos tres, quadratus rectos quatuor. Quamobrem in singulis multangularium figurarum speciebus, latera uicem gerunt materiæ, anguli autem æmuli sunt formarum.

De Triangulo.

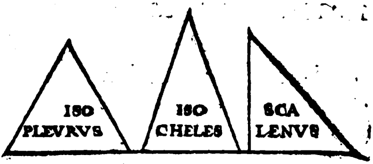
Diffe-

Differentiæ angulorum triangulos cũprimis omnes in species tres dispartiuntur. Ab acutis enim angulis exurgit triangulus, nomine oxygonius. Ab uno angulorum, qui



sit maior atque obtusus, triangulum nuncupamus amblygonium. Ab uno angulorum recto orthogonius triangulus censetur.

Rursum per differentias laterum triplex etiam exurgit triangulorum denominatio. Nam qui est trium laterum æqualium hic, ut regularissimus triangulorum, Isopleurus censetur. Cui uerò tantùm duo latera sunt æqualia, hunc uocamus Isoscelê. Quẽ uerò triũ laterum inæqualitas efficit irregularem, hunc dicunt

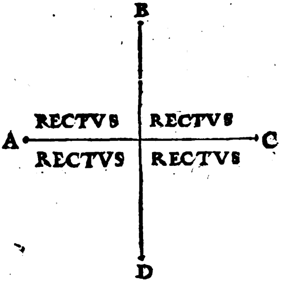


Scalenum: de quo apud Geometras uel nullus, uel permodicus sermo.

Omne spatium, quod circunstat

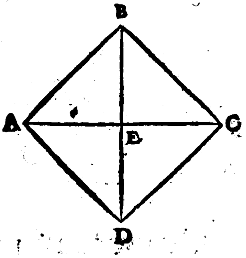
punctum quodlibet in plano, quatuor rectis angulis est æquum.

Hæc propositio ad dignoscendam triangulorum omnium rationem maximopere necessaria est: quanquam tam nota, ut expositione non indigeat, sed solo figuræ aspectu cũctis illico innotescat. Et quanquam circa punctum idem multi circũscribãtur anguli uel æquales, uel inæquales, ab his tamen id spatij, cùm nec excrescat, nec minuatur, ueritas æqualitatis nusquam immutatur.



Omnium triangulorũ anguli tres sunt duobus tantùm rectis æquales.

Id facilè ex præcedentis doctrina demonstrari etiam ad oculum potest. Nam fac, ut in superioris figura, circa idem punctum rectos quatuor angulos, quib⁹ quatuor bases subtende: ab his quatuor



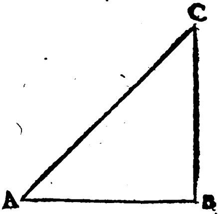
tuor basibus fiēt quatuor etiā recti circa priores quatuor. Erunt igitur in uniuersum octo recti: quatuor quidē medij, & quatuor extremi. Ergo in unoquoque triangulorum supererunt æquipollenter duo recti. Et quod in uno triangulo uides, id pari lege de omnibus triangulis dic.

Nulli triangulo aut duo simul recti, aut duo obtusi insunt anguli.

Hęc ex præcedente illico sole lucidior dilucescit. Nam si uel duo recti, uel duo obtusi anguli eidem triangulo inessent, tres eius anguli duobus essent rectis maiores.

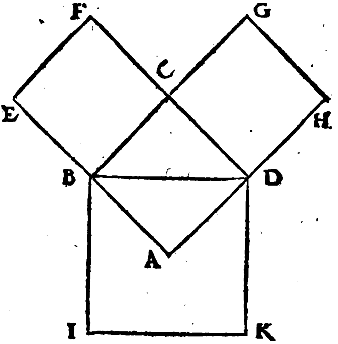
In omni inæqualium laterum, & angulorū triangulo maius latus e regione maioris illius anguli sedet.

Vt in præsente triangulo latus A C e regione anguli A B C sedet, qui est maximus angulorum ipsius, nēpe rectus: cùm cæteri duo eius anguli sint acuti.



In omni orthogonio triangulo quod fit ex maiore eius latere in se æquum eſt duobus minorum eius laterum quadratis.

Hæc eſt illa inſignis, & memoratu digna propoſitio, propter quam Pythagoras, cùm illam adinuenit, fertur immolaſſe diis Hecatombem: & ferè æquipollet huic. Quadratus diametri eſt duplus ad quadratũ coſtæ, & æqualis duarum ſui coſtarum quadratis. Nam cùm quadratus ſit rectorum angulorum pollens: hic per diametrũ in duos diuiditur triangulos, quorum uniuſcuiuſque maius latus, eſt ipſa diameter oppoſita recto eius angulo. Quod fit igitur ex ipſa diametro tanquã maiore latere in ſe, eſt æquum iis duobus quadratis, qui fiunt ex utroque minorum laterum in ſe. Sit, uerbi gratia, quadratus A B C D, quem partior in geminos triangulos A B D, & B C D, qui ſinguli erunt orthogonij. Dico igitur quoniam in triangulo orthogonio B C D quadratus lateris B D recto angulo oppoſiti eſt æqualis duobus

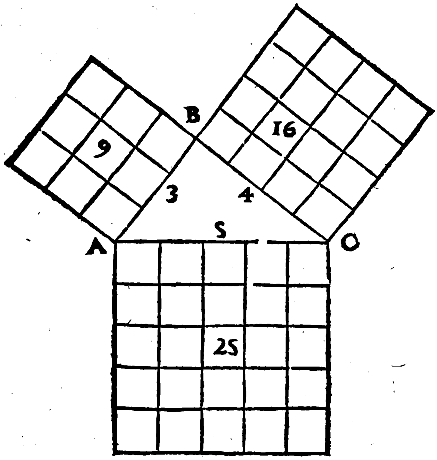


quadratis reliquorum duorum laterũ, id eſt quadratis B E F C, & D C G H. Sunt enim hi duo uelut quadrati coſtarum B C, & C D. Quadratus autem

B I D K est ut diametri quadratura. Nam latus B D diameter est minoris quadrati A B C D, cuius duæ costæ sunt lineæ B C, & C D.

Propositionem eandem in numeris explanare.

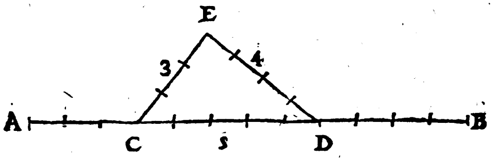
Inuestigo per arithmeticam doctrinam numerum quendam quadratum ex geminis quibusdam minoribus quadratis cõpositum, qualis est numerus 25 quinarij quadratus. Constat enim hic ex geminis quadratis tertio & quarto, id est ex nouenario numero, & decimo sexto.



Conficio igitur triangulum orthogonium inæqualium laterum A B C, cuius minimũ latus A B ſit ut tria, medium B C, ut quatuor, maximũ A C, ut quinque: ſicut eiuſmodi laterũ diuiſio docet. Manifeſtum eſt quadratũ maximi lateris A C oppoſiti recto angulo A B C æquũ eſſe duobus quadratis minorum eius laterum, id eſt nouenario, ac decimo ſexto: id enim iuncti in unum eorum quadrati numeri docent.

Si recta linea in duodecim partes æquales diuidatur, & ex ea fiat triãgulus, cuius tria latera ſint ut tres numeri 3.4.5. qui iuncti ſunt 12. erit hic triangulus neceſſariò orthogonius ſuperiori doctrinę cõſentaneus.

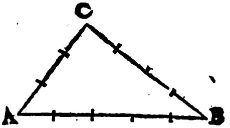
Sit recta linea A B in duodecim pares æquales diuiſa, ſítque una pars eius A C, ut tria: alia uerò



pars D B, ut quatuor: media pars C D, ut quinque: cõficio ex his tribus triangulum C E D, quem dico ex neceſsitate eſſe orthogoniũ ſuperiori doctrinæ cõſentaneum: cuius quidem maximum latus C D oppoſitum erit recto eius augulo C E D.

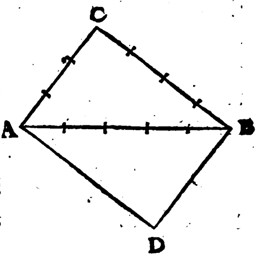
Si

Si recta quælibet linea in quinque partes æquales diuidatur, & super eam fiat triangulus, cuius superiora latera, seu brachia sint ut tria, & quatuor: erit identidem hic triangulus orthogonius.



Sit recta linea A B in quinque partes æquales diuisa. Constituo super eam triangulum A C B, cuius latus A C sit ut tria, latus uerò C B, ut quatuor. Dico hunc triangulum esse orthogonium, cuius rectus angulus erit A C B maiori eius lateri A B obiectus. Et hæc propositio est ferè eadem cum præcedente.

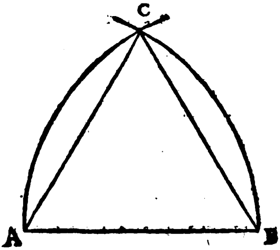
Vnde manifestum est cuiuslibet altera parte longioris, cuius duo latera sunt ut tria, duo uerò ut quatuor, diametrum esse uelut quinque.



Vt ex præsenti altera parte longiore A C B D liquet. Omnis enĩ orthogonius, est altera parte longioris medietas, quæ duplicata altera parte longiorem gignit.

De triangulo Isopleuro.

Super datam lineam triangulum creare Isopleurum.



Sit data linea A B. Fac super illam secūdum eius quātitatem duos arcus usque ad mutuā sectionem in puncto C, & protende lineas A C, & C B, quæ petitū explebunt super datā lineā triangulum Isopleurum.

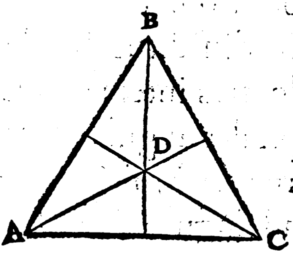
Omnis triangulus trium æqualiū laterum, est & trium æqualium angulorum: atque è diuerso.

Aequalitas triū in omni triangulo tam in angulis, quàm in lateribus diuisionem non suffert, quæ si in lateribus sedet, etiam inerit angulis: & è diuerso, si angulos obsidebit, etiam in lateribus sedebit. Ergo omnis trium æqualium laterum triangulus est ex necessitate Isopleurus.

Dati cuiuslibet Isopleuri centrū reperire.

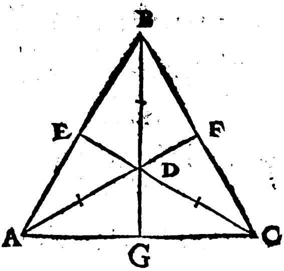
Diuide

Diuide singulas totius Isopleuri costas per medium, & à uerticibus angulorũ ad medias laterũ sectiones rectas lineas extẽde, quæ per totius Isopleuri centrum transibunt.



Cuiuslibet Isopleuri lineæ ab eius centro ad medias laterum diuisiones extentæ, sunt singulorum eius cathetorum partes tertiæ.

Quales hîc sunt lineę D E, D F, & D G: quę à centro totius Isopleuri ad medias eius bases protenduntur. Singuli enim eius catheti, ut lineæ A F, B G, & C E ad eiusmodi lineas sunt triplæ. Lineæ uerò à centro ad angulorum uertices productæ, uti lineæ D A, D B & D C ad prædictas lineas sunt duplæ.



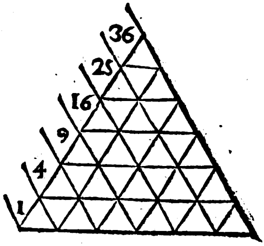
Tribus lineis ab angulis cuiuslibet Isopleuri ad eius cētrum protensis, diuiditur Isopleurus in triangulos tres inter se æquales, quorum capitales anguli ad centrum facti sunt regularium Hexagonorum anguli, ad singulos suarum basium angulos quadrupli.

Tales sunt in figura præcedentis tres anguli A D B, B D C, & C D A, facti ad centrū præmissi Isopleuri: qui singuli sunt regularium Hexagonorum anguli ad suarū basium angulos quadrupli.

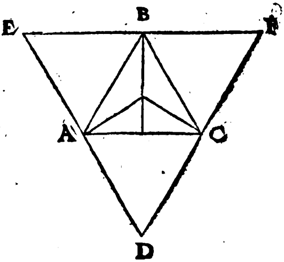
Si cuiuslibet Isopleuri costæ in aliquot partes æquales diuidantur, is Isopleurus in tot minores Isopleuros resoluetur, quantus est quadratus diuisionis suarum costarum.

Nam si singulæ costæ dati Isopleuri diuidantur in partes tantùm duas, cōtinget per eas eundem Isopleurum resolui in quatuor Isopleuros: si ternario costas eius secueris, mox in totius resolutione nouem Isopleuri consurgent: si in quatuor, erunt Isopleuri totius resolutionis sexdecim;

cim: & ita deinceps per quadratos diuisionũ costarum singularum. Et nec alioquin resolui potest quilibet Isopleurus in minores Isopleuros, nisi per rationem quadratorum numerorum, ut & figura ostendit.



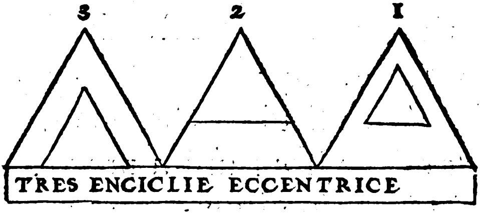
Si super angulos Isopleuri lineæ rectę fiãt ad lineas ab eius angulis ad centrum protensas perpendiculares, hæ quantumlibet extẽtæ Isopleurum procreabunt priori transpositum, & ad eundem quadruplum.



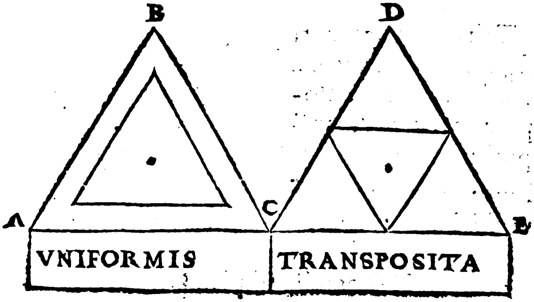
Talis est in præsenti figura Isopleurus D B F ad interiorem Isopleurum A B C transpositus, eíq; quadruplus. Nam continet illum quater.

De enciclia Isopleurorum.

ENciclia Isopleurorũ, sicut in circulorum diximus enciclia, est cùm Isopleurus intra Isopleurum uersatur. Et hæc est duplex, aut eccentrica, aut concentrica. Et rursum unaquæque harum est duplex. Si enim eccentrica est, aut interior exteriorem contingit, aut non contingit. Si contingit, aut communitate anguli, aut communitate costæ. Et hos quidem tres eccentricarum encicliarum modos hîc subscripsimus, eccentricam scilicet non contingētem, eccentricam angularem, & eccentricam lateralem.



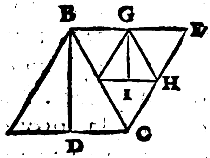
Si autem Isopleurorum enciclia concentrica fuerit, hæc aut ést uniformis, quando latera late-



ribus

ribus,& anguli angulis respõdent, ut in triangulo A B C : aut est transuersa, quotiens interioris Isopleuri anguli laterib⁹,& angulis latera respõdent, ut in triangulo C D E.

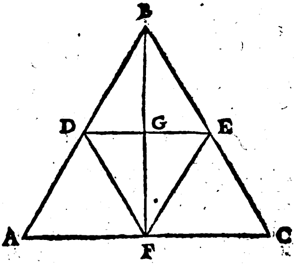
Omnium Isopleurorũ siue intra se, siue extra se cõsistentium, quæ proportio catheti ad cathetum, ea est & circumferentiarum adinuicem.



Dictum est quid sint Isopleurorum catheti: lineæ scilicet à uerticibus angulorum, ad medias eorũ bases extentæ, ut linea B D in triangulo Isopleuro A B C. Circumferẽtiæ autem Isopleurorũ, ad instar circulorũ, sunt tres eorũ costæ Isopleurum circumplectẽtes. In uariis igitur Isopleuris, quæ proportio cathetorum adinuicẽ, ea est & circumferentiarũ. Si enim æquales sunt catheti, erunt & circumferentiæ, seu peripheriæ Isopleurorum ęquales. Si catheti in proportione dupla erunt, & circumferentiæ erunt adinuicem proportionis duplæ. Et hæc lex tam in cunctis polygoniis figuris, quàm in circulis, & triangulis obseruabilis est.

Duorum aut plurium quorumlibet Isopleurorum proportio areę ad aream est dupla ad proportionẽ cathetorum & circumferentiarum.

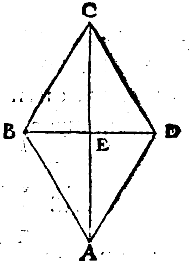
Hæc propositio in circulis posita est, eodem se modo habens etiam in Isopleuris, & in cunctis regularibus polygoniis. Si enim cathetus unius Isopleuri est duplus ad alterius cathetum, sicut B F ad F G, erit circumferentia Isopleuri A B C dupla ad circũferentiã minoris Isopleuri D E F: & area maioris ad areã minoris quadrupla, ut etiã oculo paret. Nam quadrupla proportio dupla est ad proportionem duplam, ut in ratione circulorum mõstratũ est.



Duo Isopleuri super eandem basim ex aduerso consistentes conflant Rhombum, cuius una diametrorum est ipsa basis amborum, reliqua amborum catheti unà iuncti.

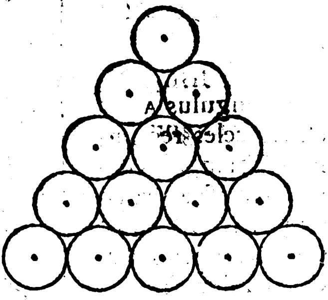
Quid sit Rhombus, postea in ratione quadrã-
gulorum

gulorum dicetur. Talis est figura pręsens A B C D, quã duo Isopleuri A B D, & B C D, super eãdem basim B D ex diuersa parte cõsistentes efficiũt. Cuius una diametrorum est linea B D cõmunis amborũ basis, reliqua diametrus est linea A E C cõstans ex utroque Isopleurorum catheto.



Ex circulis ritè dispositis conflare quemuis triangulum Isopleurum.

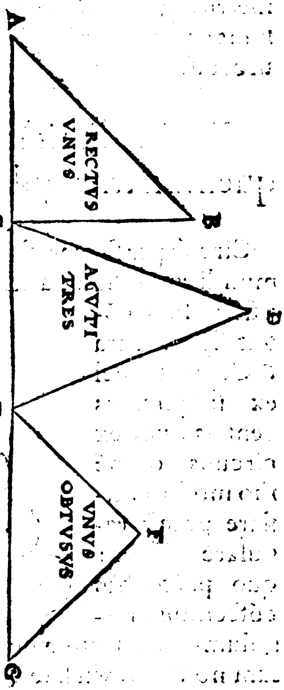
Circuli per se repręsentant puncta, & quælibet mundi entia: Sicut arithmeticus ex simplicibus pũctis suas cõflat figuras, ita & Geometer uel ex simplicibus centris, uel ex circulis omnẽ suo modo conflare potest regularẽ figurã: quo pacto hîc cõfecimus triãgulum Isopleurum æquilaterum, & æquiangulum non plures in latere uno, quàm in alio, cir-



culos habentem, circulis quidem ſic ritè in eo diſpoſitis, ut ſeinuicē proximi, & proximi abſq; ulla ſui interſectione, aut ulla inæqualitate contingant. Et hoc quidē facillimū factu fuerit per æquales laterū totius Iſopleuri diuiſiones in tot particulas, quantus erit, qui petitur ex circulis fieri, Iſopleurus.

De Iſoſcele triangulo.

Omnis Iſoſceles aut eſt unius recti anguli, & duorum acutorum: aut unius obtuſi, & acutorum duorū: aut acutorū trium.



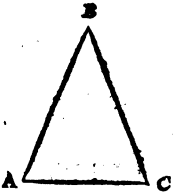
Triangulus A B C eſt Iſoſceles recti unius. Triangulus uerò C D E eſt acutorū trium. At Iſoſceles E F G unius obtuſi, & acutorū duorū. Impoſsibile quippe eſt ullū prorſus trian-

gulum

gulũ aut rectos unà duos,aut obtuſos idẽtidem geminos obtinere.

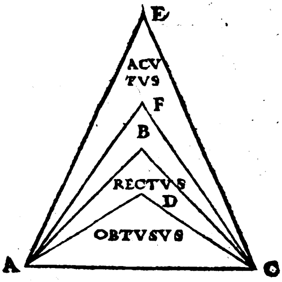
Omnium Iſoſceliũ triangulorum duo anguli ad baſim ſunt pares, & æquales.

Nam quia cunctorũ Iſoſcelium duo brachia ſuper baſim cõſiſtentia ſunt æqualia,ideo neceſſe eſt & angulos ab eis ſuper baſim confectos fore æquales uerticali angulo, aut maiores, aut minores. Maiores quidem,ſi angulus uerticalis fuerit acutus:minores,ſi uerticalis angulus fuerit aut rectus, aut obtuſus.



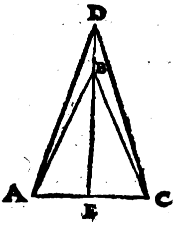
Cuiuſlibet triãguli Iſoſcelij ſi uerticalis angulus fuerit acutus, is eſt angulo Iſopleuri aut maior,aut minor.

Si Iſoſcelij triãguli uerticales anguli ſunt aut rectus,aut obtuſus:anguli ad baſim ſunt eo minores: nempe acuti. Si autem uerticalis angulus fuerit acutus,impoſsibile eſt illum angulis baſiũ fore æqualẽ. Nam triangulus ille haud eſſet Iſoſcelius,ſed Iſopleurus. Et ſi uerticalis angulus Iſoſcelij eſſet angulus Iſopleuri, eadem ratione is triangulus eſſet Iſopleurus,non Iſoſceles. Angulus enim Iſopleuri in nullo cõſiſtere triangulo poteſt, præterquã in Iſopleuro. Eſt igitur cuiuſlibet Iſoſcelij uerticalis angulus, angulo Iſopleuri aut maior, aut minor, ut deſcripſim⁹ in pręſenti figura: In qua uerticalis angulus Iſoſcelij A D C eſt obtuſus: A B C rectus: A F C acutus, quippe angulus Iſopleuri: A E C acutus, minor & altior angulo Iſopleurico.



Quantò cuiuſlibet Iſoſcelij longiora & altiora ſunt brachia, tantò angulus eius uerticalis eſt acutior, & minor, & anguli ad baſim tantò maiores.

Vt angulus A D C minor eſt angulo A B C, tantò quidem, quantò altior eſt cathetus D E, catheto B D. Maior enim aſsiduè uerticalis anguli eleuatio, eundẽ imminuit, & anguſtiorẽ reddit, eos quidem, qui ad baſim ſunt, angulos dilatans.



Omnes

Omnes Isoscelij trianguli sunt irregulares, & incerti, præterquam hi, qui multangularium figurarum regularium adinuentionibus inseruiunt.

Quia in Isosceliis incerta est, & immēsa uerticalis anguli eleuatio super basim: ideo & Isoscelij omnes incerti sunt, & irregulares, præter eos tātùm, qui cōscribūtur in figuris polygoniis certorum, & regularium angulorū. Quod quidem postea, cùm de eiusmodi figuris sermo suo loco fiet, ostendetur.

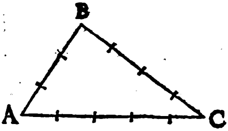
De triangulo Scaleno.

Omnis Scalenus triangulus, sicut est trium laterum inæqualium, ita inæqualium angulorum trium.

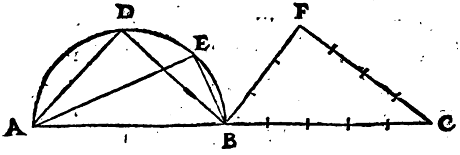
Inæqualitas angulorum in omni triangulorū specie comes est inæqualitatis laterum. Nam in Isopleuro trina angulorum æqualitas annexa est trinæ æqualitati laterum. In Isoscele duorum laterum æqualitas duos etiam æquales angulos eidem infert. In Scaleno trina laterum inæqualitas caussa est trium angulorum inæqualium.

Omnis Scalenus est irregularis figura.

Id accidit propter & laterum, & angulorum inæqualitatẽ subditam legi nulli, & sciẽtiæ nulli. Quamobrem apud Geometram uel nullus, uel rarissimus de Scaleno fit sermo. Si quis autem Scalenus est regularis, is est solus, de quo iam locuti sumus. Cuius quidẽ maius latus est, ut quinque: medium latus, ut quatuor: minus uerò latus, ut tria. Erit enim uerticalis eius angulus, ut angulus A B C, ex necessitate rectus. Quamobrem hic Scalenus utilissimus erit super datã quãlibet rectam lineã, uelut basim creando recto angulo, quod sequenti propositione prosequemur.



Super datam rectam lineã, ueluti trianguli basim, rectum uerticalem conflare angulum.



Duo sunt modi, quibus id facilè fiat. Vnus per semicirculum. Si datam rectam lineam secueris per medium, & ducto super eam semicirculo, conficias

conficias ſuper illam angulos, quantos libuerit, uſque ad circumferentiam: qui omnes erunt recti, tanquam in media circuli portione cõfecti: quales ſunt anguli A D B, & A E B. Alius modus, ſi eandem in quinque partes æquales ſecueris: & ſicut iam fecimus, erectis ſuper eam geminis lateribus, uno, ut tria, reliquo, ut quatuor, cõfeceris angulum, qui ex neceſsitate rectus erit: qualis eſt angulus B E C ſuper lineam B C. Nam ſi diuiſeris eandem lineam B C per medium, & quantitate medietatũ duxeris ſuper eam ſemicirculi arcum, hic per uerticẽ F tranſibit. Quapropter angulus B F C rectus erit.

De quadrangulo.

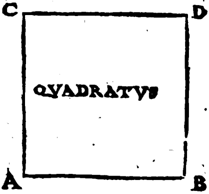
Quadrangulariũ figurarum quinque ſunt ſpecies. Quadratus, altera parte longior, Rhombus, Rhomboides, & is, quem Arabes ſuo more uocant Helmuaripham, quem nos prorſus irregularem, & incertũ appellamus.

De quadrato.

Quadratus, eſt regularis figura quatuor tam laterum, quàm angulorum prorſus æqualium. Et ſicut in omni triãgulo, quippe denominatione imparili, latus angulo, & angulũ lateri obiectum eſſe conſpicamur: ita in quadrato latus lateri, & angulus angulo reſpondet.

Super datam rectam lineam quadratum deſcribere.

Sit data recta linea A B: protendo eam quantumlibet in utranque partem: & secundum doctrinam præcedentium, super puncta eius A, & B erigo perpendiculares geminas A C, & B D: quas facio æquales datæ lineæ A B, & produco lineam C D, quæ petitum perficiet quadratum.



Cuiuslibet quadrati omnes anguli sunt æqui & recti, & latera etiam æqua.

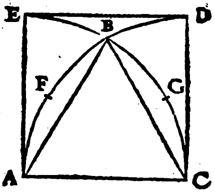
Aequalitas laterum in Rhombo abiuncta, & separata est ab æqualitate angulorum. At in altera parte longiore, paritas angulorum abiuncta est ab æqualitate laterum. In quadrato fit connexio æqualitatis utrorunque & laterum, & angulorum.

Angulus quadrati, qui est rectus, ad angulum Isopleuri est sesquialter, id est, ut tria ad duo.

Nam tres anguli Isopleuri sunt ut duo recti. Ergo unus rectus, qui est angulus quadrati, ad angulum Isopleuri est, ut tria ad duo. Quemadmodum si tres binarij sunt ut ternarij duo, ergo unus ternarius est ad binarium sesquialter.

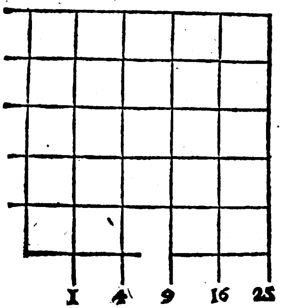
Per

Per angulum Iſopleuri quadratum deſcribere.



Proponitur hîc alius modus ſuper datam lineam cõſcribendi quadratum per angulũ Iſopleuri. Sit Iſopleurus A B C: duco quantumlibet duos arcus A B D, & C B E ſecundum quantitatem lineæ A B, qui ſe intercident in cono & uertice Iſopleuri, id eſt in pũcto B: diuido ſingulos arcus A B, & C B per mediũ, in pũctis F, & G: & addo unicuiq; eorũ quãtitatem unius medietatis uſque ad pũcta E, & D: & produco rectam lineam E D, quæ petitũ quadratum explebit.

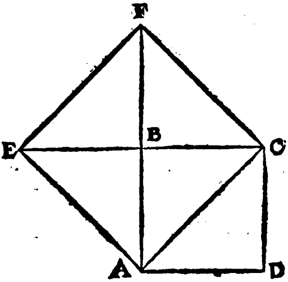
Omnis quadratus, ſecundum numerũ quadratum, in quadratos reſoluitur.



Accidit in quadratis, quod & in Iſopleuris diximus euenire : ſcilicet Iſopleurum omnẽ non posse in aliquot resolui Isopleuros, nisi per quadratum numerum. Sic quadratus nullus in quadratos totus resoluitur, nisi per quadratum numerum, uti in quatuor, uel in nouem, aut in sexdecim, aut in uiginti quinque.

Quadratus diametri est duplus ad quadratum suæ costæ.

Hæc propositio per numeros edoceri, & demonstrari nequit. Quia inter costam quadrati, & eius diametrũ nullus prorsus est communis diuisionis numerus. Sit quadratus A B C D: cuius diameter A C. Super eam erigo quadratum A E F C, quem manifestè cõstat esse duplum ad quadratum priorem A B C D. Id enim docet eius in triangulos resolutio. Nam quadratus A B C D constat ex geminis triangulis A B C, & A D C. Quadratus autem A E F C ex quatuor paribus triangulis conflatur.



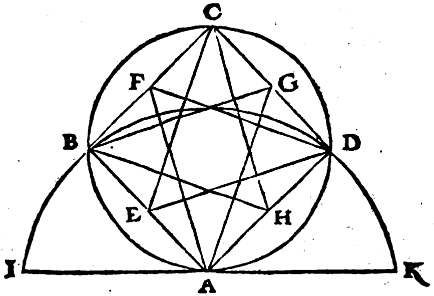
Diameter quadrati est asymmeter, id est incõmensurabilis, eius costæ.

Diui-

Diuide in quotlibet partes costã cuiusuis quadrati: dico quoniam nullo unquã numero pari partium diuisione, se diuidi diameter illius patietur. Quamobrem cum costa quadrati diameter illius incommẽsurabilis manet. Id enim accidit, quia quadratus diametri duplus est ad quadratũ costæ. Atqui nullus unquam reperitur quadratus numerus, qui sit ad quadratum alium duplus. Quamobrem necesse est quadratorum in dupla proportione ad seinuicem consistentium costas fore incõmensurabiles, nec rationem inter se habere, ut numeri ad numerum.

In quolibet quadrato, rectæ lineæ à singulis eius angulis, ad media oppositorum laterum puncta protensæ, erunt æquales quartæ parti circumferentiæ circuli eidem quadrato circunscripti.

Hæc propositio recens inuẽta est, quæ, quanquam indemonstrata sit & suæ rationis luce orbata, nihilo secius fidelissima est, & uera, crebérrimísque experimentis probata. Et per eam in promptu est, cuiusuis circuli conficere quadraturã, quæ olim & Græcorum sapiẽtes, & uniuersos eorum doctos latuit, nec ullis hactenus mediis ab ullis inueniri ualuit. Sit primùm quadratus A B C D, cui circunſcribo eiuſdem nominis circulum A B C D: diuido ſingula eiuſdẽ quadrati latera per medium, in punctis E, F, G, H: & à ſingulis eius quadrati angulis, produco lineas rectas ad eiuſmodi pũcta E, F, G, H : quas quidem omnes dico fore æquales quartæ parti circumferentiæ



totius circuli A B C D, priori quadrato A B C D circunſcripti, uti lineis A I, & A K: quæ per circuli quadraturam dudum à me inuẽtam, ſunt æquales quartæ parti circumferentiæ totius eiuſdem circuli A B C D. Hoc quidem inuentum memoratu dignum, obliuioni dandum non eſt: ſed doctiorum memoriæ altius inſculpendum.

In omni reſolutione quadratorũ, per numerũ quadratum, in quotlibet quadratos, eorum gnomones

ſunt

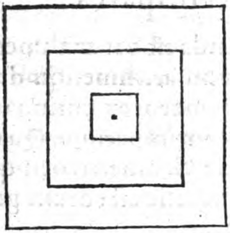
ſunt aſſiduè numeri impares.

Hæc propoſitio noſcenda eſt per arithmeticā diſciplinam. Cōficiunt enim arithmeticæ diſciplinæ periti quadratos numeros ex cōtinua additione, & ſerie numerorum imparium. Quamobrem etiā in reſolutione Geometricorū quadratorum in quadratos, neceſſe eſt eorum gnomones fore aſsiduè impares.

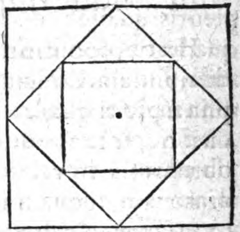
1	3	5	7	9	11	13	15	17	*Gnomones.*
1	4	9	16	25	36	49	64	81	*Quadrati.*

De quadratorum enciclia.

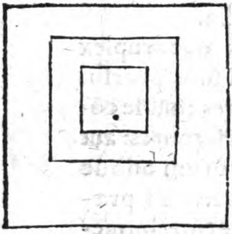
QVadratorum cùm primis quadruplex eſt ſitus. Aut enim quadrati ſunt prorſus extimi & extra ſe conſiſtentes: aut ſe cōtingentes: aut ſe interſecantes: aut prorſus unus intra alium. Et ſingulorum adhuc eorum uarij ſunt modi. Sed cæteris ad præſens omiſsis, de eorum enciclia tantùm loquemur. Hæc eſt enim cumprimis duplex: aut eccentrica, aut concentrica. Eſt autem quadratorum enciclia, quotiens quadratus unus intra alium prorſus continetur. Quod quidem fit aut communitate eiuſdem centri, aut centri diuerſitate. Et ſi concentrica fuerit enciclia, hæc rurſum aut uniformis erit, aut tranſuerſa. Si uerò eccentrica, aut erit pēdula, aut angularis, aut lateralis. Et hæc quidem encicliarum uarietas, ex ſequentibus figuris oculo dilucescit.



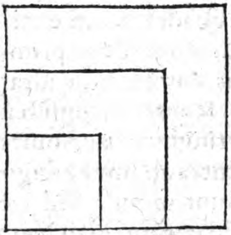
CONCENTRICA VNIFORMIS



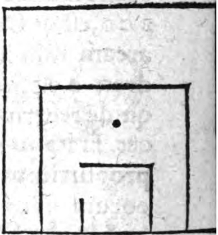
CŌCĒTRICA TRĀSVERSA



ECCENTRICA PENDVLA



ECCENTRICA ANGVLARIS

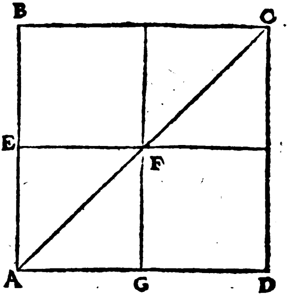


ECCENTRICA LATERALIS

Omnium quadratorum, ſiue intra ſe, ſiue extra ſe conſiſtētium, quæ proportio coſtæ ad coſtā, ea eſt proportio diametri ad diametrum. Sed proportio totius areæ ad aream, ad eandem proportionem eſt dupla.

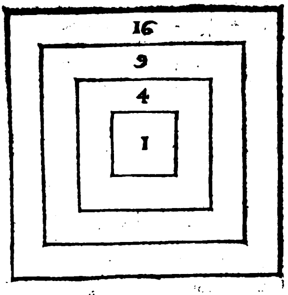
Hæc

Hæc propoſitio poſita eſt & in circulis, & in Iſopleuris: quæ ſe eodem prorſus modo habet & in quadratis, & in omni ſpecie regularium figurarum, ſiue intra ſe, ſiue extra ſe conſiſtentium: ut quia maioris quadrati A B C D, coſta A B dupla eſt ad A E coſtam minoris quadrati A E F G, etiam eius diameter A C dupla eſt ad diametrum A F. Et area totius quadrati A B C D, eſt quadrupla ad aream minoris quadrati A E F G: quod quidẽ reſolutio maioris quadrati manifeſtè docet. Et ita in omnibus dic. Eſt enim quadrupla proportio ad proportionem duplam dupla.



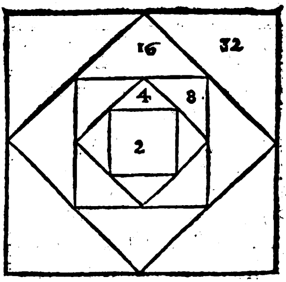
Vnde fit, ut enciclia quadratorum multiplicibus aſſiduè ſpatiis increſcentium, ſit in continua proportione numerorum quadratorum.

Id quidem obſeruabile eſt, non ſolũ in omni quadratorum enciclia, ſed etiam in cunctis quadratis extra ſe ſitis, quorum coſtæ, & diametri fuerint adinuicem in aſsidua proportione multipli. Erunt enim proportiones ſuperficierum &



arearum, secundum continuã quadratorũ seriem: ut præsens figura docet, in qua secundus interior quadratus ad primum erit, ut 4 ad unum. Tertius, quia eius costa tripla est ad costã primi, erit ad eundẽ, ut 9 ad unum. Quartus, ut 16 ad unum. Et ita deinceps, per quadratorum numerorum digeriem.

In enciclia transposita quadratorum sese angulariter contingẽtium, quadrati sese habent adinuicem, ut numeri pariter pares assidui.



Vt in præsenti quadratorum enciclia liquet: In qua minimus interior est, ut duo: secundus, ut quatuor: tertius, ut octo: quartus, ut 16: quintus, ut 32. Hæc enim progressio assiduè in dupla proportione, ab unitanitate increbreſcit. Quamobrem per numerorum pergit pariter pariũ ſeriem, qui aſsiduè ab unitate duplam proportionem obſeruant.

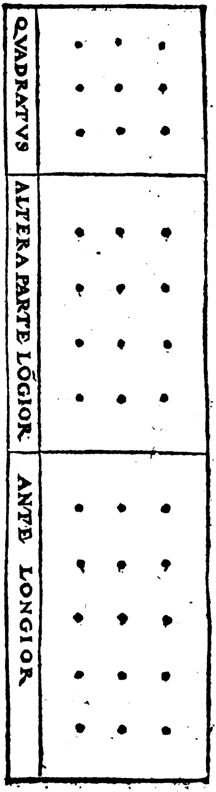
De altera parte longiore.

Altera parte longiores, in ratione angulorum, ſunt quadratis conſentanei: at in ratione laterum, diſſentanei.

Omnes enim altera parte lõgiores, rectorum ſunt angulorum, ſed inæqualium duorũ & duorum laterum.

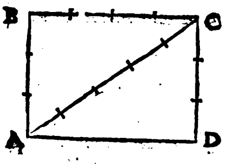
Omnes altera parte lõgiores ſunt irregulares & incerti, præter eos, qui ſe habent ad quadratos, ut numerus ad numerum.

Arithmetici duas habent altera parte longiorum ſpecies. Vnam, quæ tãtùm latere uno quadratum tranſilit. Aliam eorum, qui pluribus & incertis lateribus à quadrati æqualitate deficiũt, quos ipſi antelongiores uocant. Sed Geometræ cunctos rectorum angulorum parallelogrãmos uno nomine, altera parte lõgiores uocãt: quorum eos omnes, qui non se habent ad quadratos, ut numerus ad numerum, uelut incertos & indefinitos, parui ac neglectui habere solent.



Omnis altera parte longioris, cuius unũ latus est ut tria, reliquũ ut quatuor, diameter est ut quinque.

Hanc propositionẽ inseruimus, cùm de triangulis loqueremur. Vt in præ-



senti altera parte longiore A B C D, latus A B est, ut tria: maius latus B C, ut quatuor: diameter uerò A C, ut quinque. Quanquam enim in quadratis,

dratis, diameter sit incommensurabilis costæ, id tamen aliter in altera parte lõgioribus se habet: in quibus sæpenumero diameter ad costas est, ut numerus ad numerum.

Omnium altera parte longiorum, quorum latera duo maiora sunt ad minora latera in proportione sesquitertia, diametri sunt ad maiora eius latera in proportione sesquiquarta.

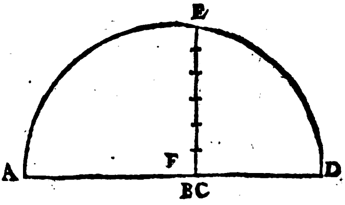
Hæc est eadem cum præcedente. Sed hæc generatim de omnibus numeris in ea proportione loquitur, pręcedens de minimis in ea proportione numeris locuta est. Nam 5.4 & 3. Sunt in ea proportione minimi. Quamobrem omnes eorũ multiplices eandem nimirum proportionẽ obseruãt. Quo fit, ut si cuiusuis altera parte longioris maius latus sit ut octo, & minus ut sex, erit eius diameter ut decem. Et ita deinceps inducẽdo per numeros quoslibet tres ea proportione connexos, in qua numeri 5.4.3. sunt omnium minimi.

Omnem altera parte longiorem quadrare, seu resoluere in quadratũ.

Vt id fiat, interponẽda cũprimis est hæc propositio, absq; qua id propositi nequeat expleri.

Datis quibuſcũque lineis inæqualibus, mediam proportionalem inter eas reperire.

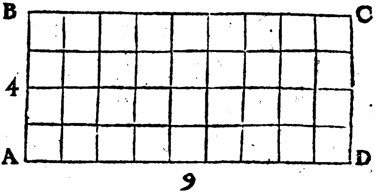
Apud arithmeticum non inter quoſlibet inæquales numeros licet medium proportionale reperire. Quod tamen arithmetico non licet, Geometer explet ob immenſam diuiſionem magnitudinum. Sint duæ quælibet lineæ inæquales A B, & C D: inter quas media proportionalis linea exigitur deſignari. Conflo ex eis lineã unã, & ſuper punctum coniunctionis B, aut C erigo perpendicularem C E: diuido exinde lineam totam ex duabus A B, & C D confectam, per mediũ in puncto F, ſuper quo circunduco arcũ A E D, qui ſecet perpẽdicularem C E, in puncto E. Dico lineã B E, uel C E fore mediũ proportionale inter inæquales lineas A B, & C D, & latus quæſiti quadrati, quod dato altera parte lõgiori cuicunque erit æquale.



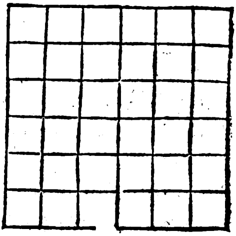
Exemplum altera parte longioris in quadratum reſoluendi per numeros depromere.

Apud

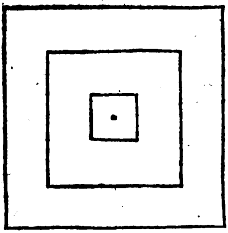
Apud arithmeticum numerus 36, est & quadratus,& antelongior. Quadratus quidem, qua ratione hîc ex senario in se ducto profertur. Antelongior uerò,quia idem ex quaternario in nouenariũ promitur. Hoc exemplum tale est, quale nunc hîc exigitur,utile quidem dignoscendæ omnium altera parte lõgiorũ resolutioni in quadratos,per rationẽ numerorum. Nam altera parte



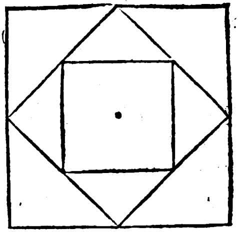
longioris A B C D, unum latus est ut 4, reliquum ut 9. Totus autem ut numerus 36, quem constat sextum esse quadratũ.



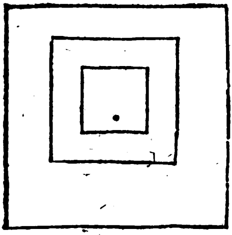
Sicut enim senarius numerus apud arithmeticum, inter 9, & 4 est proportionale medium:ita & linea senario partium diuisa, est mediũ proportionale inter lineas quaternario, & nouenario pari partium quãtitate diuisas. Nam iunctis in unum duabus lineis A B, & B C, hac ut quatuor, illa ut 9, diuisáque tota ea per medium, & circũducto arcu A D C, inuenies lineã B D, mediam inter ambas proportionalem esse, ut numerum



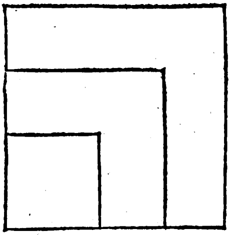
CONCENTRICA VNIFORMIS



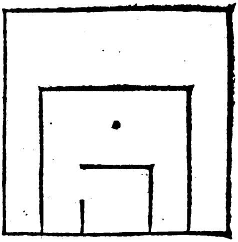
CŌCĒTRICA TRĀSVERSA



ECCENTRICA PENDVLA



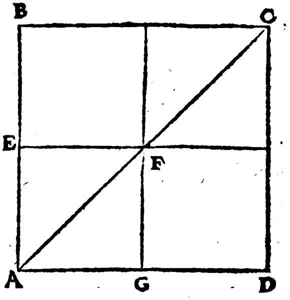
ECCENTRICA ANGVLARIS



ECCENTRICA LATERALIS

Omnium quadratorum, ſiue intra ſe, ſiue extra ſe conſiſtētium, quæ proportio coſtæ ad coſtā, ea eſt proportio diametri ad diametrum. Sed proportio totius areæ ad aream, ad eandem proportionem eſt dupla.

Hæc propoſitio poſita eſt & in circulis, & in Iſopleuris: quæ ſe eodem prorſus modo habet & in quadratis, & in omni ſpecie regularium figurarum, ſiue intra ſe, ſiue extra ſe conſiſtentium: ut quia maioris quadrati A B C D, coſta A B dupla eſt ad A E coſtam minoris quadrati A E F G, etiam eius diameter A C dupla eſt ad diametrum A F. Et area totius quadrati A B C D, eſt quadrupla ad aream minoris quadrati A E F G: quod

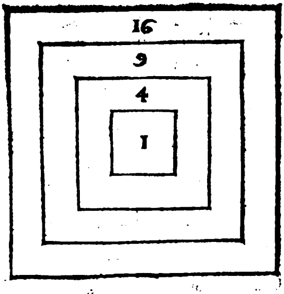


quidẽ reſolutio maioris quadrati manifeſtè docet. Et ita in omnibus dic. Eſt enim quadrupla proportio ad proportionem duplam dupla.

Vnde fit, ut enciclia quadratorum multiplicibus aſſiduè ſpatiis increſcentium, ſit in continua proportione numerorum quadratorum.

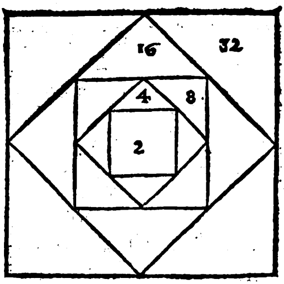
Id quidem obſeruabile eſt, non ſolũ in omni quadratorum enciclia, ſed etiam in cunctis quadratis extra ſe ſitis, quorum coſtæ, & diametri fuerint adinuicem in aſsidua proportione multipli. Erunt enim proportiones ſuperficierum &

arearum, secundum continuã quadratorũ seriem: ut præsens figura docet, in qua secundus interior quadratus ad primum erit, ut 4 ad unum. Tertius, quia eius costa tripla est ad costã primi, erit ad eundẽ, ut 9 ad unum. Quartus, ut 16 ad unum. Et ita deinceps, per quadratorum numerorum digeriem.



In enciclia transposita quadratorum sese angulariter contingẽtium, quadrati sese habent adinuicem, ut numeri pariter pares assidui.

Vt in præsenti quadratorum enciclia liquet: In qua minimus interior est, ut duo: secundus, ut quatuor: tertius, ut octo: quartus, ut 16: quintus, ut 32. Hæc enim progressio assiduè in dupla proportione, ab unita-



nitate increbrescit. Quamobrem per numerorum pergit pariter pariũ seriem, qui asiduè ab unitate duplam proportionem obseruant.

De altera parte longiore.

Altera parte longiores, in ratione angulorum, sunt quadratis consentanei: at in ratione laterum, dissentanei.

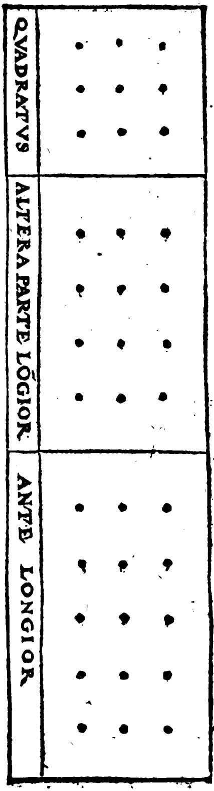
Omnes enim altera parte lõgiores, rectorum sunt angulorum, sed inæqualium duorũ & duorum laterum.

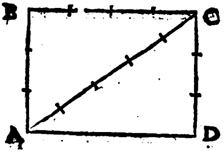
Omnes altera parte lõgiores sunt irregulares & incerti, præter eos, qui se habent ad quadratos, ut numerus ad numerum.

Arithmetici duas habent altera parte longiorum species. Vnam, quæ tãtùm latere uno quadratum transilit. Aliam eorum, qui pluribus & incertis lateribus à quadrati æqualitate deficiũt, quos ipsi antelongiores uocant. Sed Geometræ cunctos rectorum angulorum parallelogrãmos uno nomine, altera parte lõgiores uocãt: quorum eos omnes, qui non se habent ad quadratos, ut numerus ad numerum, uelut incertos & indefinitos, parui ac neglectui habere solent.

Omnis altera parte longioris, cuius unũ latus est ut tria, reliquũ ut quatuor, diameter est ut quinque.

Hanc propositionẽ inseruimus, cùm de triangulis loqueremur. Vt in præ-





senti altera parte longiore A B C D, latus A B est, ut tria: maius latus B C, ut quatuor: diameter verò A C, ut quinque. Quanquam enim in quadratis,

dratis, diameter sit incommensurabilis costæ, id tamen aliter in altera parte lõgioribus se habet: in quibus sæpenumero diameter ad costas est, ut numerus ad numerum.

Omnium altera parte longiorum, quorum latera duo maiora sunt ad minora latera in proportione sesquitertia, diametri sunt ad maiora eius latera in proportione sesquiquarta.

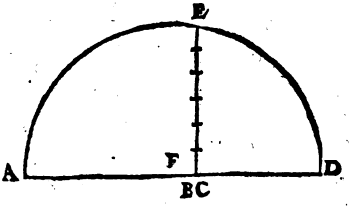
Hæc est eadem cum præcedente. Sed hæc generatim de omnibus numeris in ea proportione loquitur, præcedens de minimis in ea proportione numeris locuta est. Nam 5.4 & 3. Sunt in ea proportione minimi. Quamobrem omnes eorũ multiplices eandem nimirum proportionẽ obseruãt. Quo fit, ut si cuiusuis altera parte longioris maius latus sit ut octo, & minus ut sex, erit eius diameter ut decem. Et ita deinceps inducẽdo per numeros quoslibet tres ea proportione connexos, in qua numeri 5.4.3. sunt omnium minimi.

Omnem altera parte longiorem quadrare, seu resoluere in quadratũ.

Vt id fiat, interponẽda cũprimis est hæc propositio, absq; qua id propositũ nequeat expleri.

Datis quibuſcũque lineis inæqualibus, mediam proportionalem inter eas reperire.

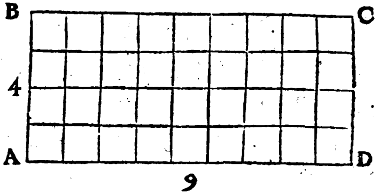
Apud arithmeticum non inter quoſlibet inæquales numeros licet medium proportionale reperire. Quod tamen arithmetico non licet, Geometer explet ob immenſam diuiſionem magnitudinum. Sint duæ quælibet lineæ inæquales A B, & C D: inter quas media proportionalis linea exigitur deſignari. Conflo ex eis lineã unã, & ſuper punctum coniunctionis B, aut C erigo perpendicularem C E: diuido exinde lineam totam ex duabus A B, & C D confectam, per mediũ in puncto F, ſuper quo circunduco arcũ A E D, qui ſecet perpẽdicularem C E, in puncto E. Dico lineã B E, uel C E fore mediũ proportionale inter inæquales lineas A B, & C D, & latus quæſiti quadrati, quod dato altera parte lõgiori cuicunque erit æquale.



Exemplum altera parte longioris in quadratum reſoluendi per numeros depromere.

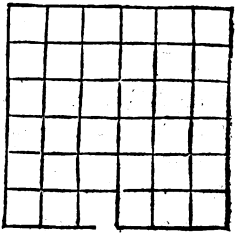
Apud

Apud arithmeticum numerus 36, est & quadratus, & antelongior. Quadratus quidem, qua ratione hîc ex senario in se ducto profertur. Antelongior uerò, quia idem ex quaternario in nouenariũ promitur. Hoc exemplum tale est, quale nunc hîc exigitur, utile quidem dignoscendæ omnium altera parte lõgiorũ resolutioni in quadratos, per rationẽ numerorum. Nam altera parte

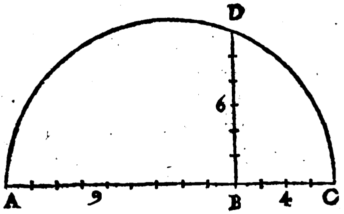


longioris A B C D, unum latus est ut 4, reliquum ut 9. Totus autem ut numerus 36, quem constat sextum esse quadratũ.

Sicut enim senarius numerus apud arithmeticum, inter 9, & 4 est proportionale medium: ita & linea senario partium diuisa, est mediũ proportionale inter lineas quaternario, & nouenario

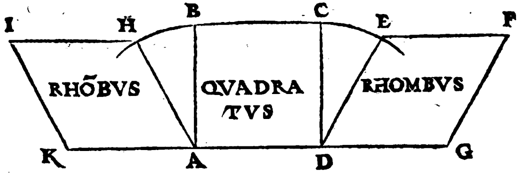


pari partium quãtitate diuisas. Nam iunctis in unum duabus lineis A B, & B C, hac ut quatuor, illa ut 9, diuisâque tota ea per medium, & circũducto arcu A D C, inuenies lineã B D, mediam inter ambas proportionalem esse, ut numerum ſenariũ: id eſt habere partes ſex, quarum linea A B habet partes nouem, & linea B C partes quatuor.



De Rhombo.

Rhombus, eſt quædam quadrati inflexio in utramuis partem dextrã, uel ſiniſtram.



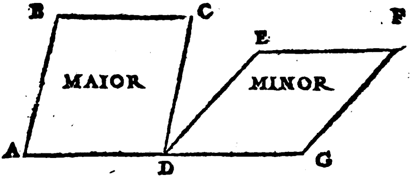
Sit quadratus A B C D, ſuper rectã lineam A D. & ſint à dextris & ſiniſtris eius duo Rhõbi D E F G, & A H I K. Manifeſtum eſt eiuſmodi Rhombos, cùm nõ ſint eiuſdem altitudinis cum quadrato, ab eius altitudine inflecti in utramuis partem, ſecundum arcus C E, & B H.

Quãtò maior eſt inflexio Rhombi à quadrato, tantò illius capacitas eſt minor.

In

In figura præcedentis laterales Rhombi, tantò sunt medio quadrato minores, quantò eorum inflexio maior. Nam quantò maiores sunt arcus inflexionũ, tantò minuitur altitudo Rhomborum. Ergo & capacitas eorũ tantò etiam fit minor, quantò arcus inflexionis maior.

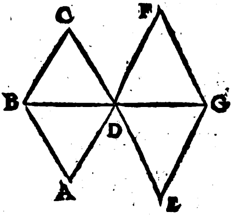
Rhomborum quantò inæqualiores sunt anguli, id est quantò duo cõtra se positi obtusiores, & reliqui duo acutiores, tantò hi sunt minores.



Hæc est ferè eadẽ cum præcedente. Nam maior Rhomborum inflexio eorũ & altitudinem, & quãtitatem minuit, & inæqualiores in eis angulos conflat. Vt Rhombus DEFG minoris est capacitatis Rhombo ABDC: quia & maioris inflexionis, & minoris altitudinis, & inæqualiorũ angulorum. Anguli enim eius duo, & duo contra se positi, sunt & obtusiores, & acutiores angulis Rhombi ABCD.

Si duo Isopleuri ex parte diuersa super eandem lineam constiterint, Rhombum conficiẽt: ídque & Iſoſcelij etiam gemini.

Vt præſens figura oſtendit. In qua ſuper eaſdem lineas B D, & D G, ſtant ex diuerſa parte duo Iſopleuri, A B D, & B C D, & duo Iſoſcelij E D G, & D F G: qui duos integrè Rhombos cõficiunt, A B C D, & E D F G.



Omnes Rhombi ſunt incerti, & indefiniti, præter eos, qui ex geminis ſuper eandem lineã Iſopleuris fiunt: aut eos, qui ex geminis Iſoſceliis, quorum latera ad eorũ diametros ſeſe habent, ut numerus ad numerum.

Certiſsimi ſunt Rhombi ex geminis Iſopleuris confecti. Nihilominus etiam certi ſunt hi, qui ex geminis fiunt Iſoſceliis, quorum latera, diametri ue, & catheti, in ratione ſunt numerorum adinuicem.

Super datam rectam lineã Rhõbum deſcribere.

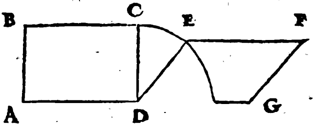
Fac

Fac ſuper datam lineam ex utraque eius parte duos Iſopleuros, aut Iſoſcelios duos, & conſurget ex eis petita Rhombi figura.

De Rhomboide.

Sicut Rhombus eſt inflexio quadrati ab ſua altitudine: ita Rhõboides eſt inflexio altera parte lõgioris.

Omnis æqualitas eſt in quadrato tam laterũ, quàm angulorum. In altera parte longiore ſtat æqualitas angulorum, & inæqualitas laterum: in Rhombo æqualitas laterũ, diſparitas angulorũ: in Rhomboide diſparitas laterum, & angulorũ. Nam Rhomboides eſt haud aliud, quàm inflexio altera parte longioris à rectitudine ſuæ altitudinis, ut figura præſens oſtendit. In qua uiſitur inflexio Rhomboidis D E F G, ab altera parte longiore A B C D, per arcum C E. Quamobrem,



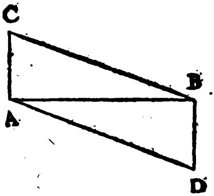
ſicut diximus in Rhombo ergà quadratum, ita tantò minor eſt Rhomboides omnis, quãtò maior fuerit eius inflexio à ſuo altera parte longiore, & quantò inæqualiores fuerint eius contra ſe poſiti anguli.

Omnes Rhomborum, & Rhomboidum anguli sunt duo obtusi, & duo acuti: rectus autem nullus.

In Rhombis, & Rhomboidibus anguli duo, & duo contra se positi, sunt pares, & æquales: duo quidem obtusi, & duo acuti. Rectus enim angulus inest eis nullus.

Super datam lineam Rhomboidem describere.

Describe super datam lineam duos Scalenos triāgulos inter se æquales ex diuersa parte illius, qualescūque uolueris: quod quidem facile factu fuerit (quales sunt Scaleni A C B, & A B D) modò anguli eorum recti, si id acciderit, sint super eandē lineam ex diuersa parte illius, & in punctis extremis. Et ex his duob9 Scalenis fiet quadrangulus Rhomboides,

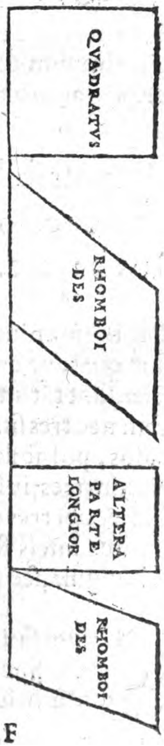


qualis est A C B D. Aliter id fiet hoc modo: super datam lineam, ut super lineam A C, describe duas æquidistantes, rectos angulos super eam non facientes: quales sunt lineæ A D & C B: & protende eas quantùm uolueris, quoad fuerint maiores linea data A C, & tamen inter se æquales: quas postea coniunge per lineam B D, & cōficiēs Rhomboidem quem quæris.

Omnes

Omnes parallelogrammi æqualium baſium & altitudinum, ſunt æquales.

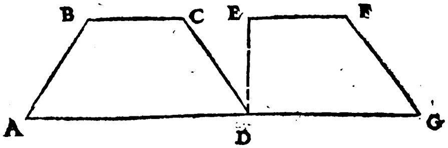
Parallelogrammi dicuntur, quicunque quadranguli ex lineis æquidiſtantibus conſtantur. Nam & quadrati, & altera parte longiores, & Rhombi, & Rhomboides, ob ſuarum coſtarum æquidiſtantiam, parallelogrammi uocantur. Impoſsibile eſt autẽ quadratum, & altera parte longiorem, & Rhombum eſſe parium baſium, & altitudinum. Solus Rhomboides non habet, ut cum ſingulis ipſis, ſed ſeorſum, & ſingillatim, in eadẽ altitudine, ſuper eandem baſim ſedeat, ſitque eis æqualis: ut præſens figura docet.



De Helmuaripha.

HElmuaripham, arabica & barbara uoce, Geometræ uocant quadrangulorum irregulariſsimum: de quo, ob eius inæqualitatem, uix ulla mentio, aut ſermo fit;

quales hîc geminos subscripsimus A B C D, & D E F G. Quorum alter duos obtusos obtinet angulos,



& duos acutos : reliquus rectos quidem duos, unum obtusum, & unum acutum : fitque eorum descriptio ab arbitrio scribentis, ob eorum irregularitatem.

Impossibile est Helmuaripham aut tres rectos, aut tres obtusos angulos habere.

Omnium enim quadrangulorũ, qualescunq; hi sint, quatuor anguli, cuiuscunque etiam sint speciei, sunt tãtùm quatuor rectis æquales. Quãobrem nec tres simul rectos, nec tres identidem obtusos, possibile est in Helmuaripha reperiri. Vbi enim tres insunt recti, ibi & quatuor recti insunt: & ubi tres obtusi, ibi necesse foret quinq; ad minus lineis figuram claudi: quæ iam non quadrangula, sed pentagona fieret.

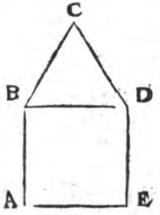
De Pentagono.

NOtum satis quid pentagonus est. Et quanquam sint eius species cõplures, tamẽ de tantùm duabus prçcipuis loquemur. De, scilicet,

ſcilicet, regulari pentagono, & de irregulari eo, qui fit ex regulari quadrato & Iſopleuro eidem ſuperimpoſito.

Si ſuper quadratum conſtiterit ei collateralis Iſopleurus, ex eis fiet pẽtagonus æqualiũ quidem laterum; ſed inæqualium angulorum.

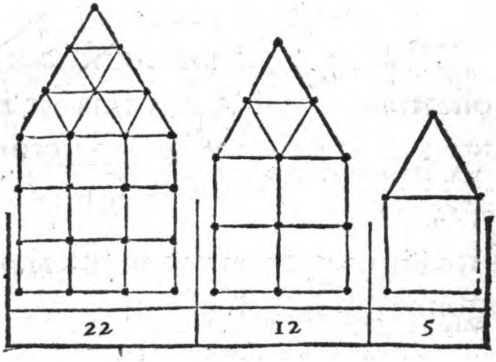
Qualis eſt pentagonus A B C D E, laterum quidem æqualiũ; ſed inæqualium angulorũ. Nam duo eius anguli ad baſim, ſunt recti: duo medij, obtuſi: & ſupremus eius angulus, acutus. Qui quanquam cõſtet ex regularibus figuris quadrato & Iſopleuro, tamen ob angulorum inæqualitatẽ, irregularibus figuris nimirum uenit adſcribendus.



Arithmetici pentagoni, ut prædicto pentagono conſimiles, ſunt irregulares.

Arithmetici ſuos quidem pẽtagonos ex quadratis & trigonis proximè minoribus conficiũt: uti ex quaternario, & monade: ex nouenario, &

ternario: ex ſextodecimo, & ſenario: & ita deinceps. Quales ſunt, quos hîc per unitates digeſsi-



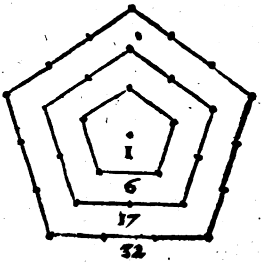
mus. Qui, licet laterum æqualitatem obſeruent, ab angulorũ tamen æqualitate deficiunt. Quamobrem hi ueraciter regulares non ſunt: quippe prædicto nuper pẽtagono diſsimillimi, & meritò à diſciplinis reiiciendi.

Regulares pentagonos arithmeticos inuenire, & conſcribere.

Regulares arithmetici pentagoni laterum & angulorum æqualitatem obſeruant. Et hi conſcribi debent per ſuas unitates inter ſe æquidiſtantes, præſidio circuli, aut præſidio regularis geometrici pentagoni. Omnes enim regulares pentagoni arithmetici fiunt ex unitate, & aſsi-

duis

duis quinarij multiplicibus unitati, quæ centri ſitum teneat, circumpoſitis. Qualis eſt, qui hîc deſcriptus uidetur, ſeruãs tam angulorum, quàm laterum æqualitatem.

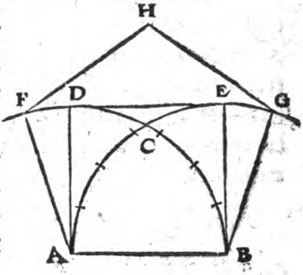


Arithmeticus pentagonus uerus, abſque geometrico regulari pẽtagono ritè deſcribi nequit.

Nam in ſeruanda unitatum æquidiſtantia, & æqualitate uera, neceſſarium eſt linearum obſeruare menſuram: abſque qua in pingendis unitatibus æqualis ſitus obſeruari ritè nequit. Indiget igitur arithmeticus pentagonus geometrici regularis pentagoni præſidio.

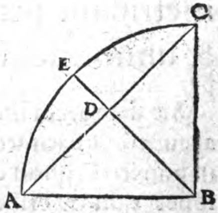
Super datam rectam lineam geometricum pentagonum regularem & uniformem deſcribere.

Sit data recta linea A B: duco ſuper eam duos arcus eius quãtitate quãtumlibet, ſe interſecãtes in puncto C, quod erit caput & uertex Iſopleuri ſuper eam deſcribendi: duco perpendiculares duas super eam A D, & B E, quæ conficient super eam quadratũ A D E B: diuido exinde singulos arcus A E, & B D, qui sunt quadrantes, & arcus rectorum angulorum, in quinque partes æquales: & ultra puncta D, & E, sumo mensuram unius quintæ, usque ad puncta F, & G. Et produco lineas A F, & B G, quæ super datam lineam angulos regularis pentagoni conscribent: quibus habitis facilè est residuum complere pentagonum, si positis circini pedibus super puncta F & G, per quantitatẽ lineæ A B, scribas duos arcus: qui ubi se secuerint, uti in puncto H, ibi erit uertex petiti pentagoni, quẽ ductis lineis F H, & H G cõplebis.



Angulum rectum in duo æqualia diuidere.

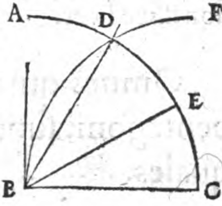
Quia rectus angulus species est & metrum omniũ regularium angulorũ, ideo ante eorum notitiam, præmittenda est recti anguli in quotlibet partes ęquales diuisio. Sit rectus angulus



A B C in duo dispartiendus. Fac cumprimis utraque eius latera æqualia, & subtẽde eidem basim A C, aut arcum quadrãtis A E C: diuide basim A C, per æqualia, in puncto D: protende lineam B D E. Hæc diuidet & arcũ A C E, qui est arcus quadrãtis circuli, & totum angulum A B C per medium diducet.

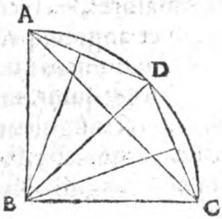
Angulum rectum in tria æqualia diuidere.

Sit, ut prius, angulus rectus A B C: protendo in eo arcus duos A D C, & B D F æquales, se secantes in puncto D. Erit arcus A D tertia pars quadrantis A D E C. Secundum quem diuide quadrantem A D E C productis lineis B D, & B E. Et erit angulus totus in tria diuisus.



Angulum rectum in quatuor partes æquales diuidere.

Diuide illum cũprimis per medium, ut prius, in puncto D, per lineam B D, & arcum A D C: deinde subtẽde rectas A D, & D C: quas diuide singulas per mediũ.



Sic erit rectus angulus A B C, in quatuor angulos diuisus.

Rectum angulũ in quinque partes æquales diuidere.

Hæc propositio præsenti pentagonorũ negotio seruit: sed nondum inuenta est ars, & scientia conficiendi id, quod postulat. Quod cùm ab aliquo inuentum fuerit, facillimum factu erit, & super datam rectam lineam, & in quolibet etiam circulo, regularem pentagonum conscribere: quod hactenus, ob eius propositi ignorantiam, non illico licet.

Omnes quinque anguli cuiusuis pentagoni, sunt sex rectis angulis æquales.

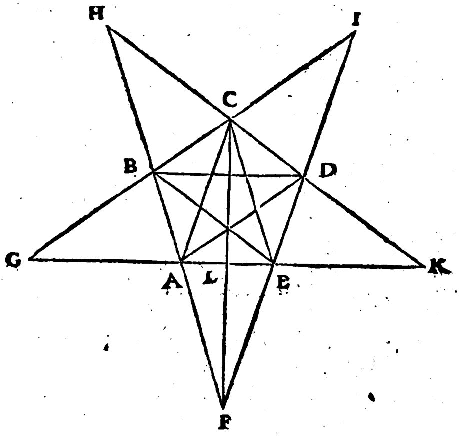
Omnium trigonorum interiores tres anguli sunt duobus rectis æquales. Quadrangulorum omnes anguli sunt quatuor rectis æqui. Pẽtagonorum quinque anguli, quippe iam obtusi, & rectis maiores, sex rectis sunt pares. Quamobrem quilibet angulus pentagoni, ad angulũ rectum est sesquiquintus: ut sex ad quinque, continens eundem, & quintam illius partem. Ex diuisione igitur recti anguli in quinque partes æquales, si id inuentum esset, facillima est & prompta pentagonici anguli cõfectio. Quo habito, in prõptu

erit

erit cuilibet, ſuper datam lineam, regularem cõſtruere pentagonum.

De pentagono egrediente.

Cuiuſuis regularis pentagoni latera, quantumlibet forinſecus producta, egredientem pentagonum circa illum conficiunt.



Id quidem præſens figura docet: in qua productis quantũlibet regularis pentagoni A B C D E lateribus, ex eorum concurſu fit circa priorem pentagonum, pentagonus alius egredientiũ angulorum F,G,H,I,K,etiam æquiangulus, & æquilaterus. Quod quidem neque in triãgulis,neque in quadratis fieri poteſt: cùm producta quantũlibet eorũ latera,nuſquã forinſecus concurrant.

Angulus interior uniformis pentagoni,ad angulum pentagoni egredientis,eſt triplus.

Id manifeſtum eſt ex reſolutione angulorum interioris pẽtagoni. Nam productis in eo lineis A C,& E C,fiet angulus A C E interior,æqualis angulo A F E,in Rhombo A C F E. Atqui angulus B C D,qui eſt regularis,& uniformis pentagoni, eſt triplus ad angulum A C E: cũ per lineas A C,& E C ſit diuiſus in tres partes æquales. Ergo etiam idẽ angulus A C E,triplus erit ad angulum egredientem A F E.

Omnes quinque anguli egredientis pentagoni, ſunt tantùm duobus rectis angulis æquales.

Nam ſi quinque pentagonici anguli ęquipollent ſex rectis, utique tertia pars quinque pentagonicorum æquipollebit tertiæ parti ſex rectorum. At in pentagono quinque egredientes anguli ſunt tertia pars quinque uniformiũ angulo-

gulo-

gulorum. Ergo quinque egredientes anguli sunt duobus tantùm rectis pares & æquales.

Axis, siue cathetus egredientis pentagoni est duplus ad axem pentagoni uniformis.

Resume ante oculos figuram precedentem, & extende in ea lineam C L F. Hæc erit axis, siue cathetus totius egredientis pentagoni, quę erit dupla ad lineam C L axem pentagoni uniformis diuidentem illum per medium. Nam triangulus interior A C E, æquus erit forinseco triangulo A F E. Ex quibus fit Rhomboides A C E F.

Si super basim uniformis pentagoni, duæ rectæ ad illius uerticem extendantur, hæ triangulum intra pentagonum conficient: cuius singuli ad basim anguli, ad angulū uerticis erunt dupli.

Vt in superiore figura anguli C A E, & C E A, super basim A E, in triangulo A C E confecti, singuli sunt dupli ad angulum uerticis A C E. Quod quidem manifestè intueberis, productis lineis A D, & E B: quæ singulos eorū per medium partientur. Quorum singulę medietates erũt æquales angulo uerticis A C E, qui est tertia pars totius pentagonici anguli A C E.

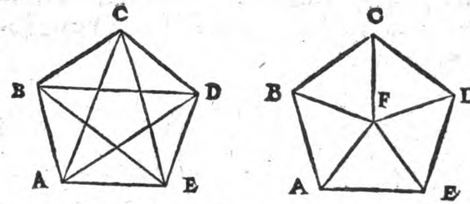
Si angulo regularis & uniformis pentagoni basis subtendatur, angulus apicis, ad singulos basis angulos erit triplus.

Vt in præcedente figura, angulus B C D, qui est uerticalis, & apicis angulus, triplex est ad singulos angulorũ C B D, & C D B, qui sunt ad basim trianguli B C D: cuius uerticalis angulus B C D, est angulus regularis & uniformis pentagoni.

In omni regulari & uniformi pẽtagono, productis quibuslibet interioribus lineis, tres fiunt triangulorum species, angulis differentes.

Sint duo cõsimiles pentagoni A B C D E: duco in primo lineas omnes ab angulis in angulos: manifestum est ab his duas species confici triangulorum. Nam triãgulus B C D, alius est à triangulo A C E. In triangulo enim B C D, angulus uerticis triplus est ad angulos basiũ C B D, & C D B. In triangulo autem A C E contrà, anguli basiũ C A E,

&



& C E A, dupli ſunt ad angulum uerticis A C E. In alio autem pentagono, in quo lineæ omnes ab angulis, ad illius centrum protenduntur, ut ad punctum F, fiunt quinque pares trianguli Iſoſcelij: quorum quinque anguli, qui ad cẽtrum fiũt, ſinguli ad angulos baſium ſunt ut quatuor ad tria: id eſt, in proportione ſeſquitertia. Ad quos omnes rectus angulus eſt ut quinque. Totius autem pentagoni quinque anguli ſinguli, ſunt ut ſex. Quamobrem anguli quinque ad cẽtrum facti ſinguli, ſunt æquales angulis C A E, & C E A factis ad baſim trianguli A C E.

Omniũ angulorum in pentagono confectorum numeros deſignare.

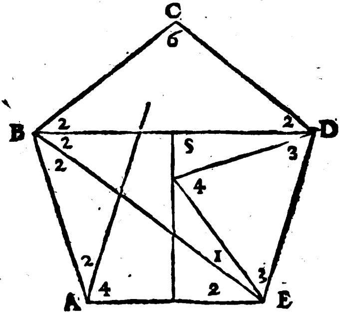
Angulus totius pentagoni, ut B C D, ad angulum rectum eſt ut ſex ad quinque.

Idem ad ſingulos angulorũ C B D, & C D B, ut ſex ad duo: nam triplus.

Idem ad angulos C A E, & C E A, qui ſunt ad baſim trianguli A C E, eſt ut ſex ad quatuor.

Idem etiam ad angulos ad pentagoni centrum confectos, ut ſex ad quatuor.

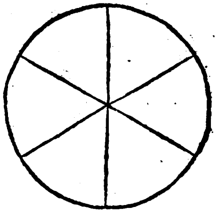
Idem postremò ad angulos F B A, & F A B, & alios consimiles, ut sex ad tria. Et hi quidē numeri in angulis præsentis pentagoni, in triãgulos resoluti, scripti uisuntur.



De Hexagono.

Circuli semidiameter in sex partes æquales eius circumferētiam dispartitur.

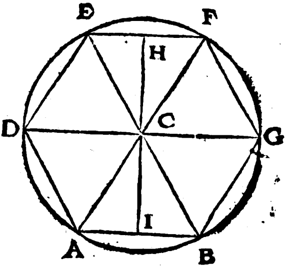
Hæc est notior, quàm ut ulla expositione indigeat. Nulla est enim uniformiũ, & regularium figurarum, quæ sit tã propinqua, & cõsentanea circulo, ut Hexagonus est, cùm sit ambarũ semidiameter una.



Super datam rectam lineam Hexagonum regularem & uniformē describere.

Sit data recta linea A B. Describo super eam, secundum

ſecundum præcedentium doctrinam, Iſopleurũ A C B, cuius uertex ſit C, quo centro ſcribo, ſecũdum quantitatem linearũ C A, & C B, circulum: quem lõgitudine ſemidiametrorũ C A & C B, diuido in ſex partes æquales, & pũctis diuiſionum coniunctis, perficio petitum Hexagonum A D E F G B, ſuper datam lineam A B confectum.



Angulus regularis Hexagoni eſt duplus ad angulum ſui Iſopleuri.

Vt in præcedente figura angulus A D E, duplus eſt ad angulos A D C, & C D E: qui ſunt anguli Iſopleurici. Et ita de cæteris dic.

Diameter regularis Hexagoni eſt ad eius latus dupla.

Vt linea A F, quæ eſt totius præmiſsi Hexagoni diameter, dupla eſt ad ſingulas eius coſtas ſemidiametro circuli pares.

Cathetus Hexagoni duplus eſt ad cathetum ſui Iſopleuri.

Vt in præcedente figura, linea H C I, quæ est cathetus hexagoni diuidens illum per medium, dupla est ad lineam C I cathetum Isopleuri A C B. Et ita in cæteris dic.

Omnes anguli cuiuslibet Hexagoni sunt octo rectis angulis æqui.

Per assiduam numerorum parium seriem, in regularibus figuris fit ab Isopleuro æqualitatis angulorum cum rectis angulis incrementum. Nam in triangulo tres anguli sunt duobus rectis æqui. In quadrangulo quolibet quatuor anguli, qualescunque hi sunt, sunt quatuor rectis æquales. In pẽtagono omni quinque anguli sex rectis æquipollent. In omni hexagono sex anguli sunt octo rectis pares. Et ita per singularũ figurarum species proficiscere.

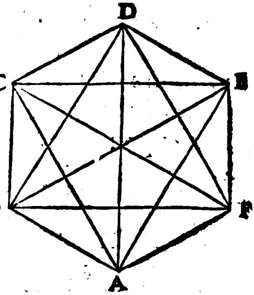
Angulus regularis Hexagoni ad angulum rectum, est ut octo ad sex.

Nam si sex anguli hexagonici sunt octo rectis æqui, utique ea est proportio anguli hexagonici ad rectum angulum, quæ octonarij ad senarium: quam sesquitertiam arithmetici uocare solent.

Omnes lineæ in Hexagonis ab angulis

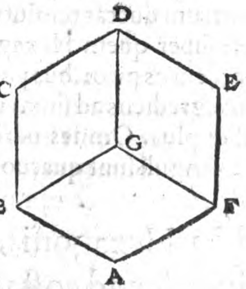
gulis in angulos productæ, creãt aut Iſopleuros, aut Iſopleuris æquales.

Vt in præſenti Hexagono conſpicari licet per lineas reſoluto. Nam triãguli B D F, & C A E ſunt pares & æquales Iſopleuri. Et eodem modo de minoribus triãgulis dic, qui ſunt aut Iſopleuri, aut pares Iſopleuris: ut triãgulus A B C, qui, quãquam nõ ſit Iſopleurus, eſt tamen æqualis uni Iſopleuro.



Hexagonũ omnẽ in tres Rhombos æquales reſoluere.

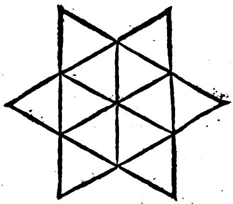
Præſens figura id apertè docet. Tribus enim tantùm lineis B G, D G, & F G ad centrum ductis, reſoluta eſt totius Hexagoni area in tres Rhombos æquales: quorũ quilibet eſt duob⁹ Iſopleuris par. Singuli enim Rhom-



G

bi ex geminis Isopleuris constant.

Omnes costæ cuiussuis Hexagoni, quantũlibet foras extentæ, egredientiũ angulorũ Hexagonum cõficiunt.



Id figura præsens docet, nec id latiore indiget expositione.

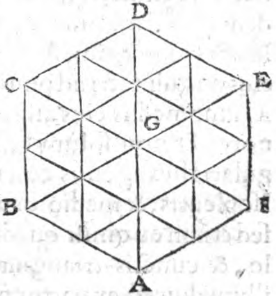
Hexagonus egrediẽtium angulorum, ad suũ uniformem Hexagonum est duplus.

Nam, ut prior figura patẽtius insinuat, Hexagonus uniformis per lineas ab angulis ad eius centrum ductas resolutus constat ex sex Isopleuris: super quem Hexagonus egrediens alios sex Isopleuros prioribus pares addit. Ergo Hexagonus egrediens ad suum uniformem Hexagonum est duplus. Omnes uerò extremi & egredientes eius anguli sunt quatuor rectis æquales.

In Hexagonis, qualis est proportio costæ ad costam, talis est & diametrorum,

metrorum,& cathetorũ adinuicem. At proportio totius areæ unius,ad aream alterius,eſt ad eam proportionem dupla.

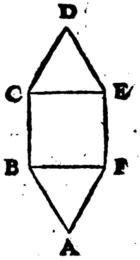
Hæc propoſitio eodẽ prorſus modo ſe habet in omni regulariũ figurarum ſpecie: ſicuti in trigonis,& in quadratis docuim⁹. Nec hîc reſumi eius explanatio eget,quę facilè à figuris ad oculũ cõfectis emẽdicari poteſt. Quia enim totius Hexagoni A B C D E F diameter A D dupla eſt ad diametrum A G minoris Hexagoni, & coſta etiam illius dupla ad coſtam minoris: ideo & uniuerſa maioris circumferentia dupla eſt ad circũferentiam minoris, & uniuerſa maioris area quadrupla ad minoris aream. Nam minor Hexagonus A G conſtat ex tantũ ſex paribus Iſopleuris: maior autem quatuor & uiginti Iſopleuros cõprehendit. Ergo ad minorem Hexagonum quadruplus eſt. Quadrupla autem proportio dupla eſt ad duplã: ut ſæpenumero in ſuperioribus proſecuti ſumus.



De Hexagono irregulari.

Si duo æquales Isopleuri super quadratum eis æquilaterum, ex diuersa illius parte constiterint, Hexagonum irregularẽ conficient, æquilaterum quidem, sed minimè æquiangulum.

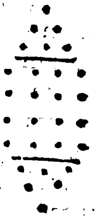
Talis est præsens hexagonus: quem duo Isopleuri super medium quadratum sedentes conflãt. Hic enim æquilaterus quidem est, sed minimè æquiangulus. Extremi enim, & uerticales eius anguli facti ad puncta D, & A, sunt mediis eius angulis minores. Et non solùm talis irregularis hexagonus cõflatur ex Isopleuris, & medio quadrato: sed etiam ex omni quadrangulo, & cunctis triangulis super illum diuersa ex parte considẽtibus. Sed de illis, propter eorũ irregularitatem, Geometræ tacẽt.



Arithmetici Hexagoni ut plurimùm sunt irregulares, & inæqualiũ angulorum.

Nam ut plurimùm hi similes sunt irregulari hexago-

hexagono nuper à nobis confecto ex duobus, inquam, Isopleuris, & medio quadrato proximè maiori, qualem hîc confecimus, quem Arithmetici quartum hexagonum uocant, confectum ex quarto quadrato, id est ex numero 16, & duobus proximè minoribus trigonis, id est ex duobus senariis, quorum quilibet inter trigonos est ordine secundus.

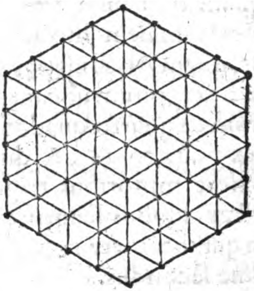


Arithmetici Hexagoni similes geometricis Hexagonis, cæteris sunt præstantiores, ut potè æquilateri, & æquianguli.

Duplex enim æqualitas, uti angulorum, & laterum, potior est simplici æqualitate laterum.

Arithmeticos Hexagonos ueros, id est æquilateros, & æquiangulos, seruata suarum unitatum æqualitate describere.

Describo hexagonum regularem, atque uniformem. Diuido singulas eius costas in quotlibet partes æquales uoluero, & à punctis singularũ diuisionum, ad opposita undecũque cæterarum diuisionũ puncta, rectas lineas produco sese compluribus in locis in medio intersecantes, omniúmque diuisionũ tam mediarum, quàm extremarum puncta nigris lituris designo, ut præsens figura ostẽdit: quas dico conficere arithmeticum hexagonum in sua specie talem, ac tantum, quot sunt in singulis costis designatæ nigro lituræ. Hic enim, quem pinximus, costas quidem singulas habet quaternario diuisas: sed quia quinque lituras, & puncta nigra singulæ costę gerunt, ideo apud Arithmeticũ hic erit quintus ordine hexagonus, constans ex numero supra sexagesimum primo.



Verorum Hexagonorum numeri constãt ex senario, & asiduis senarij multiplicibus ab unitate collectis.

Vt tabula præsens ostendit.

Senarii multiplices.	1	6	12	18	24	30	36	42
Arithmetici hexagoni.	1	7	19	37	61	91	127	169

Omnium uerorum Hexagonorũ numeri ſunt impares.

Nam aut ſenario, aut ſenarij multiplicibus aſſiduè ſola unitate maiores. Ergo cuncti impares.

Dato arithmetici Hexagoni ueri latere, eius diametrum reperire.

Sume numerum duplo dati lateris uno minorem; & hic erit petitus diametri numerus. Vt ſi latus eſt quatuor, erit ſeptenarius diametri numerus.

Vnde manifeſtum eſt cuiuſlibet regularis Hexagoni diametrum eſſe numerum imparem, duplo lateris eius ſola unitate minorem.

Hæc propoſitio manifeſta eſt illico ex præcedente: omnis enim numerus, qui duplo numeri alterius eſt unitate minor, neceſſariò eſt impar.

Ex dato latere arithmetici regularis Hexagoni totius ſummam reperire.

Duc dati lateris numerũ in ſeipſum, & in numerum eo proximè minorem, ipſúmque proximè minorẽ rurſum in ſeipſum: & ex tribus productis numeris petita totius regularis hexagoni ſumma conſurget.

Vnde manifeſtum eſt, omnẽ arithmeticum regularem Hexagonum ex duobus proximis quadratis, & altera parte longiore medio eorũ proportionali conflari.

Vt quintus arithmeticus hexagonus, quem paulò ſuprà conſcripſimus, cõſtat ex numero 25 quinto quadrato, & ex 16 quadratorum quarto, & ex numero 20 quarto altera parte longiore, medio eorum proportionali. Qui quidem tres iuncti numerum efficiunt 61 quintum regularem hexagonum. Et hæc ex tabula præſenti dilucеſcunt.

0	1	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36	42	49	

1	7	19	37	61	91	127

De Heptagono.

HEptagonus, eſt figura ſeptem lateribus atque angulis circunſepta. Quę ſi ſunt ęqualia, regularis erit: ſi inæqualia, irregularis atque deformis.

Ars & ſcientia Heptagoni ueri, aut in dato circulo, aut ſupra deſignatam lineam deſcribendi, inuenta eſt ac demonſtrata à nemine.

Memoratur enim nemo eam artē tradidiſſe, qualiter aut in dato circulo, aut ſupra quamlibet lineam liceat regularem heptagonum deſcribere. Quod quidem facilè per proportionem recti anguli, ad angulum heptagoni, adinueniri poſſet: modò liceret inuenta arte rectum angulum in quotlibet æquales angulos diuidere.

Omnes anguli regularis Heptagoni ſunt decem rectis angulis æquales.

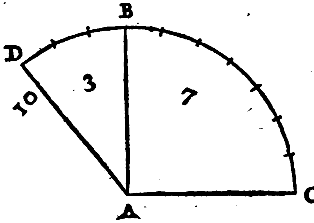
Superius poſita eſt lex angulorum regulariū figurarum, qualiter hi ſeſe habeant ad angulum rectum, aſsiduo duorum rectorum incremento. In triangulis, tres ſunt rectis duobus æquales: in quadratis, quatuor æquipollent rectis bigeminis: in pentagonis, anguli quinque mensuram sex rectorum implent: in hexagonis, sex æquipollent octo: in heptagonis, septem anguli decem rectis sunt æquales: & ita deinceps.

Angulus regularis Heptagoni, ad angulum rectum, est ut decem ad septem.

Nam si in Heptagono septem anguli decem rectos æquipollēt, utiq; unus heptagoni angulus, ad rectū angulū, est uelut decē ad septem.

Si nota esset, & adinuēta recti anguli in septem partes æquales diuisio, esset & facilis regularis Heptagoni supra datam lineam constitutio.

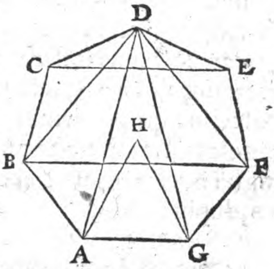
Ignorantia unius causa est ignorantiæ alterius. Nam quisquis rectū angulū in septem partes secare nouerit, is adiectione trium partiū, facilè ex angulo recto, angulum regularis heptagoni conficiet: uti fecimus ex angulo recto



BAC:

B A C: quo in ſeptem partes æquales caſu diuiſo, adiectione trium partium, per arcum D B, confecimus angulum D A C regularis heptagoni: quo habito facilè eſt reſiduum heptagonū ſupra datam lineam A B deſcribere.

In omni Heptagono uero per lineas intrinſecus productas, quatuor uarij trianguli Iſoſcelij conſurgunt.



Sit ope circuli qualitercūque factus heptagonus A B C D E F G: cuius centrum H. Produco cumprimis lineas A H, & G H, quæ conficient triangulū Iſoſceliū A H G. Deinde produco lineas A D, & G D, quæ cōficiēt triangulum etiam Iſoſcelem A D G. Deinde productis tribus lineis B F, ut baſi, B D, & F D, fiet alius Iſoſcelius B D F. Poſtremò producta linea C E, fiet etiam Iſoſcelius C D E, à prioribus & coſtis & angulis diuerſus.

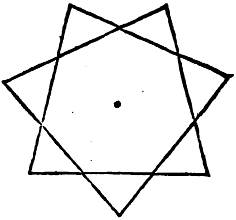
Prædictorum triangulorū Iſoſceliū differentias angulorū explanare.

Prædicti Isoscelij & lateribus differunt, & angulis. In triãgulo cũprimis superiore C D E, uerticalis angulus C D E, ad singulos suæ basis angulos, ut resolutio eius docet, est quincuplus. In triangulo medio B D F, uerticalis angulus B D F, ad singulos basis angulos, id est ad D B F, & D F B, sesquialter, id est ut 3 ad 2 esse comprobatur. In triangulo porrò A D G, angulus A D G, ad angulos D A G, & D G A, est subtriplus, ut ex inferiorum resolutione apparebit. At inferioris trianguli A H G, angulus A H G, ad centrum totius heptagoni factus, ad angulos suæ basis, est ut 4 ad 5. Anguli enim H A G, & H G A, ad eundem sunt, ut 5 ad 4, id est sesquiquinti. Est & in toto heptagono alius quidam scalenus differens à prædictis quatuor, ut triangulus B D A, uel F D G, qui est scalenus, nõ Isoscelius: quippe trium inæqualium laterum, & angulorum: in quo angulus B D A, medietas est anguli D A B. Angulus uerò D B A, ad angulum D A B, duplus existit.

Cuiuslibet regularis Heptagoni latera forinsecus usque ad eorũ concurrentiam producta, Heptagonum egredientium angulorum circa eundem conficiunt.

Id figura præsens ostendit: in qua per laterum ad concurrentiam usque productionem, fiunt super

ſuper latera totius interioris heptagoni, ſeptem trianguli: qui cũ interiore heptagono, egredientiùm angulorum heptagonum cõficiunt.



Omnes prædicti egredientis Heptagoni extremi anguli, ſunt ſex rectis æquales.

In pentagono egrediente, extremi omnes anguli ſunt tantùm duobus rectis æquales. In hexagono egrediente, extremi ſex anguli quatuor rectis æquipollent. In heptagono primo egrediente, extremi ſeptẽ anguli ſex rectis æquipollent. Fit enim aſsiduè in egredientibus figuris duorum rectorum in extremis earum angulis incrementum.

Rectus angulus, ad quemlibet angulum primò egrediuntis Heptagoni, eſt ut ſeptem ad ſex.

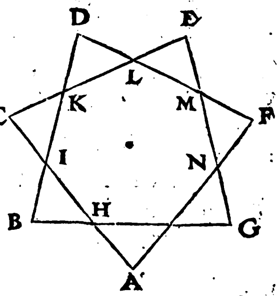
Hæc illico eſt ex præcedente manifeſta. Nam ſi ſex recti ſunt æqui ſeptem egredientibus angulis, utique rectus quilibet, ad egredientẽ quẽlibet, est ut septem ad sex.

Angulus uniformis Heptagoni, ad angulum sui primò egredientis Heptagoni, est ut decem ad sex.

Nam angulus uniformis heptagoni, ad angulum rectum, est ut decem ad septem. Et angulus rectus, ad angulum egredientis heptagoni, est ut septem ad sex. Ergo angulus uniformis ad egredientem, est ut decem ad sex.

In singulis triangulis primò egredientis Heptagoni, angulus uerticis ad singulos basium angulos, est ut sex ad quatuor.

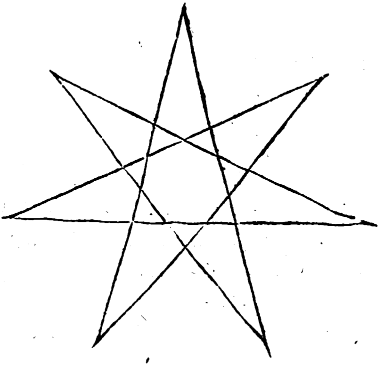
In pręsenti egrediẽte heptagono, singuli uerticales anguli egredientium triangulorum, ad angulos basium suarum, sunt ut sex ad quatuor. Quod facilè est demonstrare hoc pacto. In triãgulo paruo C K I, tres anguli



guli sunt duobus rectis æquales. At angulus uerticalis c, ad angulum heptagoni, est ut sex ad decem, & ad angulum rectum, ut sex ad septem. Ergo reliqui duo ad basim, scilicet K, & I, singuli sunt ut quatuor: ambo uerò simul ut octo. Nam octo & sex sunt quatuordecim, cui numero in ratione heptagoni, ęquipollent duo recti. Et eodem modo de reliquis forinsecis triangulis dic.

Si latera omnia primò egredientis Heptagoni quãtumlibet fuerint forinsecus protensa, aliũ longè plus egredientem Heptagonũ circa priorem conficient.

Vt ex præsenti figura contemplari ad oculũ licet. In qua productis forinsecus primi egrediē-



tis heptagoni lateribus, fit alter multò plus egrediẽtium angulorum heptagonus. Cuius extremi anguli angulis prioris egredientis erunt longè minores, & acutiores: quos, qui productis lineis copulare & connectere uoluerit, conficiet iterum circa priorem alium uniformem heptagonum.

Omnes ſeptem anguli ultimi egredientis Heptagoni ſunt tantùm duobus rectis æquales.

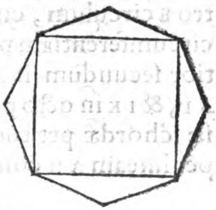
Id quidem etiam eſt commune, & ſpeciale cunctis regularibus heptagonis egredientium angulorum, ut omnes forinſeci, & egredientes eorum anguli ſimul ſumpti non excedant duorum rectorum menſuram. Quãtò enim interior uniformis figura plurium eſt, & latiorum angulorum, tantò egredientes eius anguli ſunt acutiores, & minores: ut ab æqualitate duorum rectorum nequaquam deſciſcant.

De Octogono.

DE Octogono Geometræ uel nulla, uel pauciſsima loquuntur: qui etiam neque de heptagono latum ſermonem faciũt. Poſt enim exhibitam quadratorum ſcientiam, facilè eſt octogonorum artem nanciſci. Quandoquidem octogonus ſit uelut duplicatio, & cõgeminatio

natio quædam quadrati: ſicuti & octonarius ad quaternarium duplus exiſtit: ſicuti etiam hexagonus uerus ad Iſopleurum duplus.

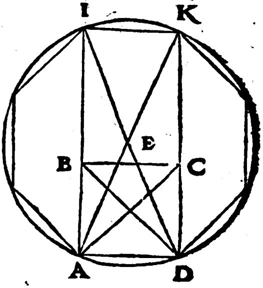
Angulus regularis Octogoni, ad angulum rectum, eſt ſeſquialter, & ut duodecim ad octo.



Anguli regularium figurarum, in proportione ad angulum rectum, aſsiduè duobus excreſcunt. Angulus heptagoni, ad rectũ angulũ, erat ut 10 ad 7. Quãobrem angulus regularis octogoni, ad rectum angulum, erit ut 12 ad 8. quam quidem proportionẽ arithmetici ſeſquialteram uocant.

Super datam rectam lineam regularem Octogonum æquilaterum, & æquiangulum deſcribere.

Sit data recta linea A D. Erigo ſuper eam quadratum A B C D: in quo produco duas diametros A C, & B D. Et extendo eius coſtas A B, & D C in lõgum quantùm uoluero: in quibus ſumo menſuras duarum diametrorum, in punctis I & K, ita ut lineæ B I, & C K ſint æquales diametris A C, & B D. Et produco lineam I K æqualem datæ lineæ A D. Et in confecto parallelogrammo A I K D, extendo duas diametros A K, & D I ſeſe interſecãtes in pũcto E. Hoc enim erit cẽtrum circuli petito octogono circunſcribendi. Deſcribo igitur ſuper cẽtro E circulum, cuius circumferentiam partior ſecundum lineas

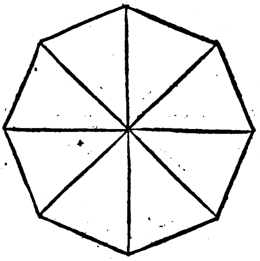


A D, & I K in octo partes æquales: quibus ſubmiſſæ chordæ petitum perficient octogonum ſuper lineam A D confectum.

Reſoluto ſuper centri apicem in octo æquales triangulos quolibet Octogono, uerticales eorum anguli ad centrum facti erunt ſinguli medietas recti unius: cæteri uerò anguli ad baſes triangulorum confecti erũt ſinguli ut medietas, & quarta pars recti unius.

Vt figura præſens docet: in qua reſolutus eſt per

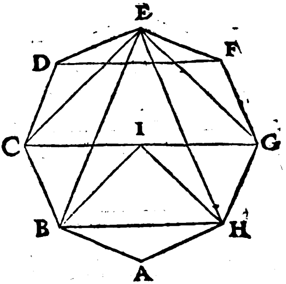
per quatuor diametros octogonus in octo Isoscelios inter se æquales, quorũ qui sunt ad totius centrũ anguli, medietates rectorum sunt: qui autẽ ad basim, erunt singuli ut medietas, & quarta pars recti unius.



Quamobrem hi ad illos sunt ut sex ad quatuor, in proportione hemiolia.

In omni Octogono protensis intra eum quibusuis lineis, fiunt quinque species Isosceliorum.

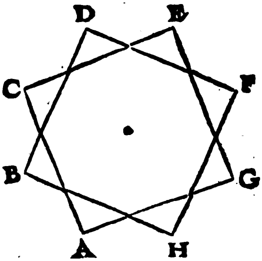
Cumprimis in octogono omni, iuxta præcedentis resolutionem, fiunt ad illius centrum & bases octo æquales Isoscelij: quales in præsenti octogono sunt trianguli B I C, & H I G. Deinde producta linea B H, ut basi, fit ad totius centrum triangulus B I H, cui⁹ uerticalis angulus B I H, quippe rectus, ad singulos suæ basis angulos, qui sunt medietates rectorum,



eſt duplus. Deinde producta diametro c g, fit triangulus c e g, cuius ſuperior angulus, qui etiã rectus eſt, ad angulos ſuarum baſiũ, quippe medietates rectorum, eſt duplus. Conſiderandus etiam eſt triangulus b e h, cuius uerticalis angulus, qui eſt recti medietas, ad ſuæ baſis angulos eſt ſubſeſquialter, id eſt ut duo ad tria. Poſtremò producta linea d f, fit triangulus d e f, cuius apicis angulus ad angulos baſium eſt ſeſcuplus, & ut ſex ad unum.

In omni Octogono, productis forinſecus duobus, & duobus eius lateribus uno diſtantibus, fit circa eum egredientium angulorum Octogonus, quẽ primò egrediẽtẽ uocamus.

Id figura præſens docet: in qua productis eius lateribus tertio loco diſtantibus, fit circa interiorem octogonus egredientium angulorum, quẽ primò, & minus egredientem Geometræ appellant.



Omnes citeriores anguli primò egre-

egredientis Octogoni sunt recti.

Id facile est ostenderè: cùm totus egrediens octogonus fiat ex duobus quadratis A C E G, & B D F H, quorum omnes anguli sunt recti.

Protensis omnibus primò egredientis Octogoni lateribus, fiet circa eundem alius egredientium angulorum Octogonus, longè priore amplior, & acutiorum angulorum.

Vt in præsenti octogono uidere est: in quo fit ultima, & suprema laterum concurrentia, quæ circa primò, & minus egredientem octogonum conflat octogonum alium longè plus egredientem, & acutiorum angulorum. Interioris enim & primò egredientis octogoni omnes octo anguli sunt recti. Ast maioris octogoni secundò egredientis omnes anguli sunt tantùm quatuor rectis æquales. Singuli quippe eorum sunt medietates rectorum. Quod facilè poterit intueri quisquis apices & uer-

tices extremorum angulorum rectis lineis connectere uoluerit, quæ circa supremum egredientem, alium longè ampliorem octogonum complecterentur.

De regularibus figuris in genere.

In constitutione cuiuslibet regularis figuræ, rectus angulus secundũ numerum eam figuram denominantem est diuidendus.

Nam in constitutione Isopleuri diuidendus est rectus angulus in tria. In quadrato diuidẽdus quaternario. In pentagono diuidendus quinario. In hexagono diuidendus senario. In heptagono diuidendus septenario. Et ita deinceps seruata denominatione cuiuslibet figuræ.

Aequatio specialium omniũ cuiuslibet regularis figuræ angulorum cum angulo recto fit assiduo binarij incremento.

Nam tres anguli trigonorum omnium sunt duabus rectis æquales. Quatuor anguli quadrãgulorum omnium quatuor rectis æquipollent.

In

In pentagonis omnes quinque anguli ſex rectos æquant. Et ita deinceps.

Omnium ſpecialium angulorum rectus angulus eſt ſpecies, & metrũ.

Nam ex diuiſione recti anguli licet inuenire, & conſtituere ſuper datam lineam angulum ſpecialis cuiuſlibet regularis figuræ, ut iam ſæpius eſt oſtenſum: uti in tria, in quatuor, in quinque, in ſex, & ita deinceps.

Sciens rectum angulum in quotlibet æquales angulos diuidere, ſciet quàm facillimè ſuper datam rectam lineam omnem conſtituere regularem figuram.

Hæc ex præcedẽtibus manifeſta euadit. Quã obrem deſideratur & exigitur adinueniri recti anguli diuiſio in quotlibet angulos æquales, quã hactenus adinuenit nemo.

Recti anguli, cum ſpecialibus omnium regularium figurarum angulis, proportionem generatim declarare.

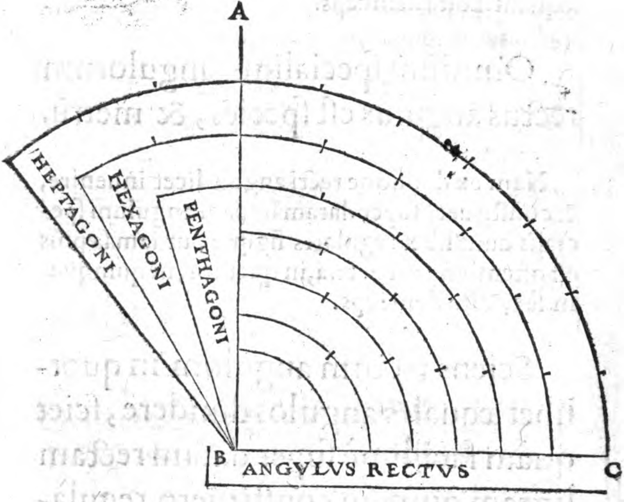


Figura præſens id ſatis inſinuat. In qua recto angulo A B C, ſubtenſi arcus uarij diuiſi ſunt in partes uarias, iuxta proportionem recti anguli, ad ſpeciales & proprios ſingularum regularium figurarum angulos. Nam diuiſo cumprimis recto angulo in tres partes æquales, detractione unius tertiæ, reſiduus fit angulus Iſopleuri: diuiſo uerò eodem in quatuor, nulla additione, nulláue ſubtractione, ſurgit angulus quadrati: diuiſo autem eo in quinque, per additionem unius quintæ, fit angulus pentagoni: diuiſo deinde eo in ſex, additione duarum ſextarum, angulus hexagoni conſurgit: diuiſo denique eo in ſeptem, additione

additione trium partium, angulus regularis heptagoni cõflatur: & ita deinceps. Quod quidem iterum ex ſequenti tabula liqueſcit.

Proportiones recti anguli ad angulos figurarũ.
Angulus Iſopleuri ad rectum, ut 2 ad 3.
Angulus quadrati ad rectum æqualis.
Angulus pentagoni ad rectum, ut 6 ad 5.
Angulus hexagoni ad rectum, ut 8 ad 6.
Angulus heptagoni ad rectũ, ut 10 ad 7.
Angulus octogoni ad rectum, ut 12 ad 8.
Et ita deinceps per duorũ rectorũ incremẽtũ.

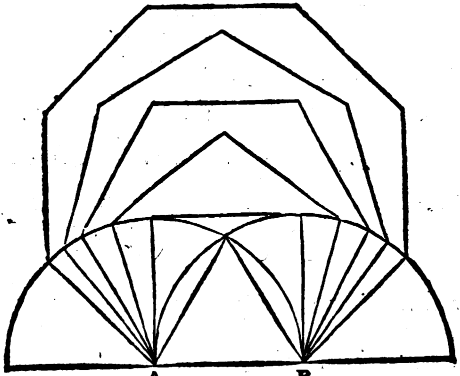
Omnium regularium figurarum quæ proportio coſtæ unius ad coſtã alterius, eadem eſt proportio diametri ad diametrum.

Hæc propoſitio ſuperius ſatis expreſſa eſt, dũ ſingillatim de ſingulis figuris ſumus locuti.

Omnium regularium figurarum proportio totius areæ unius ad areã alterius, ad proportionem coſtarum & diametrorum eſt duplicata.

De hac etiam ſatis admodum in ſuperioribus ſumus locuti.

Quotiens ſuper eandem rectam lineam multæ angulares figuræ deſcribuntur, hæ ſe quidem mutuò cōplectuntur: nec tamen aut ſe interſecant, aut ſe contingunt.

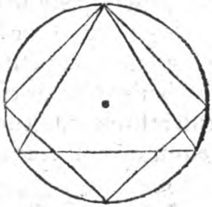


Vt præſens figura docet: in qua ſuper eandem rectam lineam A B, ſecundum doctrinam præcedentium, deſcriptæ uiſuntur ſex regulares figuræ, ſeinuicem quidem circumplectentes, nec tamen ſe mutuis lateribus interſecantes, nec ſe contingentes, niſi communitate punctorum A, & B: quia ſuper eandem lineam ſint conſtructæ.

Dato

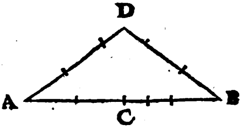
Dato eodem communi puncto, uelut centro, circum illud omnem regularem Polygoniã figuram conscribere.

Circa datum quoduis punctũ duc qualemcũque uolueris circulum,& in eo circulo conscribe imprimis Isopleurum, deinde quadratũ,hinc pẽtagonum, hexagonum, heptagonũ,& quantascunque uolueris figuras: & facilè consequêris intentum. Nam ex diuisione circumferentiæ circuli in quotlibet partes, ut in tres, in quatuor,in quinque,in sex, & ita deinceps, omnes in circulo regulares figuræ facilè conscribentur.



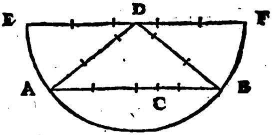
Super datam rectam lineam triangulum constituere, cuius superior angulus sit regularis pentagoni angulus ad singulos suæ basis angulos duplus.

Hanc propositionem à nobis recẽs excogitatam & adinuentam,& pẽtagonis regularibus super datam lineam cõficiendis seruientem, omittere & silentio præterire fas non fuit. Sit data recta linea A B: diuido illam in quatuor partes æquales; & sumo ex ea duas partes cum unius dimidia, uti lineã A C, & secundum mensuram lineæ A C, cõficio & erigo duo latera trianguli sibi occurrentia in puncto D, ita ut lineæ A D, & D B cõfecti totius trianguli latera, sint singulę ad basim A B, uelut duo cum dimidio ad quatuor. Dico superiorem angulum A D B esse ueri pentagoni angulum ad singulos suæ basis angulos triplũ. Quod cùm ex eius anguli resolutione, tum ex totius pentagoni perfectione agnoscere facilè est.



In confecto nuper triangulo, duo latera per semicirculum in lineam unam redacta erunt ad suam ipsorũ basim, ut quinque ad quatuor.

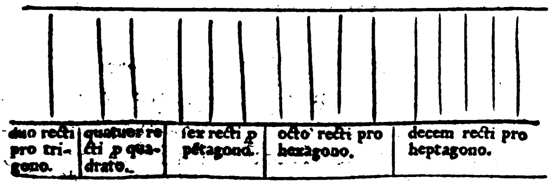
Fiat semicirculus in præmissa figura super cẽtrum D, secundum quantitatem linearum D A, & D B: & produco lineam E D F, quæ erit dupla ad singulas linearum D A, & D B. Quamobrem linea



nea E D F erit ut quinque: basis autem trianguli, id est linea A B, erit ut quatuor.

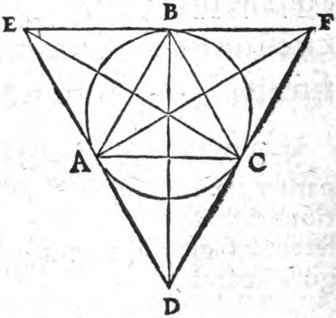
Continuè omnium regularium figurarum anguli sunt tot rectis æquales, quotquot rectos angulos rectæ lineæ singillatim super eandem rectam perpendiculariter incidentes conficiunt: uti cumprimis una, deinde duæ, postea tres, & ita deinceps.

Vna enim recta linea, super rectam unā perpēdiculariter insistens, duos patrat rectos angulos, quibus omnium triangulorum tres anguli æquipollent. Duæ rectę super eandē rectam perpendiculares, quatuor rectos conficiunt, quibus omnium quadrangulorum quatuor anguli sunt æquales. Tres uerò rectæ super unam perpendiculariter incidentes, sex rectos angulos cōstant, quibus omnium pentagonorum quinque anguli sunt pares. Et ita deinceps de cæterarum figurarum angulis dic.



De inſcriptionibus & circunſcriptionibus Polygoniarum figurarum erga circulum.

In dato circulo triangulum Iſopleurum deſcribere: necnon & illum circulo circunſcribere.

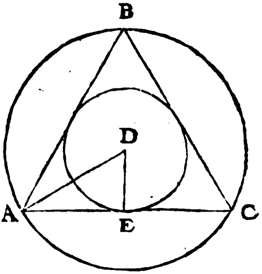


Res hæc factu quàm facillima eſt. Nam per circuli ſemidiametrũ diuiſa illius circumferentiâ in ſex partes æquales, facile eſt Iſopleurum circulo inſcribere: qualis eſt A B C. Et ex interiore Iſopleuro rurſum quàm facillimũ eſt alium eidem circulo circunſcribere Iſopleurum: qualis eſt Iſopleurus exterior D E F.

Dato Iſopleuro circulum inſcribere, & circunſcribere.

Hæc eſt tranſpoſita, & conuerſa præcedentis, & facilitatis eiuſdem. Habito enim ac deſignato Iſopleuri centro, ſecundum lineas D A, & D E, geminos duc circulos. Horũ maior Iſopleuro dato cir-

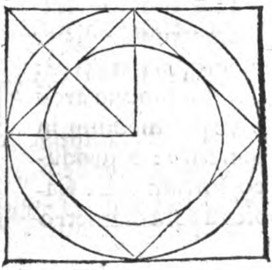
circũſcriptus erit, minor uerò inſcriptus eidem.



In circunſcriptione,& inſcriptione circulorum & Iſopleurorũ adinuicem, circunſcripti ad inſcriptũ,ſimilis ad ſimilem,proportio eſt quadrupla.

Nam duo circuli adinuicem, & duo Iſopleuri pariter, unus ad alium, quadrupla ſeſe proportione excellunt.Eorum uerò diametri & circũferentiæ ſunt in proportione dupla, ut eorum figuræ docent.

Et circulorũ quadrato, & quadratorum circulo circunſcriptiones & inſcriptiones cõſcribere.



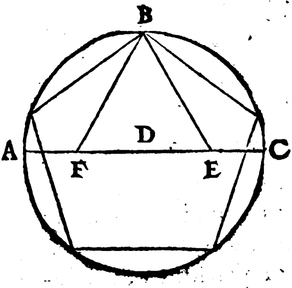
Id facile eſt factu per diametros & coſtas quadratorum: ut præſens figura docet. In qua ſunt duo quadrati medio distantes circulo, & duo identidem circuli medio distantes quadrato, mutuam inter se inuicem complentes circunscriptionem & inscriptionem.

In inscriptione & circunscriptione quadratorum, & circulorum dupla inter eiusdem speciei figuras proportio seruatur.

Id manifestè docet resolutio quadratorum in triãgulos. Et qualis proportio quadratorum inter se, talem necesse est & inter circulos proportionem reperiri.

In dato circulo regularem pentagonum inscribere.

Extendo in dato circulo diametrũ A D C: & diuido semidiametrum D C per mediũ, in puncto E: diuido quoque arcũ A B C per medium, in puncto B: & produco lineam B E. Capio in tota diametro

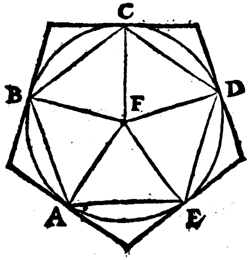


men-

mensuram lineæ B E, quæ sit E F: & produco lineam B F, quam dico esse uerum latus quæsiti pẽtagoni in circulo A B C describendi. Eius igitur quantitate diuide dati totius circuli circũferẽtiam, & consequeris intentum.

Circa datum circulum regularem pentagonum describere.

Secundum præcedentis doctrinam inscribe cumprimis dato circulo pẽtagonum A B C D E, & produc ab eius cẽtro F, ad singulos eius angulos rectas lineas totidem, super quas duc quinque perpẽdiculares à uerticibus angulorum, quæ concursu suo circa datum circulum cõficient regularẽ pentagonum dato circulo circunscriptum.



In dato pentagono, & circa eundẽ circulum describere.

Hæc est præcedentiũ transposita: cui quidem perficiundæ difficultatis est nihil, nec opus est figuram addere, quæ quàm facillimè ex præmisſis duabus præſumi & confici poteſt.

Omnium regularium figurarum circulo inſcriptarum, aut circunſcriptarum proportiones adinuicem exprimere.

Iſopleurorũ cumprimis omnium circũ eundẽ circulum conſiſtentium, aut duorum identidem circulorum eodem Iſopleuro diſtantium proportio eſt quadrupla. In quadratorum autem inſcriptionibus, & circunſcriptionibus, dupla eſt proportio conſimilium adinuicem figurarum. In pẽtagonis circulo inſcriptis, & circũſcriptis, ſeſquialtera proportio ſeruatur tam pẽtagonorum, quàm circulorum. In hexagonis ſeſquitertia. In heptagonis ſeſquiquarta. Et ita deinceps per omnem ſuperparticularium ſpeciem.

Quantò figuræ plurium ſunt angulorum, & laterum, tantò in earum inſcriptionibus, & circunſcriptionibus, minuitur earum proportio.

Id ex ſequenti tabula agnoſcere facilè eſt.

Inſcri-

Inſcriptiones, & circũſcriptiones figurarum.		
In Iſopleuris	proportio	dupla.
In quadratis	proportio	quadrupla.
In pentagonis	proportio	ſeſquialtera.
In hexagonis	proportio	ſeſquitertia.
In heptagonis	proportio	ſeſquiquarta.
Et ita deinceps in omni ſuperparticulari.		

Quantò figuræ ſunt plurium laterum, & angulorum, tantò hæ ſunt capaciores; & circulo uiciniores ac propiores.

Triangulus figura eſt omnium incapaciſsima: quia & pauciſsimorum laterum, & acutiorum angulorum. Quadrati ſunt quidem triãgulis capaciores, ſed pentagonis incapaciores: & ita deinceps dic.

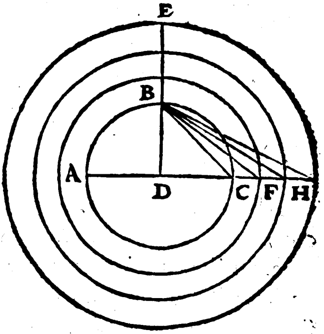
Circulus figura eſt omnium ſpecioſiſsima, & capaciſsima.

Anguli enim figurarum deformitatem illis, & capacitatis impedimentum ingerunt. Quamobrem nimirum ſi circulus, quippe expers angulorum ac deformitatũ, ſit & ſpecioſiſsima omnium figura, & meritò capaciſsima. Quam ideò Deus mundo rerum omnium capaci ingeſsit.

De multiplici proportione figurarum adinuicem.

Circulum quemlibet omni multiplici proportione augere, & minuere.

Qualiter dupla, & quadrupla proportione augendi sunt circuli, & minuendi, id satis constat ex præmissis. Nam circulos inter duos medius Isopleurus, eos, ut dictum est, quadrupla proportione distinguit. Medius autem inter eos inscriptione, & circũscriptione quadratus, dupla proportione ambos dispescit. Sed qualiter assidua multiplicitate hi augeantur, & minuantur, id nunc petitur. Sit circulus designatus A B C, cuius cẽtrum D. Extendo in eo quantumlibet diametrum A D C. Et super eam aliam perpẽdicularem semidiametrum etiam quãtumlibet extendo D B E. Et produco lineam B C, secundum cuius longitudinem, super idem centrum

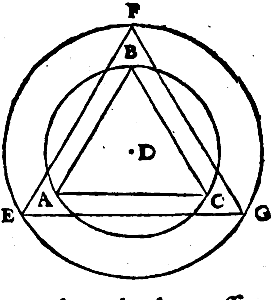


D, duco

D, duco circulum, qui circundans priorem, erit ad eum duplus. Deinde produco in ſecundo circulo lineam B F, cuius longitudine duco circulum priores ambientem, qui erit ad priorem triplus. Deinde produco lineam B H, cuius quantitate prouenies circulus, erit ad priorem quadruplus. Et ita quoties hoc feceris, datum circulum aſsidua multiplici proportione augebis. Quòd ſi datum circulū omni uis multiplici proportione minuere, ſicut in præmiſſa figura aſcendimus illum augendo, ita per eaſdem menſuras deſcende, illum minuendo: & conſequeris intentum. Vna enim eadémq; lex, & figura ſeruit utriſque.

Datum Iſopleurum omni multiplici proportione augere, & minuere.

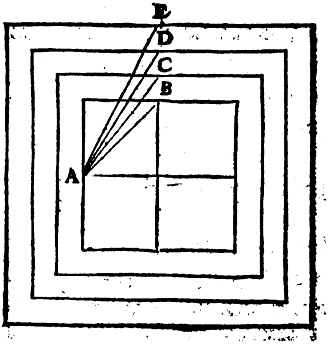
Eadem lex augendi, & minuendi in omnibus figuris polygoniis, quæ & in circulis uiget. Sit Iſopleurus A B C. Circunſcribo ei circulum A B C: quem quidem iuxta doctrinam præcedentis duplo augeo. Sítque circulus E F G ad eū duplus. Inſcribo circulo E F G Iſopleurū eiuſdem nominis E F G, quem dico duplum eſſe ad



datum Iſopleurum A B C. Eadem enim eſt lex circulorum, & Iſopleurorum, eadémque proportio amborum. Si triplicare uis datum Iſopleurum, triplica circulũ: & Iſopleurus in circulo ad priorem triplo inſcriptus erit ad priorẽ Iſopleurum triplus: & ita feceris deinceps. Quòd ſi uis omni multiplici proportione minuere datum Iſopleurum, fac ſicut docuimus faciundum in circulis aſcendendo, & deſcendendo: & non errabis.

Datum quadratũ omni multiplici proportione augere, & minuere.

Fac de quadratis omni multiplici proportione augẽdis, aut minuendis, ſicuti diximus faciũdum de Iſopleuris. Nam per inſcriptiones, & circunſcriptiones circulorum omnem regularem figurã quàm facillimè per multiplices augebis, & minues. Lex enim eſt omnium una. Aut ſi uis, aliter id exequere, ſecũdum præſentem figurã, ſicut præmiſſa circulorũ figura edocuit per ſemidiametros aſsiduas A B, A C, A D, A E, & ita deinceps augẽdo



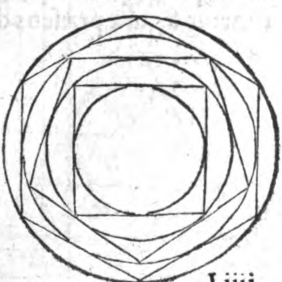
minorem

minorem interiorém ue quadratum: & minuendo maioré. Nam quadrati omnes eo modo cōfecti, qui circunſtant interioré, ſunt ad eundem aſsiduè multiplices.

Omnis circulus per circūſcriptas aſsiduè multangularium figurarum ſpecies, omni multiplici proportione inaugetur: per inſcriptas uerò cōtrà, omni ſubmultiplici proportione minuitur.

Huius propoſitionis ratio, & explanatio facilè ex pręmiſsis pēdet. Sed, ut ſeruetur aſsidua multiplex proportio, inchoanda eſt res à quadrato, & minimè ab Iſopleuro, eò quòd in Iſopleurorū circunſcriptionibus, & inſcriptionibus emergit quadrupla proportio: in quadratis auté, dupla: quę eſt omnium multiplicium prima & minima.

Sit circulus qualiſcūq; deſignatus. Circunſcribo illi cūprimis quadratum, & ei quadrato circunſcribo circulum, qué manifeſtum eſt ad prioré circulum fore duplū. Rurſum ſecundo cir-

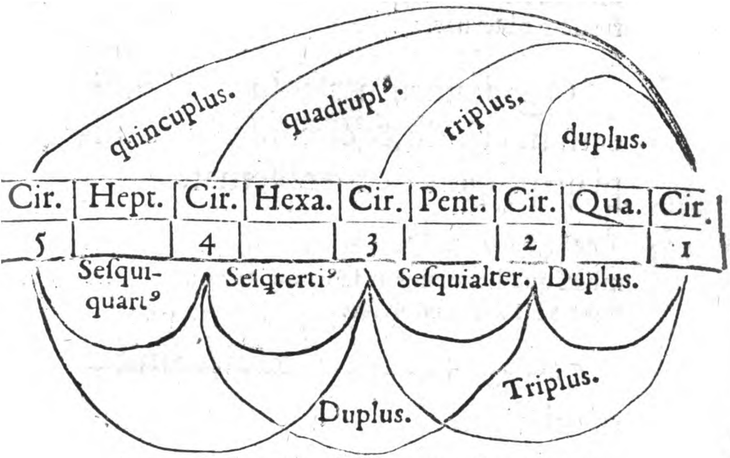


culo ad priorem duplo circunſcribo pẽtagonũ, & ei pẽtagono circulum, qui ad interiorem circulum erit triplus, & ad ſecundum ſeſquialter, id eſt ut tria ad duo. Poſtremò tertio circulo circũſcribo hexagonum, & hexagono iterum circulum, qui ad primum circulũ erit quadruplus, ad ſecũdum duplus, ad tertium ſeſquitertius. Et ita quotiens feceris omnem circulũ, omni proportione multiplici augebis.

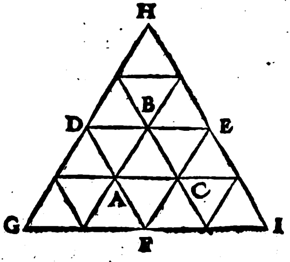
Numeros proportionum prædictæ figuræ, cum ſuis habitudinibus explanare.

Sume numeros ab unitate aſsiduos, & hi ſunt qui petuntur. Omnes enim numeri ad unitatem ſunt aſsiduè multiplices. Primus ergo circulus erit ut unum, ſecundus interhiante quadrato, erit ut duo: tertius, interiacente pẽtagono, erit ut tria: quartus, interpoſitione hexagoni, ut quatuor: ut figura præſens declarat.

Omnium



Omnium Iſopleurorũ aſsidua abinuicem inſcriptione, & circunſcriptione diſtantium uicini ad uicinũ proportio quadrupla eſt.



Hęc figura id docet. Nam interior Iſopleurus A B C quarta pars eſt Iſopleuri D E F, & ſextadecima pars totius Iſopleuri G H I. Progreſsio igitur Iſopleurorum ſibi inuicem inſcriptorum, &

circunſcriptorum quadruplam aſsiduè proportionem obſeruat.

Quadratorum aſsidua ſibi inuicem inſcriptio,& circunſcriptio duplam proportionem obſeruat.

Hæc & ex circulorum rationibus, & ex præmiſsis quadratorum in ſe inuicem conſiſtētium figuris ſatis eſt manifeſta.

Omnes deinceps poſt quadratum regularium figurarum ſpecies ſibi inuicem ſimiles, & ſimiles inſcriptæ aſsiduas ſuperparticularium proportiones obſeruant.

Hæc etiam ex præcedentibus ſatis colliqueſcunt. Omnes enim pentagoni ſibi inuicem aſsiduè circūſcripti ſunt uicinus ad uicinū ſeſquialteri, omnes hexagoni ſeſquitertij, omnes heptagoni ſeſquiquarti: & ita deinceps.

In circulis ſibi inuicem inſcriptis, & aſsiduè multiplicibus inſcriptæ qualeſcunque eiuſdem ſpeciei figu-

ræ

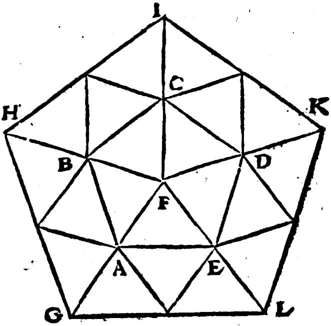
ræ eandem inter ſe, quam & circuli omnes, proportionem obſeruant.

Hæc propoſitio ſeruit omnibus eiuſdem ſpeciei figuris aſsidua multiplici proportione inaugendis. Si enim Iſopleurum datum uis duplo, triplo, quadruplo, & ita deinceps augere, aut etiam diuidere: ſi item quadratum, ſi pentagonum, ſi hexagonum, & ita deinceps: fac aſsiduè, ſecundum præmiſſorum doctrinam, circum eos quãtulamcunq; uolueris circulorum in ea proportione ſe habentium ſeriem, & inſcribe illis aſsiduè uel Iſopleuros, uel quadratos, uel pentagonos, uel qualeſcunque uolueris eiuſdem ſpeciei figuras. Et ille procul dubio eandem adinuicem, quàm & ipſi circuli proportionem obſeruabunt. Hæc eſt enim lex & regula omnium cuiuſcunq; ſpeciei figurarum, omni proportione multiplici inaugendarum.

Omnes regulares figuræ cuiuſcunque ſpeciei, ſiue circuli, ſiue multangulæ paribus ſpatiis, & menſuris intra ſe excreſcentes ſeſe habent adinuicem, ut numeri aſsiduè quadrati.

De hoc figurarum incremento locuti ſumus in circulis, in Iſopleuris, & in quadratis. Sed &

eadem lex ſeruatur in pentagonis, in hexagonis, & in aliis deinceps cunctis. Dicũtur autem eiuſdem ſpeciei figuræ paribus increſcere ſpatiis, & menſuris, quando earum catheti, aut diametri, aut circumferentiæ ſunt adinuicem pares cum paribus in aſsidua proportione multiplici. Vt quia totius exterioris pẽtagoni G H I K L latera ſingula ſũt dupla ad latera minoris, & interioris pentagoni A B C D E: ideo & catheti unius ſunt dupli ad cathetos alterius. Identidem & diametri. Sed proportio totius areæ maioris ad areã minoris erit ad eã proportionẽ dupla. i. quincupla. Nã ſicut numerus quinarius ad unum, ita 25 ſe habet ad quinariũ. Quamobrem 25 ad unum eſt duplex proportio quincupla. Eritque maior pentagonus G H I K L ad minorem A B C D E quincuplus: quod quidem amborum in pares à centro triangulos reſolutio docet. Eſt autem numerus 25 quinarij quadratus. Et ita in cæteris figuris dic.



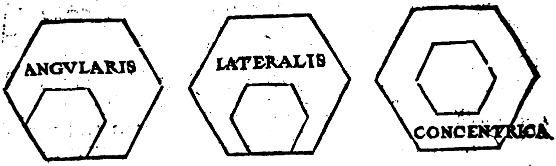
Omnes multãgulæ figuræ in pares & cõſimiles triangulos reſoluuntur.

Iſopleurorum peruia eſt, & prompta in triangulos reſolutio, in quotcunque partes æquales ſecueris coſtas illius. Quadratorum quoque reſolutio obſcura non eſt, ſed ſtatim peruia: ut præſentes figuræ docent. Pentagonorum in triangulos ſolutionẽ per numerum quadratum, præmiſſa nuper figura oſtendit, quæ maiorem pentagonum in triangulos quinque & uiginti diſſecuit: minorem in quinque diuiſit.

Enciclias pentagonorũ, & hexagonorum triplici differentia perficere.

Edocuimus in circulis Iſopleuris, & quadratis trinas in ſingulis encicliarum ſpecies. Nũc quod intermiſſum in pẽtagonis & hexagonis eſt, ſuppleri exigitur. Appoſuimus igitur hîc ternas pẽ-

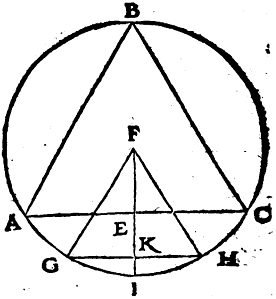
tagonorum enciclias: unam concẽtricam, & eccẽtricas duas: quarũ una eſt lateralis, minore pẽtagono ſuper maioris baſim reſidente: reliqua eſt angularis, minore pentagono communicãte in uno angulorum cum maiore, & eadem prorſus



lex est in enciclia hexagonorum,& omnium regularium figurarum.

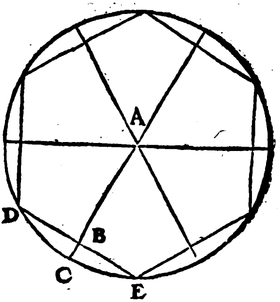
In dato circulo heptagonum regularem describere.

Proposita est hæc in heptagonis, quando docuimus latus heptagoni in dato circulo describendi esse medietatem lateris Isopleuri eidē circulo inscribendi. Sed nunc alius priori consentaneus exhibebitur eius faciundæ rei modus. Sit datus circulus A B C. Inscribo illi Isopleurū A B C, cuius latus A C diuido per medium in puncto E. Ergo per superiorum doctrinam, erit linea A E, media Isopleuri costa, latus heptagoni eidem circulo inscribēdi. Diuido arcum A I C, sub basi A C, in quatuor partes æquales punctis G, H, I: & produco à centro F lineas



neas rectas F G, & F H: & produco lineam G H, eritque triangulus G F H etiam Isopleurus, quippe sexta pars hexagoni eidem circulo inscribendi. Et produco lineã F E I æqualem lineis F G, & F H, quippe semidiametrum totius circuli: à qua demo sagittam K I, quæ est sagitta totius hexagoni. Dico residuam lineam F K esse costam regularis heptagoni dato circulo inscribendi, eámque esse æqualem mediæ costæ maioris Isopleuri A B C, id est lineis A E, & E C.

A cuiuslibet circuli semidiametro, dempta hexagoni eidem circulo inscribendi sagitta, relinquit latus regularis heptagoni, eidem circulo inscribendi.



Nam totius cuiuslibet circuli semidiameter est latus regularis hexagoni eidem circulo inscribendi. A quo si demitur eius sagitta, relinquitur linea æqualis dimidiæ costę Isopleuri eidem circulo inscribendi. Quamobrem & à latere hexagoni, & à semidiametro circuli dempta eius sagitta relinquit latus heptagoni eidem circulo inscribendi. Qualis est linea A B subtracta ab ea linea B C, quæ est sagitta lateris hexagoni. Est enim linea D B E latus hexagoni par semidiametro A B C.

Primi libri finis.

CAROLI BOVILLI SAMAROBRINI GEOMETRIAE LIBER SECVNDVS.

De solidis, corporéísue figuris.

SOlidarum figurarum proportio par est prorsus rationi planarum figurarum. In utrisque similia similibus respondent: anguli quidem angulis, & figuræ figuris. Nã quod in planis figuris est circulus, hoc in solidis sphæra. Quod in illis quadratus, id in istis est cubus. Quod in illis triangulus est, hoc est in istis ea figura, quã, quia ex triangulis fit, ideo triquetram, alij tetracedrõ uocãt. Et ita de cęteris dic.

Quod in planis figuris binarius est, id in solidis ternarius supplet.

Nam solidæ figuræ planis præstant. Planæ enim figuræ geminis duntaxat interuallis, longitudine & latitudine, distenduntur. Solidæ autem tribus, longitudine, latitudine & profunditate, præditæ sunt.

Sicut angulus planus est initiũ planarum figurarum, ita solidus angulus solidarum, & corporearum est initium.

Planus angulus figura non est, sed planæ figuræ initium. Solidus etiam angulus nondum figura est, sed initium solidæ, corporeæ'ue figuræ.

Sicut duæ ad minus lineæ suo cõcursu planum conficiunt angulum, ita tres ad minus superficies sunt exigendæ, quæ concursu mutuo solidum angulum conflent.

Linea una planum non conflat angulum, qui ad minus concursu duarum linearum conficitur. Sic superficies tantùm duæ solido non sufficiunt angulo; quem superficierum ad minus gignit concurrentia trium.

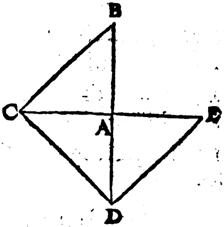
De solidis angulis.

AD instar plani anguli solidus etiam angulus triplici specie pollet. Alius enim est rectus, alius acutus, alius deniq; obtusus, & de eorum singulis singillatim dicemus.

De so-

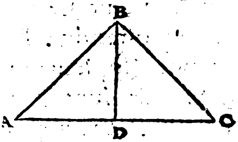
De ſolido angulo recto.

Solidus rectus angulus eſt, quem três plani anguli recti mutuò cõcurrentes gignũt: qualem hîc pinximus, modò intelligãtur duo recti anguli B A C, & E A D erigi in perpendiculum ſuper lineas A C & A D ſic, ut lineæ A B, & A E fiant linea una: & puncta B & E unicum punctum.



Si ſolidi recti anguli latera fiant æqualia, ſubtenta eis baſis erit triangulus Iſopleurus: ſuper cuius centrũ erecta perpẽdicularis linea per eiuſdem anguli uerticem tranſibit.

Eius rei figura ob ſoliditatẽ profunditatis pingi ante oculos nequit. Sed intelligi facilè poteſt per angulum rectũ, cuius latera A B, & B C ſunt æqualia: baſis autem A C repræſentabit Iſopleurũ, à cuius centro D ducta ſuper eandem baſim perpendicularis linea D B, per apicem eiuſdem anguli tranſibit.

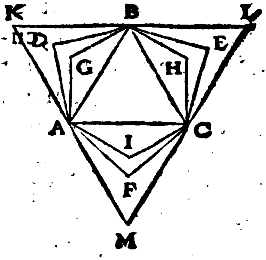


Omnes anguli ſolidi in media ſpheræ portione consistentes sunt recti, in minore acuti, in maiore obtusi.

Sicut dictum de planis angulis est, qui in diuersis circuli portionibus fiunt: ita de solidis dic, ubi hi in diuersis eiusdem sphæræ portionibus consistunt, in media fore rectos, in minore acutos, in maiore obtusos.

Si supra eundem Isopleurum tres recti plani anguli super latera eius stent, hi sua eleuatione ad mutuam usque concurrentiam rectum angulum solidum conflabunt. Si uerò stent tres anguli obtusi, obtusum: si denique tres acuti, acutum efficient.

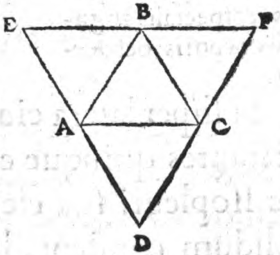
Hæc est satis illico manifesta, ut figura præsens ostendit. In qua super Isopleurum A B C, facti sunt tres anguli recti, tres obtusi, & tres acuti, qui sua eleuatione super basim A B C, quoadusque in apice concur-



rant, conflant uicifsim tres folidorum angulorum fpecies, rectum, inquam, acutum, & obtusum.

De angulis folidis, acuto, & obtufo.

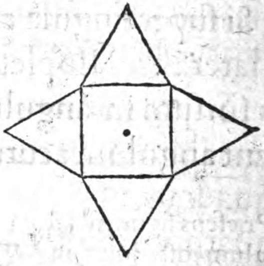
Si fuper fingula eiufdem Ifopleuri latera tres Ifopleuri eidem æquales furfum in angulum coeant, efficient angulum acutum folidum.



Præfens figura id ad oculum oftendit: in qua fuper fingula latera medij Ifopleuri A B C, ftant tres eidem æquales Ifopleuri, qui furfum in apicem coeuntes, folidum angulum cõficient acutum: qui erit regularis angulus corporis tetracedri. In ea eleuatione, & mutuo congreffu, tria puncta D E F fient punctum unum, quod erit totius folidi anguli uertex.

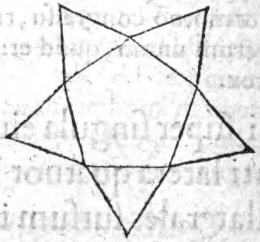
Si fuper fingula eiufdẽ medij quadrati latera quatuor Ifopleuri eidem collaterales furfum in apicem eleuẽtur, hi angulum etiam ſolidum, & acutum conflabunt.

Figura pręſens id docet, quæ ſuper mediū quadratum quatuor Iſopleuros habet: qui ſurſum in apicem coeuntes angulum ſolidum etiā acutum cōflabunt, qui erit uerus, & ſpecialis angulus corporis octocedri.



Si ſuper latera eiuſdem pentagoni ſtantes quinque eidem collaterales Iſopleuri ſua eleuatione angulū ſolidum conflent, hic erit obtuſus, & recto angulo maior.

Ex præſentis figurę aſpectu id manifeſtū fit. Stant enim ſuper medium regularem pentagonum quinq; eidē collaterales Iſopleuri, qui ſua eleua-

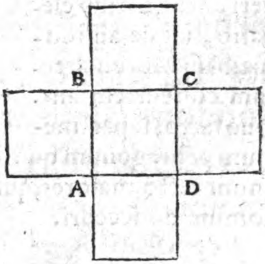


tione

tione usque in apicem, solidum angulum conficient, non, ut prius, acutum, sed obtusum, & recto maiorem. Quod quidem postea ostendetur, cùm de angulorum ad rectum angulum proportionibus suo loco loquemur. Et hic erit angulus corporis icocedri ex uiginti Isopleuris se circunuestientis confecti.

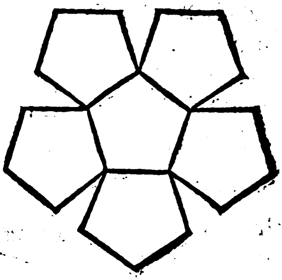
Super eiusdem medij quadrati latera stantes quatuor alij collaterales quadrati in perpendiculum eleuati, quatuor solidos angulos super medium efficient rectos.

Nõ possũt quatuor quadrati super eundẽ stantes eleuari in apicem, instar triangulorũ: sed duntaxat in perpendiculũ, usquequo duo, & duo proxima eorũ latera cõcurrant, fiántque latus unum. Tũc super medium quadratum, uelut basim, quatuor conflabunt solidos angulos specie rectos, qui erunt anguli corporis cubi.



Quinque regulares pẽtagoni super eundem collateralem pentagonum uſque ad ſuorum laterum concurrentiam eleuati, angulos ſolidos creant ſpecie obtuſos, rectóque maiores.

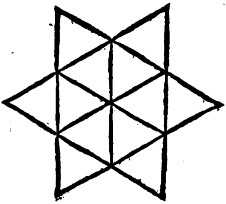
Ex figura præſente id diſce. Quinque enim regulares pentagoni ſuper alium ſibi parem & æqualem in plano conſiſtentes, inter ſe ſpatium relinquunt uacuum quinque minorum angulorum, per quod quidē ſpatium fieri poteſt eorum eleuatio, uſque ad mutuam uicinorum laterum concurrentiam.



Quo facto, ſuper medium pentagonum quinque ſolidos angulos gignunt recto maiores, qui erunt anguli corporis nomine dodecedri.

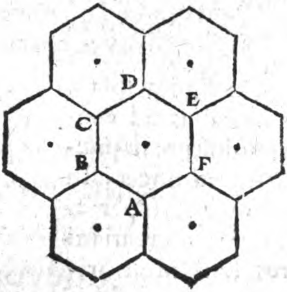
Si ſuper latera regularis hexagoni ſex Iſopleuri eidem collaterales ſteterint, hi ſua eleuatione ſolidum angulum minimè conficient.

Id accidit, quia ſex eiuſmodi Iſopleuri unà & ſimul ſumpti ſunt æquales toti hexagono: quod manifeſtum fit ex reſolutione hexagoni in ſex Iſopleuros, per lineas à centro ductas ad ſingulos ipſius angulos. Quamobrem extremorum Iſopleurorum eleuatio nequit ſurſum coire in angulum, cùm recidat in ipſam baſim, nec ullo ſuffulciatur catheto.



Sex hexagoni ſuper medium parem hexagonũ inſiſtentes, nuſquam eleuari queunt in ſolidum angulũ.

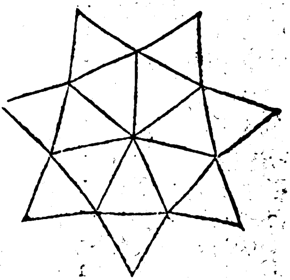
Id etiam accidit ob plenitudinem totius medij ſpatij. Quia iter duos & duos nihil uacui ſupereſt, per quod fiat eorũ ſuper eius latera eleuatio. Quod quidẽ præſens figura liquidò oſtendit.



In qua super latera medij hexagoni sex alij eidē pares incumbunt, qui relinquentes uacui nihil, eleuari nequeunt in angulum solidum. Eleuatio quippe extremorū super mediū, fit per uacuum: quo inter uicina latera non relicto, superest nulla eleuationis occasio.

Ab hexagono, & deinceps ab angulis regularium figurarum nulli solidi anguli procreantur.

Nam si hexagoni, & hexagonorum anguli uni medio insistentes nihil inter se uacui linquūt spatij, quantò magis sequentium omnium figurarum anguli assiduè ampliores & maiores nihil inter se uacui relicturi sunt, per quod fieri queat eorum in solidum angulū eleuatio? Et si trianguli Isopleurici, super latera uel heptagoni, uel sequentium deinceps figurarū instituerint, hi erunt assiduè minores triāgulis interioribus, in quos figura ipsa à suis lateribus ad centrū resoluitur: ut præsens figura docet. In qua Isopleuri super eius latera procreati minores sunt interioribus triangulis resolutionis totius figuræ. Ergo



hi suhi ſuper eam in ſolidi anguli ſpeciem eleuari nequibunt.

Solidorum regulariũ angulorum ſpecies ſunt tantùm quinque.

Ex his, quæ dicta prius ſunt, hęc ſtatim diluceſcit. Ex ſpeciebus enim eorũ, quos cõfecimus, ſolidorum angulorum, duo ſunt acuti, unus rectus, & duo obtuſi. Nam & ex tribus, & ex quatuor triangulis Iſopleuris, cùm uel uni Iſopleuro, uel eidẽ quadrato inſtiterint, fiũt duæ ſpecies ſolidorũ angulorum acutorũ. Ex quadratis inſiſtentibus medio quadrato hi, qui fiunt ſolidi anguli, ſunt recti. Ex triangulis quinque pentagonũ medium circunſedentibus, & ex quinque identidem pentagonis à medio pentagono, cui inſederint, ſurſum eleuatis, fiunt anguli ſolidi omnes obtuſi.

Omne ſpatium, quod circunſtat punctum quodlibet in plano, eſt planis quatuor rectis angulis æquum.

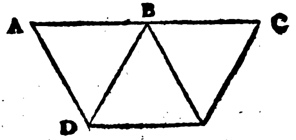
Vt præſens figura docet: quæ circa idem pũctum B, per lineas A C, & D E, ſuper B ſe interſecantes, quatuor rectos angulos conflat. Et nil refert eiuſmodi anguli ſint recti, an obliqui, id eſt acuti & obtuſi. Quia obli-

quitas intersectionis duarum linearum nihil aut minuit, aut auget in planicie una, quominus cuiuslibet puncti in plano circũstantia sit quatuor rectis angulis æqualis.

Omne spatium, quod circunstat quodlibet punctum undecunque in solido, octo solidis angulis rectis est æquum.

Circunstantia eiusdem puncti solida dupla est ad circunstantiam eiusdem planam. Tota planicies circa idem pũctum, quatuor tãtùm rectos, & quidem planos, circunscribit. At corporeum omne spatium, circa quodlibet punctum, octo rectos, & quidem solidos, distinguit. Quod quidem per tres diametros sibi inuicem undecunq; perpendiculares insinuari facilè potest.

Tres Isopleurici anguli, cùm sint tantùm rectis duobus planis æquales, ideo solidum angulum conflant acutum.



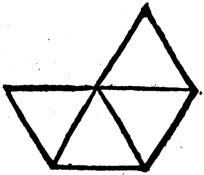
Tres Isopleurici anguli A B D, D B E, & B E C sua quidẽ e-

leuation

leuatione super uerticē B, sic ut lineæ A B, & B C sint linea una, solidum angulum constant, sed specie acutum. Nam hi tres duobus tantùm rectis æquipollēt, & mediam tantùm eiusdem pūcti in plano circunstantiam ambiunt.

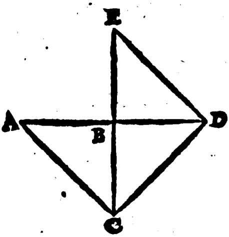
Quatuor Isopleurici anguli sua eleuatione angulum solidum constant etiam acutum.

Nam quatuor Isopleurici anguli, ut præsens figura docet, sunt tribus rectis planis minores. Ergo insufficientes hi sunt recto angulo solido, qui, ut mox dicemus, tribus ad minus planis angulis rectis comprehendi eget.



Recto angulo solido tres recti anguli plani sunt necessarij.

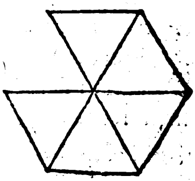
Nam & tres, & quatuor Isopleurici anguli ad eum sunt conficiendum insufficientes, ut priores figuræ monstrauere. Tres autem recti, quales sūt A B C, C B D, & D B C, super uerticem B eleuati, lineis A B, & B E in



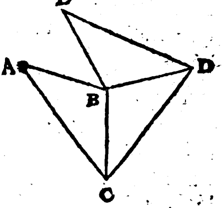
unam lineam coeuntibus, solido recto angulo sufficiunt.

Quinque Isopleurici anguli solidum angulum sua eleuatione conflant, sed obtusum, & recto maiorem.

Nam quinque Isopleurici anguli, ut liquet ex præsenti figura, superant tres rectos. Ergo solidus angulus, qui ab eis circunuestitur & continetur, maior est solido recto angulo, cui tres recti anguli sufficiunt, nec plures necessarij sunt.



Tres pentagonici anguli super eundem uerticem coniuncti, & eleuati, angulum conflant solidum, sed obtusum.



Sint pentagonici anguli tres A B C, C B D, & D B E, eodem uertice B coniuncti.

Hi qui-

Hi quidem, quia manifestè tres rectos angulos planos transiliunt, & uacuum inter se spatium anguli A B E relinquunt, per causam uacui eiusmodi spatij eleuari queunt in solidum angulum, sed obtusum, & recto solido angulo maiorem. Hic enim erit angulus regularis dodecedri.

Proportiones singulorum solidorum angulorum adinuicem explanare.

Rectus solidus angulus, cùm ex tribus rectis angulis planis circũuestiatur, ad eum angulum, quem tres Isopleuri conficiunt, est sesquialter: ut tria ad duo. Nam quilibet rectus angulus ad angulum Isopleuri eadem proportione se habet. Idem uerò rectus angulus solidus ad eum angulum, quem quatuor Isopleuri eodem coniuncti uertice conficiunt, est uelut tres ternarij ad binarios tres, id est ut 9 ad 8, quæ est sesquioctaua proportio. Is autem solidus angulus, quẽ quinque Isopleurici anguli circunuestiunt, ad angulum rectũ solidum est, uelut quinque binarij ad ternarios tres, id est ut 10 ad 9: quæ est proportio sesquinona. Postremò is solidus angulus, qui tribus pentagonicis angulis ambitur, ad solidum rectum angulum est, ut tres senarij ad quinarios tres, id est ut numerus 18 ad 15: quæ proportio sesquiquinta est. Angulus enim pentagoni ad angulum rectum est, ut sex ad quinque. Et hę angugulorum proportiones ex præsenti tabula apertius dilucescunt.

Proportiones solidorum angulorũ adinuicem.
Angulus rectus ad angulũ tetracedri, ut 3 ad 2.
Angul9 rect9 ad angulũ octocedri, ut 9 ad 8.
Angulus rectus ad angulum cubi, æqualis.
Angulus icocedri ad angulũ rectũ, ut 10 ad 9.
Angul9 dodecedri ad angulũ rectũ, ut 18 ad 15.

In solidorum angulorũ procreatione, triangulus est ter potens: nempe in seipso, in quadrato, & in pentagono.

Dignissimum ternarius præ se fert Trinitatis uestigium, qui in solidorum angulorũ procreatione triplici potentia pollet, potens quidem in seipso, in quadrato, & in pentagono, ut præmissæ docuere figuræ. Nam uicissim tres Isopleuri, & quatuor & quinque super basim triãgulam, quadratam, & pentagonicam eleuati usque in apicẽ, tres, ut ostensum est, procreant solidorum angulorum species: tetracedri, octocedri, icocedri.

In solidorum angulorũ procreatione quadratus potestatẽ habet nullam

lam, quàm in ſeipſo. Identidem & pētagonus poteſtatem etiam habet, quàm in ſeipſo, prorſus nullam.

Nam ex angulis quadratorum tātùm una ſolidi anguli ſpecies profertur, ſcilicet anguli recti. Ex angulis etiam pentagonorum, ut ex ſuperioribus figuris liquet, ſoli dodecedrorum anguli proueniunt. Quamobrem quadratus duntaxat in ſeipſo eſt potēs, cùm ſcilicet quatuor quadrati ſuper medium quadratum inſiſtentes in ſolidum angulum eleuantur. Et idem de pentagono duntaxat in ſeipſo potente dic: ut qui alij figuræ nulli, quàm ſibiipſi, inſiſtens ſolidum angulum gignit, qui eſt corporis dodecedri.

De corporeis ſolidíſue figuris.

CORporeæ, ſeu ſolidæ figuræ in duplici ſunt ſpecie. Aliæ enim ſphæricæ ſunt, aliæ angulares. Et rurſum in qualibet eiuſmodi ſpecie, aliæ quidem ſunt regulares, aliæ irregulares. Nam regulares hæ ſunt, quas certa, nec irrationalis magnitudo comprehendit. Irregulares autē, quę citra rationem in immenſum excreſcere poſſunt: ut columnæ, pyramides. Et quæcunque arbitrariam potius, quàm rationis metam habent.

De Sphæra.

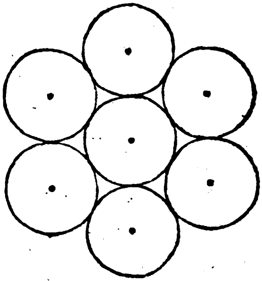
Scientia & ars Sphærarum proportionabilis est ſcientiæ circulorum.

Nam qui ritè circulorum proprietates nouerit, noſcet & is, ſeruata ſingulorum proportione, rationes & proprietates ſphærarum.

Si Sphęra Sphęram, uel planum aliquod contigerit, tantùm in puncto continget.

Id ex ſola ratione circulorum, & ex eorũ imitatione notius eſt, quàm ut ulla expoſitione, aut recenti figura indigeat.

Cuiuſlibet Sphæræ circũſtantia eſt duodecim parium, & æqualiũ Sphærarum, nec plurium, ſeſe cõtingentium.



Ex circũſtantia circulorum iuxta præſentis figuræ conſpectũ, id facile dignoſcere eſt. Eundẽ me-

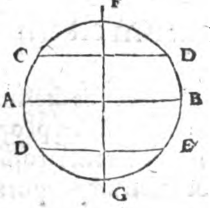
dium

dium circulum ſex, nec plures, circuli medio æquales, & ſe proximè contingentes circunſtant. Sphærā autē omnem duodecim pares & æquales ſphæræ, nec plures, circunueſtiunt, & undecunque ambiunt. Interuallum enim profunditatis circunſtantiam ſphærarum efficit duplam.

Cuiuſlibet Sphæræ ſector eſt circulus in ea maximus.

Sicut maxima circuli linea eſt diameter illius æquis illum portionibus diuidens, ita cuiuſlibet ſphæræ ſector, uelut diametri uicarius, eſt circulus in eo maximus, ſphæram æquis portionibus diſpartiens, & cuius centrum eſt totius ſphæræ centrum.

Si fuerint aliquot circuli in eadem Sphæra æquidiſtantes, linea eadem, quæ per omnium centra tranſibit, ſuper omnes perpendicularis erit.



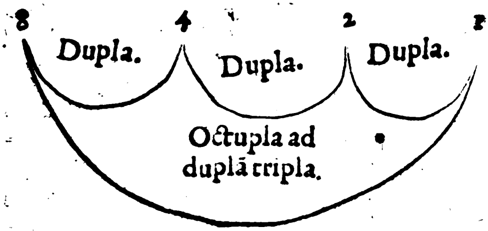
In præſenti figura per lineas A B, C D, D E, in eodem circulo æquidiſtātes intellige circulos in eadē ſphæra consistentes. Ibi enim linea F G per omnium centra transibit, & super omnes perpendicularis erit.

Omnium Sphærarum qualis fuerit proportio diametri unius ad diametrum alterius, talis erit & totius circumferentiæ unius ad circumferentiam alterius.

Id eodem modo se habet in sphæris, sicut & in circulis. Posita enim est hæc propositio in ratione circulorum, Eandem, inquam, esse diametrorum & circũferentiarum proportionem. Nam si diameter unius ad diametrũ alterius fuerit dupla, erit & par circumferentiarum proportio: si tripla, etiam tripla: & ita deinceps.

Omnium Sphærarũ totius unius ad alteram proportio, ad proportionem diametrorum, & circumferentiarum est triplicata.

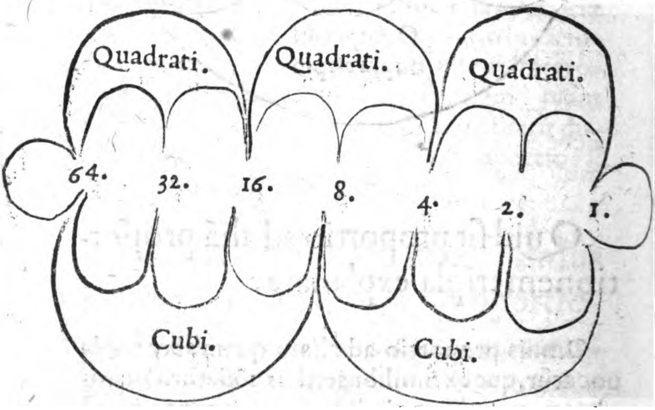
In circulis dictum est proportionem totorum duplam esse ad proportionem diametrorum, & circumferentiarum. In sphæris autem proportio totarum ad proportionem diametrorum, & circumcumferētiarum triplo augetur. Nam sphæra, cuius diameter ad diametrum alterius dupla extiterit, erit ad eandem octupla. Nam proportio octupla tripla est ad duplā. Cōstat enim octupla proportio ex duplis tribus, perinde atque quadrupla ex duplis duabus.



Quid sit proportio ad aliā proportionem tripla explanare.

Omnis proportio ad aliam quamlibet tripla uocatur, quę ex similibus tribus cōflatur. Quamobrem quamlibet triplicare proportionem, est illam triplo augere. Nam quia inter octonarium & unitatem consistunt tres proportiones duplæ, ideo octonarij ad unitatem proportio duplam proportionem triplo auget, éstque proportio octupla ad duplam triplicata.

Sicut in planis figuris duplicatarum proportionum extremi numeri ſunt quadrati medio uno diſtantes, ita in figuris ſolidis triplicatarũ proportionum numeri extremi ſunt cubi, duobus mediis proportionalibus diſtantes.

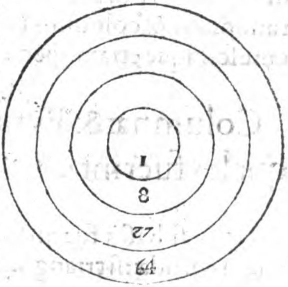


Ex præſenti figura id licet intueri. Nam ab unitate tertio quoque loco diſtantes numeri ſunt quadrati, & in proportione ad duplam duplicata: ut 1 & 4. 4 & 16. 16 & 64. At numeri in eadem

dem ſerie quarto quoque loco diſtantes ſunt cubi, & in proportione ad duplam triplicata, quæ eſt proportio octupla : ut 1 & 8. Item 8 & 64. Iſtud idem potes experiri in numeris ab unitate in omnem proportionem excreſcentibus, uti in triplam quadruplam: & ita deinceps.

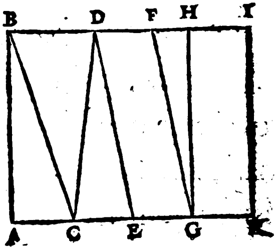
In omni Sphærarũ enciclia, quarum diametri ſunt in aſsidua proportione multiplici, Sphæræ ipſæ adinuicem ſeſe habent, uelut numeri aſsiduè cubi.

Hæc ex præcedentibus facilè pendet. Nam ſicut enciclia circulorum, quorum ſunt aſsiduè multiplices diametri, fit progreſsio aſsidua per quadratos numeros: ita in enciclia ſphærarum, quarũ diametri aſsidua multiplicitate ſeſe tranſiliunt, progreſsio fit, & exceſſus earum per aſsiduam cuborũ ſeriem. Nam ſecunda ſphæra erit ad primã, ut octo ad unũ: tertia, ut 27 ad unum: quarta, ut 64 ad unum: & ita deinceps per aſsiduos cubos progrediendo.



De rotunda Pyramide, & rotunda Columna.

Omnes rotundæ Pyramides æqualium basium & altitudinum sunt æquales, similiter & rotundæ Columnæ.



Dictum est in triangulis, & in quadrangulis, quoniam omnes eiusdem speciei figuræ earũdem basium & altitudinum sunt æquales: ut in præsenti figura conspicari licet. In qua duo trianguli A B C, & C D E sunt ęqui. Similiter & duo quadranguli E D F G, & G H I K. Idem ergo dic de pyramidibus, & columnis non solùm rotundis, sed cuiuscunque etiam speciei.

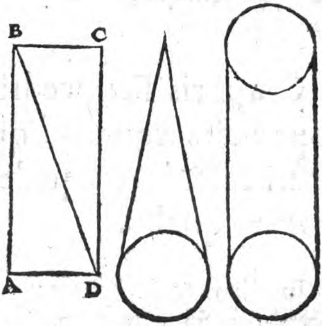
Columnæ & Pyramides sunt tales, quales fuerint earum bases.

Nam si bases fuerint rotundæ, erunt & ipsæ etiam rotũdæ: si triangulæ, quadrangulæ, & pentagonæ, erunt etiam totæ ipsæ suis basibus conformes.

Omnis

Omnis Colūna eſt tripla ad ſuam Pyramidem, quæ fuerit eiuſdem baſis,& altitudinis.

Sicut quadrãgulus omnis eſt duplus ad triangulum, qui fuerit eiuſdem beſis & altitudinis: ut quadrangulus A B C D duplus eſt ad triãgulum A B D: ita colūna omnis ſiue rotunda, ſiue multãgula, tripla eſt ad ſuam pyramidem, quę fuerit eiuſdẽ baſis & altitudinis. Quæ enim in planis figuris dupla proportione ſe habẽt adinuicem, hæc in figuris ſolidis, ob unius interualli, id eſt profunditatis adiectionẽ, ſunt in tripla proportione æſtimanda.



Pyramides & Columnæ corpora ſunt irregularia.

Nam incerta eſt earum altitudo quantumlibet ab hominis increſcens arbitrio: ideo rationi & cohibitioni nulli ſubiacens.

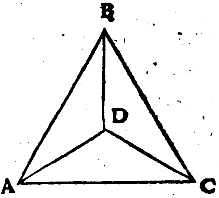
De corpore Tetracedro.

Corpus Tetracedron eſt primum multangulariũ corporũ regularium.

Tetracedron corpus eſt multangularium & regularium corporum primum, & minimum: quod quidem quatuor tãtùm Iſopleuris circunueſtitur.

Corporis Tetracedri quatuor ſunt ſuperficies æquales: quatuor anguli acuti idẽtidem æquales: & ſex lineæ etiam æquales.

Intellige & imaginare præſentem figuram exprimere corpus tetracedri, quod aliter in plano pingi nequit. Quatuor eius ſuperficies erunt baſis A B C, & tres trianguli ſuper baſim in uerticem D eleuati A B D, A D C, & B D C: quos fingere debes eſſe Iſopleuros. Lineæ uerò, ſeu coſtæ eius ſex, erũt lineę A B, B C, & A C: deinde A D, B D, & D C.



Omnes ſolidi anguli cuiuſlibet

corporis

corporis Tetracedri ſunt acuti, duobus ſolidis rectis æquales.

Quod item fieri uides in triangulo Iſopleuro, id dic accidere in corpore tetracedro. Omnes enim anguli Iſopleuri ſunt acuti, & rectis duobus æqui. Sic & accidit in corpore tetracedro omnes quatuor eius angulos eſſe equidem & acutos, & ſolidis rectis duobus æquales.

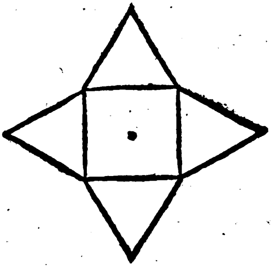
Quilibet Tetracedri angulus ad angulum rectum ſolidū, eſt ut duo ad tria.

Qualis proportio angulorum cuiuſlibet Iſopleuri ad angulum quadrati, talis eſt proportio anguli tetracedri ad angulum cubi, quem conſtat eſſe rectum. Et hæc eſt proportio ſubſequialtera, ut duorum ad tria.

De Octocedro.

Quotiens ſuper eundem quadratū ex utraque parte quatuor, & quatuor æquales Iſopleuri in ſolidum coeunt angulum, hi corpus Octocedron componunt.

Ritè in planitie exprimi nequit solida species corporis octocedri, sed hãc intellige à conduplicatione præsentis figuræ, quæ illius medietatem comprehẽdit, & oculis subdit.



Octocedron est octo superficierum æqualium, octo item æqualium angulorum, & duodecim costarum etiam æqualium.

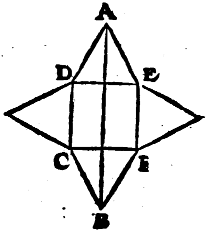
Huius intelligentia ex aspectu figuræ solidæ corporis octocedri est exigenda: nec aliam eius rei explanationem disquire.

Octocedri sector uerus est quadratus, cuius centrum est totius centrum.

Nam quadratus, super quem fiunt ex utraque parte eleuationes quatuor Isopleurorum, totum corpus octocedri æquis portionibus dispartitur, qui ideo est eius sector uerus.

Axis

Axis Octocedri eſt linea recta à uertice ſuperioris eius anguli, ad uerticem inferioris, & contrapoſiti anguli protenſa, tranſiens per ſectoris illius centrum.



Talis eſt in præſenti figura linea A B, quæ à ſummo angulo in imum angulum protenſa, per quadrati C D E F, ſectoris illius centrum tranſit.

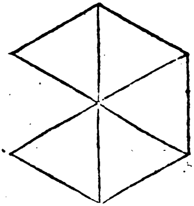
De Icocedro.

Quinque anguli Iſopleurici angulum conflant corporis Icocedri.

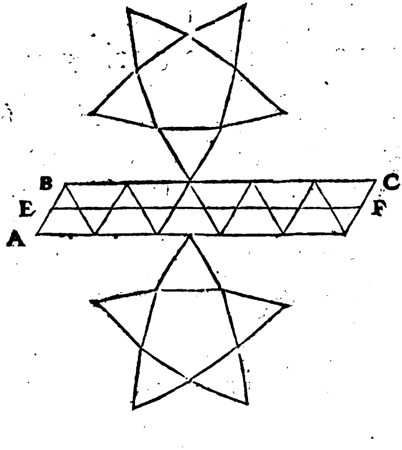
Huius præceſsit explanatio, cùm de ſingulorum regularium corporum angulis ſingillatim ſumus locuti.

Angulus Icocedri eſt obtuſus recto ſolido angulo maior.

De hac etiam in ratione ſolidorum angulorum ſufficiēs exactus eſt ſermo. Sunt enim quinque Iſopleuri tribus planis rectis angulis maiores. Nã quinque Isopleurorũ anguli sunt, ut quinque binarij. Tres autem plani recti anguli sunt, ut ternarij tres, ex quibus rectus angulus solidus conflatur. Angulus enim rectus planus, ad Isopleuri angulum est, ut tria ad duo. Ergo tres recti ad quinque angulos Isopleuri sunt, ut nouem ad decem. Angulus igitur icocedri maior est recto.



Corporis Icocedri portiones sunt tres, superior, inferior, media.



Hæ

Hę tres totius icocedri portiones in præcedēti figura declarantur, quarum ſuperior & inferior ſunt conſimiles, & pares. In quibus ſingulis quinque æquales Iſopleuri, ſuper pentagonicam baſim in ſolidi anguli apicem eleuantur. Media autē eius portio, uelut zonula, totius icocedri corpus cingens, & extremas dirimens, ex decem paribus Iſopleuris conflatur: qui inter lineas æquidiſtantes in parallelogrammo Rhomboide ſunt ſiti, adeò ut in compoſitione totius icocedri pūcta duo A, & D, ſint unū punctū: ſimiliter & duo puncta B, & C.

Tres ſunt cuiuſlibet Icocedri ſectores, pētagonus, hexagonus, & decagonus.

Nam in icocedro omni duo pares pentagóni utrāque eius extremarum portionū à media diſcludūt. Regularis autem decagonus mediam eius portionem intellectam per Rhomboidem A B C D, per medium ſecat ac diuidit. Et hic quidem decagonus in pręcedente figura intelligendus eſt per lineā E F, quæ totius icocedri portiunculā A B C D, mediam diſpartitur. At ſi totius icocedri corpus diuidetur per mediū, à ſummo eius angulo in imum: tunc ſector illius, qui prædictas tres eius portiones medias diuidet, erit regularis hexagonus: cuius centrum erit & prædicti decagoni, & totius icocedri centrum.

Totius cuiuslibet Icocedri bases sunt uiginti, costæ seu lineæ triginta, anguli uerò duodecim.

Hæc conflato ex quauis materia corpore totius icocedri facilè quisq; perspiciet ac dinumerabit. Superior enim eius portio bases habet quinque, & lineas quinque. Cui portio inferior par est in numero basium, & linearũ. Media autem portio bases habet decem, & costas uiginti. Anguli autem in superiore sex, & in inferiore totidem numerantur: in media nulli.

De Hexacedro, siue Cubo.

Qualis figuras inter planas quadratus, talis inter solidas est Cubus.

Ars & scientia cubi respondet arti & scientiæ quadrati: & quisquis singula nouerit quadrati, noscet & is singula cubi.

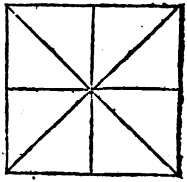
Omnes anguli Cubi sunt recti, omnésque eius superficies quadratæ & æquales.

Alioqui cubus esset deforme, & irregulare corpus, nisi æqualitate angulorũ, basium & costarum

ſtarum omnium conſurgeret: cùm tamen, poſt ſphæram, id ſit cunctorum corporum ſpecioſiſſimum, quieti & humanis habitationibus maximè aptum.

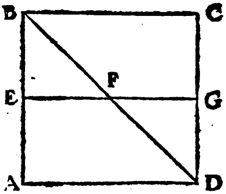
Si à quatuor ſuperioribus Cubi angulis, ad quatuor inferiores contrapoſitos angulos diametri ducantur, hæ per totius Cubi cẽtrum, mutua perpẽdiculari interſectione trãſibunt. Identidem & ſi à centris ſingularum eius baſium, ad oppoſitarum baſiũ centra rectę protẽdantur.

Id quoquo pacto ex præſenti quadrato intellige. In quo rectæ lineæ ab angulis ad oppoſitos angulos protenſæ, identidem & à mediis coſtis, ad media oppoſitarũ coſtarum puncta protenſæ, tranſeunt, ſéque interſecant ſuper totius quadrati centrum. Sic



imaginare in omni cubo fieri. Nam totius cubi centrum æquidiſtat & ab omnibus angulis illius, & à cẽtris quoque, mediiſue punctis cunctarum eius baſium.

Duo ſunt ſectores Cubi, unus qui per medias coſtas illũ partitur, alius qui diametraliter illum per oppoſitos angulos ſecat.



Quemadmodũ præſentis quadrati A B C D duo ſunt ſectores, ſcilicet lineæ B F D, quæ diametraliter illum ab angulis contra ſe poſitis ſecat. Et linea E F G, quæ per medias eius coſtas illum partitur. Id ergo eo pacto intellige in cubo accidere, duobus ſcilicet illum ſectoribus medium diſpartiri.

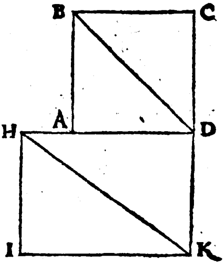
Sicut in quadrato diameter eſt incommenſurabilis coſtæ, ita in Cubo diametralis eius ſector, reliquo eius ſectori incommenſurabilis eſt.

Eadem enim eſt lex ſectorum quadrati, & cubi prorſus incommenſurabilium.

Obliquus, ſeu diametralis ſector Cubi eſt parallelogrãmus altera parte

te

te lõgior, cuius unum latus eſt coſta Cubi, reliquum uerò diameter eius baſium.



Reſumo ſuperiorem quadratum A B C D, quo cubum mihimet effingo. Et per lineam B D, intelligo obliquum, ſeu diametralem eius ſectorem, qui quidem erit ſuperficies parallelogramma altera parte longior. Cuius unum latus erit ut una coſtarum cubi, æqualis lineæ A B, aut B C: reliquum uerò latus erit baſium cubi ſingularum diameter, ut linea B D. Sit ergo linea H D æqualis lineæ B D, & H I æqua coſtæ A B. Compleo parallelogrammum I H D K: quem dico eſſe obliquum, ſeu diametralem totius cubi ſectorem reliquo, ſeu recto eius ſectori incommenſurabilem.

Diameter obliqui ſeu diametralis ſectoris Cubi eſt uera diameter Cubi.

Nam diametri ſex baſium, quibus circuntegitur totius cubi corpus, non tranſeunt per centrum cubi, & longè minores ſunt uera cubi diametro, qualis est in prædicto parallelogrammo linea H K, quæ est maior diametro B D, & per totius cubi centrum transit protensa à summo angulo, usque in imum contrapositum angulum. Et si à summis quatuor angulis ad quatuor inferiores & contrapositos angulos quatuor tales diametri protendi intelligantur, hæ sibi mutuò in centro totius cubi occurrent, in quo fiet mutua earum intersectio.

De Dodecedro.

Corpus Dodecedron à potentia pentagoni in pentagonũ consurgit.

Sicut docuimus potentiam trigoni Isopleuri esse in seipsa trinam, qua tria corpora tetracedron, octocedron, & icocedron emergunt: potentiam uerò quadrati esse in seipso unicam hexacedron procreantem: ita unica est, & simplex pentagoni potentia, qua sibimetipsi insistẽs, séque ipsum in binis portiunculis circunstãs, dodecedron corpus gignit.

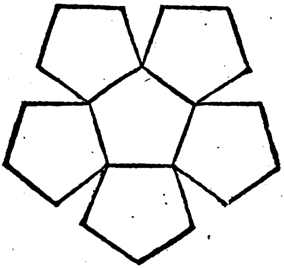
Dodecedri duplex est axis, unus à basi in oppositam basim, alius ab uno eius angulorum in contrapositum angulum.

Si

Si corpus dodecedri super unam suarum basium steterit, summa basis contraposita erit ei, super quam sederit. Recta igitur linea à centro sũmæ basis ad centrum basis inferioris protensa est axis primus totius dodecedri. Reliquus eius axis est, qui contrapositos distẽderit angulos. Et hic est priore longior & maior. Transeunt ambo per centrum totius dodecedri.

Dodecedri portiones sunt geminæ, quarum singulæ ex sex pentagonis conflantur.

Præsens figura eidem medio pentagono sex alios eidẽ circumponẽs, unã portionũ totius corporis dodecedri nobis exponit. Confice reliquam huic parem, & consequeris intentum.



Duplex est medius sector Dodecedri, unus hexagonus, alter decagonus.

Hexagonus dodecedri sector est, qui corpus illius ſuper unam ſuarum baſium conſiſtentis à ſumma baſi in imam per medium ſecat. Reliquus uerò, qui prędictum ſectorem hexagonum diuidit medium, decagonus eſt, ab extremis illius baſibus ſupremæ & infimæ æquidiſtans. Et amborum iſtiuſmodi ſectorum centrum eſt totius icocedri centrum.

Totius Dodecedri anguli ſunt uiginti, lineæ uerò triginta, baſes duodecim.

Ad ſingulas enim extremarum totius dodecedri baſium fiunt anguli quinque, & in medio ambarum concurſu anguli decem. Lineas uerò, ſeu coſtas totius ſi ritè ex ipſius aſpectu dinumerabis, inuenies triginta: decem quidem ab extremis baſibus, & uiginti in media ambarũ concurrentia: baſes quoque duodenas comperies.

Omnium regularium corporum encicliæ paribus diſtãtiis excreſcentes, & aſſiduè multiplices fiũt ſecundum numeros aſſiduè cubos.

Sicut dictum, & monſtratum eſt fieri in ſphæris: ita fieri intellige in omni regularium corporum ſpecie, pares quidem, & aſsiduè multiplices

earum

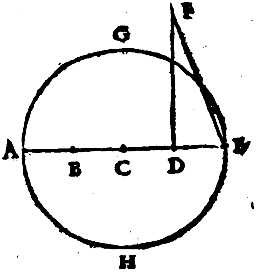
earum excessus fieri secūdum cubicorum numerorū seriem. Nam cuius cubi diameter, aut axis, aut costa duplex est ad diametrum, aut axem, aut costam alterius, hic totus ad alium est, ut octo ad unum. Cuius triplex hic, ut 27 ad unū. Proportio quippe totorum corporum adinuicē ad proportionem costarum diametrorum, & axium est triplicata. Et ita deinceps in omni regularium corporum specie fieri comprobabis.

Secundi libri finis.

ADDITIO NOVARVM, ET RECENTIVM INVENTIONVM, QVAS ANTIQVI NESCIERE.

DAtam quamlibet circumferentiæ portioné in rectam lineam ei æqualem resoluere.

Sit circulus A G E H. Cuius quarta circumferétiæ portio sit arcus A G, cui petitur recta æqualis linea designari. Protédo in circulo diametrũ A E, quam diuido in quatuor partes in punctis B, C, D. Et super punctum D, erigo perpendicularé lineam D F, quam facio triplã uni quartæ totius diametri uelut quartæ D E. Et produco lineã E F, quam dico esse petitam lineam æqualem designato arcui A G, quæ est quarta portio totius circumferentiæ circuli A G E H. Et si petitur quintæ portioni circumferentiæ dari recta linea æqualis



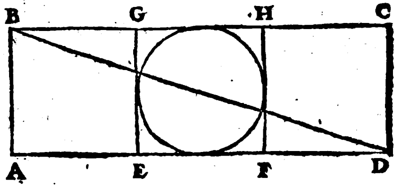
æqualis, diuide diametrum in quinque partes æquales, & fac ſecundum præcedentis doctrinæ explanationem.

Datam quamlibet rectam lineam in arcum quadrantis reſoluere.

Hæc eſt conuerſa præcedentis, quá, quia uulgari Geometriæ noſtræ prelo expreſſæ inſeruimus, ideo ad præſens eius explanationem differemus. Eſt enim ex eo loco requirenda.

Cuiuſlibet parallelogrammi, cuius longiora latera ſunt minoribus lateribus tripla, diameter eſt æqualis toti circumferētiæ circuli uni iſtiuſmodi quadratorum inſcripti.

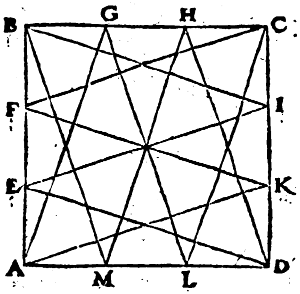
Huius propoſitionis inuentum magnæ eſt excellentiæ, & certè dignũ Pythagorica hecatom-



be: Et intelligenda eſt dũtaxat de parallelogrammo rectãgulo, & de alio nullo. Sit igitur parallelogrammus rectãgulus A B C D. Cuius latera longiora A D, & B C ſint minoribus lateribus A B, & C D tripla. Dico eius diametrũ B D eſſe æqualem circumferentię circuli uni iſtiuſmodi trium quadratorum inſcripti. Hic enim parallelogrãmus in tres quadratos inuicem æquales erit reſoluendus, eò quòd maiora eius latera ſunt minoribus eius lateribus tripla.

Si dati cuiuſuis quadrati latera ſingula in tria diuidantur, lineæ rectæ à punctis tertiarum unius coſtę ad pũcta oppoſitæ coſtæ angulariter protenſæ erunt æquales tertiæ parti circumferentiæ circuli dato quadrato inſcripti.

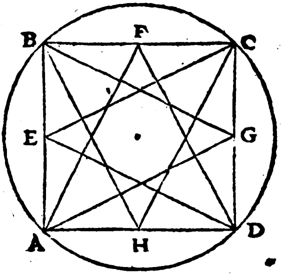
Hæc propoſitio dependet, & ſatis nota eſt ex præcedente: ídque, quod proponit, ſatis notum erit ex præſenti quadrato A B C D. In quo omnia latera ſunt tripartitò diuiſa, & à ſingulis tertiarum punctis lineæ rectæ ſunt angulariter protenſæ ad puncta tertiarum oppoſitæ coſtæ. Quæ quidem omnes erunt non ſolùm inter ſe æquales, ſed etiã æquales toti circumferentiæ circuli, qui in eodem quadrato poteſt inſcribi: Quem



Quem tamen ob linearum confusionem inscribere distulimus. Hæc noua inuentio utilis est ad plurima.

Cuiuslibet quadrati circulo inscripti rectę lineæ, uel à mediis lateribus ad oppositos eius angulos, uel ab eius angulis ad media oppositorum laterum productæ, sunt æquales quartæ parti circumferentiæ circuli eidem quadrato circunscripti.

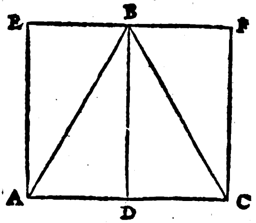
Præcedentes propositiones duæ sunt locutæ de quadrato, qui circulo erat circunscriptus, docentes lineas in eo productas fore æquales tertiæ parti circumferentiæ circuli eidem quadrato inscripti. Præsens uerò propositio de quadrato loquitur inscripto, docens lineas in eo angulariter productas, esse æquales quartæ parti circumferentiæ



rentiæ circuli dato quadrato circunscripti: ut præsens figura docet. In qua mediæ lineæ, à mediis quadrati lateribus ad oppositos angulos productæ, sunt æquales quartæ parti circumferentiæ exterioris circuli quadrato A B C D, forinsecus circunscripti.

Datum Isopleurum resoluere in quadratum.

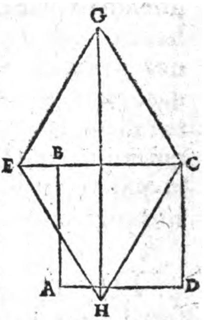
Id factu difficile non est. Sit enim Isopleurus A B C. Sitq; eius cathetus B D, datum Isopleurum per mediũ diuidens in geminos triangulos A B E, & D B C.



& D B C. Super basim eiusdem Isopleuri, uti super lineam A D C, creo parallelogrammum A E F C: quem manifestum est esse duplũ ad designatum Isopleurum A B C, singulásque eius medietates uti parallelogrãmos A E B D, & D B F C, esse dato Isopleuro æquales. Sume igitur lineam proportionalẽ inter lineam A E, & A D: uel inter lineas D B, & C F, hæc erit latus quadrati designato Isopleuro æqualis.

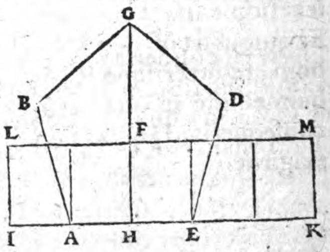
Dato cuilibet quadrato æqualem designare Isopleurum.

Hæc est conuersa præcedentis, sed rem factu paulò difficiliorem proponit. Sit ergo quadratus A B C D in æqualem Isopleurum resoluendus: diuido unam eius costarũ, uti costam B C, in tres partes æquales: & addo eidem unam tertiam, uti lineam B E: adeò ut linea E C sit ut quatuor ad costam B C. Et super lineam E C ex utraq; parte duos conflo Iſopleuros E G C, & E H C: qui ambo conficient Rhōbum æquilaterum H E G C. In quo protendo diametrū G H, uelut cathetum duorum Iſopleurorum. Sumo igitur, ſecundum doctrinā præcedentium, lineā proportionalem inter lineam G H, & latus B C, quam dico eſſe latus Iſopleuri petiti, qui erit æqualis dato quadrato A B C D.



Datum regularem pentagonum quadrare, & in quadratum reſoluere.

Sit datus regularis pentagonus A B C D E. Protendo in eo cathetum C F H tranſeuntem per eius centrum F, & diuidentem pentagonum per medium. Deinde extendo latus inferius A E in utranque partem quantùm uoluero, & ſumo in ea lineā I K, quā facio ad dimidiū latus pentagoni, uti ad lineam A H lōgitudine quincuplam. Dico parallelogrammū, qui fit ex ductu lineæ F H in totam



lineam

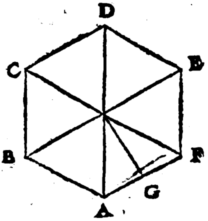
lineam I K, esse dato pentagono æqualem. Quo habito, sume lineam proportionalem inter lineas F H, & I K: & habebis uerum latus quadrati dato pentagono æqualis. Constabit enim idem parallelogrammus ex quinque parallelogrãmis, qui erunt æquales quinque triangulis isosceliis, in quos totus pentagonus per lineas à centro ad eius angulos protensas resolubilis est.

Datum quemlibet pentagonum resoluere in Isopleurum.

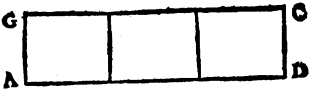
Reduc secundum doctrinam præcedentis designatum pentagonum in quadratum, & mediãte quadrato, ut prius ostensum est, in Isopleurũ: & consequeris intentum.

Datum quemlibet quadrare hexagonum.

Id in promptu fiet. Nam omnis hexagonus ex sex Isopleuris conflatur. Ex quibus si cõficies Rhõbum, reduxerísque Rhõbum eundẽ in quadratũ, consequeris id, quod fieri exigitur.

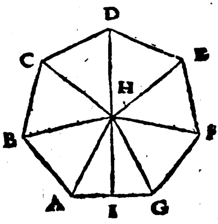


In Hexagono, quod fit ex ductu lineæ ab eius centro ad medium latus protẽsæ in lineam eidem lateri triplam, est parallelogrãmus eidem Hexagono æqualis.



Sit linea A G medietas lateris dati hexagoni: sitque linea A D tripla eidem lateri. Dico parallelogrammum A G C D confectum ex ductu lineæ A G in lineam A D, esse parem & æqualem dato hexagono A B C D E F. Quamobrem eodem parallelogrammo in quadratum per lineam proportionalem resoluto, erit datus quiuis hexagonus in quadratum resolutus.

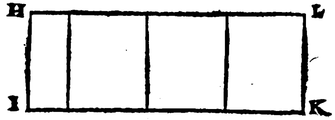
Datum quemlibet regularẽ quadrare heptagonum.



Sit datus heptagonus A B C D E F G: diuido eundem per mediũ sub linea D H I, ad medium eius latus per centrum protensa. Tunc dico parallelogrã-

mum

mũ ex inferiore linea H I, in rectã lineã dimidiæ totius heptagoni peripheriæ æqualem confe-ctum, esse æqualem dato heptagono. Hoc igitur habito, per quadraturam eiusdem parallelogrã-mi, consequeris intentum: ut si linea H I duca-



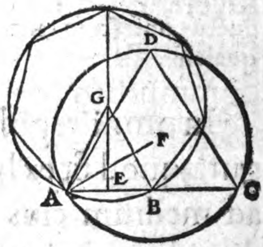
tur in lineam I K æqualem dimidiæ totius hepta-goni peripheriæ, dico parallelogrammum eo ductu confectum I H L K, esse dato heptagono æ-qualem.

In omni regulari, & angulari fi-gura, quod fit ex linea ab eius centro ad medium eius latus protensa, in dimidiam totius figurę peripheriam est parallelogrammus eidem figuræ par, & æqualis.

Generalis est hæc propositio ad omnem an-gularem figuram in parallelogrammum resol-uendam, & exinde in quadratũ. Linea enim re-cta à totius centro ad medium eius latus protẽ-sa, & in dimidiam eius peripheriam ducta conflat parallelogrammum toti propositæ figuræ æqualem. Ex quo facile factu est, secũdum doctrinam lineæ proportionalis, elicere quadratum eidem figuræ æqualem.

Super datam rectam lineã heptagonum regularem describere.

Diu latuit huius propositionis effectus, nec adinueniri ab aliquo potuit: quæ tamẽ facilis factu erit. Sit enim data recta linea A B: extẽdo illam in duplum usque punctum C, ita ut linea A B C sit ad eã dupla: deinde super lineam A B C conficio Isopleurum A D C, cui circunscribo circulũ A D C. Manifestum est datam lineam A B, uelut medietatem lateris Isopleuri esse latus heptagoni in circulo A D C conscribendi. Diuido exinde datam lineam A B per medium in puncto E, super quo extendo perpendicularem, quantam uoluero: & secundum mensuram lineæ A F semidiametri prioris circuli, protraho lineas A G, & B G. Et super punctum G fixo immobili circini pede, extendo circulum priori circulo æqualẽ, in quo sita linea data A B, erit latus regularis heptagoni



goni in eodem circulo (cuius centrum G) ſuper datam lineam A B conſcribendi. Quem ſi ſecundum lineã A B perfeceris, effectum erit id, quod petitur.

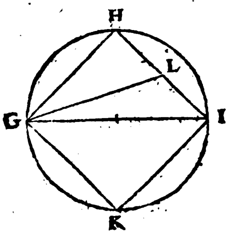
In regularibus figuris ad parallelogrammum, & exinde ad quadratum eis æqualem reducendis, lineæ ab earum centris ad media earũ latera ductę, in tot laterum medietatibus ſunt ducendæ, quanta eſt denominatio ipſius figuræ, quæ petitur in parallelogrammum, deinde in quadratum reſolui.

Huius propoſitionis experimentum ſingillatim in ſingulis iam eſt præmiſſum. In Iſopleuris ſiquidem linea ab eorum centris ad medium latus ducta, in tres laterum medietates perpẽſa, parallelogrammũ gignit dato Iſopleuro æqualem. In quadratis uerò, par linea ducenda eſt in quatuor laterum medietates. In pentagonis, ducenda eſt conſimilis linea in quinque laterum dimidia. In hexagonis, ducenda eſt in ſex dimidia. In heptagonis in parallelogrammum æqualem reſoluendis, duc conſimilem lineam in ſeptena laterũ dimidia. Et ita in ſequentibus figuris faciundum iuxta denominationem cuiusque figuræ.

Datæ cuilibet rectæ lineæ æqualem totius circuli circumferentiam inuenire.

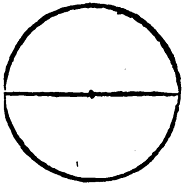
Per præmissam circuli quadraturam facile est cuilibet toti circumferentiæ, aut cuiuis eius portioni æqualem rectam protendere. Sed non tam facile est ex recta quauis linea in circũferentiam eidem æqualem prorumpere, quod nũc fieri exigitur. Sit igitur data ad placitum recta linea A F. Hanc in quinque partes æquales dispartior in punctis B, C, D, E: & secundum mensuram unius quintæ, uti secundum partem A B, describo circulum, cuius pars A B erit semidiameter:

& in eodem circulo inscribo quadratum G H I K. Cuius unam costarum, uti costam H I, partior per medium in puncto L. Et produco ab angulo G, ad medium lateris H I, lineam G L, quæ per præmissas erit æqualis quartæ parti circũferentię G H I K. Hanc ergo dico esse diametrum circuli, cuius circũferentia erit æqualis datæ rectæ lineæ A B C D E F.



Duco

Duco igitur ſecundum quãtitatem lineæ G L, circulum G L, cuius circumferentia erit, quæ inueniri exigitur datæ rectæ lineæ prorſus æqualis.



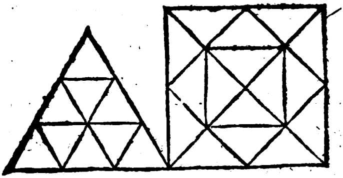
Si unius circuli diameter eſt æqualis quartæ parti circumferentiæ alterius, tota eius circumferentia ad alterius ſemidiametrum eſt quincupla: ad eius uerò diametrum ſeſquialtera.

Hæc propoſitio pendet ex præcedente. Quia enim circuli minoris G L, diameter G L eſt æqualis, uti prædiximus, quartæ parti circumferentiæ maioris circuli G H I K: ideo dico totam circuli G L circumferentiam fore quincuplam ad ſemidiametrum totius circuli G H I K, & ad totam eius diametrum in proportione ſeſquialtera, ſicuti quinque ad duo.

Nouarum additionum finis.

ERRATA.

Folio 2. pag. 2. linea 4 & 5. lege hypenemia.
Vbicunque repereris enciclia, lege encyclia.
Praeterea figura sequens omissa est fol. 71. in princ. pa. 1.



PRIVILEGIVM.

CAVTVM est authoritate Henrici II. Francorum Regis, ne quis alius præter Vascosanum, hoc Caroli Bouilli Geometricum opus, duobus libris comprehensum, ante decēnium ab eo die, quo impressum erit, in hoc Franciæ regno excudat, néue uēdat. Qui secùs fecerit, libris & pœna in sanctione æstimata, mulctabitur. Lutetiæ Parisiorum, VII. Idus Februarij, M. D. LIII.

Ex mandato Regis, D. Renato Baillet, libellorum supplicum in Regia magistro, præsente.

Mahieu.